



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

ULB

# **Beitrag zum Problem der Rollvorgänge in Druckmaschinen unter besonderer Berücksichtigung der visko-elastischen Eigenschaften von Walzenbelägen**

Pfeiffer, Günter  
(1970)

DOI (TUprints): <https://doi.org/10.25534/tuprints-00013555>

License:



CC-BY 4.0 International - Creative Commons, Attribution

Publication type: Book

Division: 16 Department of Mechanical Engineering  
16 Department of Mechanical Engineering

Original source: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/13555>

---

Beitrag zum Problem der Rollvorgänge in Druckmaschinen  
unter besonderer Berücksichtigung  
der visko-elastischen Eigenschaften von Walzenbelägen

Von der Fakultät für Maschinenbau  
an der Technischen Hochschule Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

DIPL.-ING. GÜNTER PFEIFFER

aus

Darmstadt

Berichterstatter:	Prof. Dr. Wolfram Eschenbach
Mitberichterstatter:	Prof. Dipl.-Ing. Karl R. Scheuter
Tag der Einreichung:	28. 11. 1969
Tag der mündlichen Prüfung:	23. 2. 1970



Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Institut für Druckmaschinen und Druckverfahren an der Technischen Hochschule Darmstadt.

Für die Anregung zu dieser Arbeit und für sein stetes Interesse daran, möchte ich meinem verehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. Wolfram Eschenbach, dem Gründer und ehemaligen Leiter des Instituts, meinen besonderen Dank aussprechen.

Ausdrücklich danke ich Herrn Professor Dipl.-Ing. Karl R. Scheuter, dem heutigen Leiter des Instituts, für die allzeit freundliche Förderung und tatkräftige Unterstützung meiner Arbeit.

Mein Dank gilt weiterhin allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts, die am Gelingen dieser Arbeit direkt oder indirekt beteiligt waren.

Der Firma Felix Böttcher, Köln, danke ich für die Bereitstellung aller für die Untersuchung benötigten Gummiwalzen.

Gedankt sei ferner der Forschungsgesellschaft Druckmaschinen e. V., der Arbeitsgemeinschaft Industrieller Forschungsvereinigungen (AIF) und dem Bundeswirtschaftsministerium für die finanzielle Unterstützung dieser Untersuchung.

Meinen Eltern

Hiermit erkläre ich an Eides Statt, daß ich  
die vorliegende Arbeit — abgesehen von den  
ausdrücklich genannten Hilfen — selbständig  
verfaßt habe.

Günter Pfeiffer

1. Teil

Textteil

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>Seite</b>
0. Verzeichnis und Erläuterung häufig verwendeter Symbole	9
<b>1. Einleitende Gedanken</b>	<b>12</b>
<b>2. Allgemeine Betrachtungen zum Rollvorgang</b>	<b>13</b>
2.1 Analyse der Rollvorgänge in Druckmaschinen	13
2.1.1 Funktion der Rollvorgänge	13
2.1.1.1 Der Druckvorgang	13
2.1.1.2 Das Walzenfarbwerk	15
2.1.1.3 Papierabrollung und Papieraufrollung	15
2.1.1.4 Papierzug und Papierführungselemente	15
2.1.2 Zusammenfassung der Rollsysteme zu einem übergeordneten Rollsystem	15
2.1.3 Systematik der Rollsysteme in Druckmaschinen	16
2.2 Die Behandlung der Rollsysteme in der Literatur	19
2.2.1 Methodische Betrachtung aller Rollsysteme	19
2.2.2 Gegenwärtiger Stand der Forschung	21
2.2.2.1 Der Rollvorgang zwischen zwei Metallwalzen	21
2.2.2.2 Rolluntersuchungen an Walzenkombinationen aus visko-elastischen Materialien	22
2.2.2.3 Betrachtungen zur Mehrschichtenwalze	23
2.3 Zusammenfassung und Aufgabenstellung	24
<b>3. Untersuchung der visko-elastischen Eigenschaften von Walzenbelägen aus Gummi und gummiähnlichen Kunststoffen</b>	<b>25</b>
3.1 Das visko-elastische Verhalten eines hochpolymeren Stoffes	25
3.1.1 Die Temperatur- und Zeitabhängigkeit des Elastizitätsmoduls	25
3.1.2 Veranschaulichung des visko-elastischen Verhaltens an Modellen aus Federn und Dämpfern	27
3.1.3 Die visko-elastischen Kenngrößen bei dynamischer Beanspruchung	30
3.2 Versuchseinrichtung zur Bestimmung des komplexen Elastizitätsmoduls und des Verlustfaktors von Walzenbelägen	36
3.2.1 Aufbau der Versuchseinrichtung	36
3.2.2 Arbeitsbereich und Kontrolle der Versuchsanlage	40
3.3 Versuchsergebnisse	44
3.3.1 Auswahl der untersuchten Belagmaterialien	44
3.3.2 Der Einfluß der Versuchsbedingungen auf die Meßergebnisse	44
3.3.3 Komplexer Elastizitätsmodul und Verlustfaktor von Presseurbelägen	46

3.3.4	Komplexer Elastizitätsmodul und Verlustfaktor von Farbwalzenbelägen	48
3.3.5	Mathematische Beschreibung der Frequenzabhängigkeit der visko-elastischen Kennwerte	50
3.3.6	Erweiterung des experimentell begrenzten Frequenzbereiches durch das Reduktionsverfahren	51
<b>4.</b>	<b>Theoretische Betrachtungen über den Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften der Belagmaterialien auf den Rollvorgang zweier Walzen</b>	<b>53</b>
4.1	Druckverteilung, Anpreßkraft und Rollmoment als Funktion der experimentell bestimmbar visko-elastischen Kennwerte	54
4.1.1	Berechnung der Spannungsverteilung in der Berührungszone anhand eines visko-elastischen Modellwerkstoffes	54
4.1.2	Ersatz der Elemente des Modellwerkstoffes durch die meßtechnisch ermittelbaren visko-elastischen Kennwerte	56
4.1.3	Der Einfluß des komplexen Elastizitätsmoduls und des Verlustfaktors auf die Druckverteilung in der Berührungszone und die Breite der Berührungszone	60
4.1.4	Der Einfluß des komplexen Elastizitätsmoduls und des Verlustfaktors auf Anpreßkraft, Tangentialkraft und Rollmoment	65
4.2	Die Auswirkungen einer Drehzahländerung auf den Rollvorgang	71
4.2.1	Die Einführung einer Funktion $f(\delta)$ für den Einfluß des Verlustfaktors	71
4.2.2	Die Materialeigenschaften der untersuchten Beläge A und B	71
4.2.3	Die wirksame Verformungsfrequenz beim Rollvorgang	72
4.2.4	Maximale Druckspannung und Berührungszonenbreite	73
4.2.5	Anpreßkraft, Tangentialkraft und Rollmoment	78
4.3	Die Auswirkung einer Achsabstandsänderung auf den Rollvorgang	84
4.3.1	Die Bedeutung der durch die Achsabstandsänderung hervorgerufenen Frequenzänderung	84
4.3.2	Maximale Druckspannung und Berührungszonenbreite	85
4.3.3	Anpreßkraft und Tangentialkraft	89
4.4	Die Rückverformung eines visko-elastischen Belagmaterials außerhalb der Berührungszone	94
4.4.1	Untersuchung der Rückverformung des Walzenbelages nach Verlassen der Berührungszone	94
4.4.2	Die Auswirkung der Rückverformung auf den Rollvorgang	97
<b>5</b>	<b>Experimentelle Rolluntersuchungen</b>	<b>99</b>
5.1	Versuchseinrichtung zur Bestimmung der den Rollvorgang beeinflussenden Faktoren	100

5.1.1	Aufbau des Versuchsaggregats	100
5.1.2	Grundsätzliche Überlegungen zu den Druckverteilungsmessungen in der Berührungszone	105
5.1.3	Spezielle Probleme bei Rolluntersuchungen	106
5.2	Untersuchung des Einflusses der Belagmaterialien auf den Rollvorgang	108
5.2.1	Der Einfluß der Drehzahl auf den Rollvorgang	108
5.2.1.1	Versuchsbeschreibung	108
5.2.1.2	Die Anpresskraft P in Abhängigkeit von der Drehzahl	108
5.2.1.3	Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Anpreßkraftverläufen	109
5.2.1.4	Die Tangentialkraft T in Abhängigkeit von der Drehzahl	111
5.2.1.5	Vergleich der gemessenen mit den berechneten Tangentialkräften	112
5.2.1.6	Zusammenfassende Bemerkungen zum Einfluß der Drehzahl auf den Rollvorgang	112
5.2.2	Die Auswirkungen einer Achsabstandsänderung auf den Rollvorgang	113
5.2.2.1	Versuchsbeschreibung	113
5.2.2.2	Vergleichsmessung zu den Drehzahlversuchen und Festlegung der wirksamen Verformungsfrequenz	113
5.2.2.3	Die Druckverteilung in der Berührungszone	115
5.2.2.4	Vergleich zwischen den berechneten und den gemessenen Berührungszonenbreiten	116
5.2.2.5	Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten maximalen Druckspannungen und Anpreßkräften	117
5.2.2.6	Die Tangentialkraft in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite $a_1$	118
5.2.2.7	Die Berührungszonenbreite in Abhängigkeit von der Anstellung	118
6.	<b>Zusammenfassung</b>	119
	Literaturverzeichnis	121
	Lebenslauf	124

## 2. Teil

Tabellen, Bilder und Diagramme zu den Versuchsergebnissen (Im Textteil sind diese mit einem (\*) angeführt)

## 0. Verzeichnis häufig verwendeter Symbole

$a_0$ (mm)	= Verschiebung der Wirkungslinie der Kraft $P$ von der Mittellinie zur Einlaufseite hin
$a_1$ (mm)	= halbe Berührungszonenbreite an der Einlaufseite bezogen auf die statische Mittellinie
$a_2$ (mm)	= halbe Berührungszonenbreite an der Auslaufseite bezogen auf die statische Mittellinie
$D_{abs}$	= Absolutbetrag der Dämpfung
$d$	= $\tan \delta$ = Verlustfaktor eines visko-elastischen Materials
$d_G$ (mm)	= Durchmesser der Gummiwalze
$d_{St}$ (mm)	= Durchmesser der Stahlwalze
$E$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Elastizitätsmodul eines metallischen Werkstoffes
$E^*$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Komplexer Elastizitätsmodul eines visko-elastischen Werkstoffes
$E'$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Dynamischer Elastizitätsmodul, Speichermodul
$E''$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Verlustmodul
$ E^* $ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Absolutbetrag des komplexen Elastizitätsmoduls
$E_1'$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Dynamischer Modul bei der Frequenz $f_1$
$E_1''$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Verlustmodul bei der Frequenz $f_1$
$E_{1A}$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Modul der Feder 1 des Modells A
$E_{2A}$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Modul der Feder 2 des Modells A
$E_{1B}$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Modul der Feder 1 des Modells B
$E_{2B}$ (kp/cm <sup>2</sup> )	= Modul der Feder 2 des Modells B
$(E')'$	= Ableitung des dynamischen Moduls nach $\omega$
$(E'')'$	= Ableitung des Verlustmoduls nach $\omega$
$f(\delta)$	= Funktion, die den Einfluß des Phasenwinkels $\delta$ erfaßt



$f(\delta)_a$	= Funktion für den Einfluß des Phasenwinkels $\delta$ auf die Verkürzung der Berührungszonenbreite an der Auslaufseite
$f(\delta)_{a_0}$	= Funktion für den Einfluß des Phasenwinkels $\delta$ auf die Verschiebung der Wirkungslinie der Kraft P zur Einlaufseite hin
$f(\delta)_P$	= Funktion für den Einfluß von $\delta$ auf die Anpreßkraft P
$f(\delta)_T$	= Funktion für den Einfluß von $\delta$ auf die Tangentialkraft T
$f(\delta)\sigma_{\max}$	= Funktion für die maximale Druckspannung in der Berührungszone
k	= Werkstoffkenngröße für die Rückverformung des Walzenbelages außerhalb der Berührungszone
M (cmkp)	= Rollmoment zur Überwindung der visko-elastischen Verluste
$M_A$ (cmkp)	= Moment der Kraft P um den Punkt A
n (1/sec)	= Drehzahl der Stahlwalze
$n_G$ (1/sec)	= Drehzahl der Gummiwalze
P (kp/cm)	= Kraft, mit der die Walzen gegeneinandergepreßt werden. Die Kraft wird auf 1 cm Walzenlänge bezogen
s (mm)	= Anstellung zweier Walzen
T (kp/cm)	= Tangentialkraft auf 1 cm Walzenlänge bezogen
t (sec)	= Zeit
$t_0$	= Zeitpunkt, zu dem die Verformung in der Berührungszone beginnt
$t_a$	= Zeitpunkt der maximalen Deformation in der Berührungszone
$t_i$	= Zeitpunkt, zu dem eine Verformung aufgebracht wird
$t'$	= Zeitpunkt, an dem die Druckkraft zu Null wird
u	= Exponent der Potenzfunktion für die Frequenzabhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls

$v$	=	Exponent der Potenzfunktion für die Frequenzabhängigkeit des Verlustfaktors
$x$	=	Exponent der Potenzfunktion für die Frequenzabhängigkeit des Verlustmoduls
$X$	=	Zusammenfassende Bezeichnung für alle mit dem Rollvorgang verbundenen Größen
$z$	=	Werkstoffkenngröße für die Verformung des Walzenbelages innerhalb der Berührungszone
$\delta$	=	Phasenwinkel zwischen Dehnung und Spannung
$\varepsilon$	=	Dehnung
$\varepsilon_a$	=	Amplitude der Dehnung
$\varepsilon_0$	=	Restdehnung bei der Spannung Null
$\varepsilon_m$	=	Mittelverformung, Mitteldehnung
$\eta$ (g/cm sec)	=	Zähigkeit
$\eta_{1A}$ (g/cm sec)	=	Zähigkeit des Dämpfers im Modell A
$\eta_{2B}$ (g/cm sec)	=	Zähigkeit des Dämpfers im Modell B
$\vartheta$ (°C)	=	Temperatur
$\sigma$ (kp/cm <sup>2</sup> )	=	Spannung
$\sigma_a$ (kp/cm <sup>2</sup> )	=	Spannungsamplitude
$\sigma_m$ (kp/cm <sup>2</sup> )	=	Mittelspannung
$\sigma_{\max}$ (kp/cm <sup>2</sup> )	=	Maximale Druckspannung
$\tau_{1A}$ (sec)	=	Relaxationszeit des Modells A
$\tau_{2B}$ (sec)	=	Retardationszeit des Modells B

## 1. EINLEITENDE GEDANKEN

Walzen, die aufeinander oder auf einer Ebene abrollen, sind wesentliche Konstruktionsmerkmale jeder Druckmaschine. Für diese Walzenkombinationen ist es charakteristisch, daß mindestens eine der beiden Walzen mit einem weichelastischen Belag beschichtet ist, dessen Beschaffenheit je nach Aufgabe sehr unterschiedlich sein kann. Es gelangen homogene Kunststoff- und Gummibeläge, Beläge aus Gummi mit einvulkanisiertem Gewebe sowie Beläge, die aus mehreren Papierschichten bestehen, zum Einsatz. Betrachtet man die Auf- und Abrollung der Papierbahn sowie die Führung einer Papierbahn um eine Papierleitwalze ebenfalls als Rollvorgänge, so wird offensichtlich der ganze Funktionsablauf des Druckens durch Rollvorgänge bestimmt.

Die klassische Walzenkombination – bestehend aus zwei Metallwalzen, die aufeinander abrollen – ist wegen ihrer Bedeutung für die Technik, insbesondere für Lagerkonstruktionen, am gründlichsten erforscht. Beginnend mit den grundlegenden Gleichungen von HERTZ (1) ist die theoretische Behandlung mit den Arbeiten von BUFLER (2) voraussichtlich zu einem vorläufigen Abschluß gekommen. Die Walzenkombination Metallwalze-Gummiwalze bzw. Metallwalze-gummibeschichtete Stahlwalze ist im wesentlichen experimentell untersucht worden. Im speziellen Fall des Reibradgetriebes hat BAUERFEIND (3) eine umfassende Arbeit veröffentlicht. Die Bedeutung des Walzenbelages für den Rollwiderstand hat FUNK (4) schon im Jahre 1938 in seiner Dissertation „Triebkraft und Drehmoment bei Hochdruck-Rotationsmaschinen“ erkannt. Obwohl die Werkstoffeigenschaften der Walzenbeläge für alle Rollvorgänge, die dem Druckprozeß zugrunde liegen, von entscheidendem Einfluß sind, liegen meines Wissens keine Versuche vor, ihr dynamisches Verhalten zu erfassen. Das hat zur Folge, daß viele Resultate drucktechnischer Untersuchungen insofern unbefriedigend sind, als in den Ergebnissen die unbekannten Eigenschaften des verwendeten Belagmaterials mit-enthalten sind, und somit keine allgemein gültigen Erkenntnisse gewonnen wurden.

In dieser Arbeit wird der umgekehrte Weg beschritten. Ausgangspunkt ist die zentrale Bedeutung des Rollvorgangs für die Drucktechnik. Entsprechend der Wichtigkeit des Belagmaterials für den Rollvorgang, wird zuerst das Verhalten von Walzenbelägen bei dynamischer Beanspruchung untersucht. Zur Charakterisierung der Belagmaterialien werden die visko-elastischen Kenngrößen, wie in der Physik der Hochpolymere üblich, herangezogen. Ausgehend von einer einfachen Modellvorstellung eines visko-elastischen Materials, wird eine mathematische Beziehung hergeleitet, die nur die experimentell bestimmten Größen enthält und die Vorgänge in der Berührungszone qualitativ wiedergibt.

Anschließend werden Rollversuche an einem Zweiwalzensystem beschrieben, bei denen der Einfluß der Belagmaterialien erfaßt wird. Aufgrund der hierbei gewonnenen Einsichten können Aussagen über spezielle drucktechnische Auswirkungen gemacht werden.

## **2. Allgemeine Betrachtungen zum Rollvorgang**

Eine Untersuchung, die es sich zur Aufgabe gemacht hat, das Wissen über die Rollvorgänge in Druckmaschinen zu vertiefen, muß zunächst mit der Analyse dieser Rollvorgänge beginnen. Hierbei wird unterschieden zwischen dem Rollvorgang, der das dynamische Verhalten und die Funktion in der Druckmaschine beschreibt, und dem Rollsystem, das den mechanischen Aufbau und die am Rollvorgang beteiligten Elemente beinhaltet. Bei einer zusammenfassenden Betrachtung der Rollvorgänge treten die Unterschiede, die schon Gegenstand vieler drucktechnischer Einzeluntersuchungen gewesen sind, in den Hintergrund, und das Gemeinsame wird offenbar. So wird es möglich, alle in Druckmaschinen vorkommenden Rollsysteme in einem übergeordneten Rollsystem zusammenzufassen. Bei einer vergleichenden Betrachtung der Gesamtheit der technisch realisierbaren Rollsysteme, kann das übergeordnete Rollsystem eindeutig eingruppiert werden.

### **2.1 Analyse der Rollvorgänge in Druckmaschinen**

Die Aufgaben, die die Rollvorgänge in der Druckmaschine erfüllen, sind sehr unterschiedlich. Meistens handelt es sich nicht um ein einfaches Abrollen zweier glatter Walzen mit trockenen Oberflächen, sondern zwischen den Walzen befinden sich Farbe oder Papier oder beides. Weiterhin kann die Oberfläche unregelmäßige Vertiefungen aufweisen, die am Rollvorgang nicht teilnehmen. Man muß sich jedoch darüber klar werden, daß diese Abweichungen von der idealen Zylinderform nur Modifikationen eines elementaren Rollsystems sind, das aus zwei glatten Walzen besteht, und bei dem die Reibungsverhältnisse in der Berührungszone zwischen den zwei Grenzfällen des vollkommenen Haftens und des vollkommenen Gleitens liegen. Eine Untersuchung spezieller Probleme kann erst dann allgemein gültige Ergebnisse liefern, wenn das Verhalten des zugrunde liegenden elementaren Rollsystems eindeutig bestimmt ist.

#### **2.1.1 Funktion der Rollvorgänge**

##### **2.1.1.1 Der Druckvorgang**

Die Druckmaschine hat die Aufgabe, mittels einer Druckform ein Farbre Relief auf den Bedruckstoff zu übertragen. Bei den klassischen Druckverfahren, dem Hochdruck, dem Tiefdruck und dem Flachdruck, muß der Bedruckstoff gegen die eingefärbte Druckform gepreßt werden. Für den einfachsten Druckvorgang sind demnach die Druckform mit dem Farbre Relief, der Bedruckstoff und der Gegendruckkörper erforderlich. Das Drucken erfolgt entweder zwischen zwei Ebenen oder zwischen Zylinder und Ebene oder zwischen zwei Zylindern. Da auch beim Druck zwischen zwei Ebenen die Berührung in der Praxis jeweils an einem Rande beginnen wird, können alle Druckvorgänge als Rollvorgänge aufgefaßt werden. Die Durchmesser der beiden Walzen sind beim Druck zwischen zwei Platten als unendlich groß zu betrachten. Da die Druckform im allgemeinen aus metallischen Werkstoffen besteht, wird das Gegendruckelement mit einem weichelastischen Material belegt, das die Aufgabe hat, die Ungleichmäßigkeiten der Druckformoberfläche und die Exzentrizität von Druckform- und Gegendruckzylinder auszugleichen.

In Bild 2.1 wird der Funktionsablauf der drei Hauptdruckverfahren schematisch dargestellt. Beim Hochdruck sind die druckenden Elemente, die das Farbre Relief tragen, erhaben angeordnet. In der Berührungszone von Druckform und Gegendruckzylinder

wird die Druckfarbe an den Bedruckstoff abgegeben. Das Tiefdruckverfahren verwendet als druckende Elemente Nöpfchen, die in den Formzylinder eingelassen sind. Die Farbe in den Nöpfchen wird in der Berührungszone auf den Bedruckstoff übertragen. Beim Flachdruckverfahren liegen druckende und nichtdruckende Elemente praktisch in einer Ebene. Die Farbe gelangt beim ersten Rollvorgang auf den Gummizylinder und von dort mittels eines zweiten Rollvorgangs auf den Bedruckstoff.

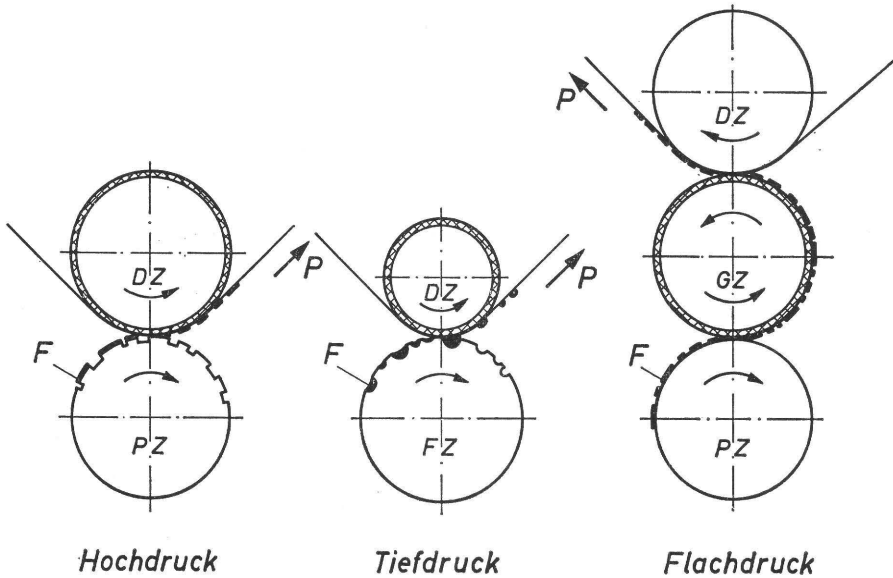


Bild 2.1 Schematische Darstellung der Hauptdruckverfahren

FZ = Formzylinder; DZ = Druckzylinder,  
GZ = Gummizylinder; PZ = Plattenzylinder;  
F = Farbe; P = Papier

Aus drucktechnischer Sicht handelt es sich bei den hier beschriebenen drei Druckverfahren um unterschiedliche Arbeitsprozesse. Allen gemeinsam ist jedoch der Farbübertragungsvorgang, der immer mit einem Rollvorgang zwischen einer im allgemeinen starren Metallwalze (Druckform) und einer mit einem weichelastischen Material beschichteten Gegendruckwalze verbunden ist. Läßt man zunächst den Einfluß von Druckform, Farbe und Bedruckstoff unberücksichtigt – die Oberflächen der beiden Walzen sind dann glatt und trocken – so ist dieser elementare Rollvorgang vollkommen bestimmt, falls die Kräfte zwischen den Walzen, die Breite der Berührungszone, die Druck- und Tangentialkraftverteilung in der Berührungszone, bekannt sind. Da der Stahlkern der Gegendruckwalze und der Druckformzylinder im Vergleich zu dem weichelastischen Belag als starr angenommen werden können, werden die obengenannten Größen allein durch die Eigenschaften des Walzenbelages festgelegt. Die drucktechnisch entscheidenden Faktoren, Ausbildung der Druckform, Farbe und Bedruckstoff, verändern diesen elementaren Rollvorgang. Ihr Einfluß erstreckt sich im wesentlichen auf die Oberflächenbedingungen, d.h. die Reibungsverhältnisse in der Berührungszone der beiden Walzen.

#### 2.1.1.2 Das Walzenfarbwerk

Die Farbwerke von Hoch- und Flachdruckmaschinen bestehen im wesentlichen aus einem System von Stahl- und Gummiwalzen, die wechselseitig aufeinander abrollen. Auf den Oberflächen der Walzen befindet sich die Druckfarbe, die jeweils in der Berührungszone zweier Walzen zusammengeführt und beim Verlassen wieder gespalten wird. Hierdurch entsteht ein gleichmäßiger Farbfilm, der bei einem weiteren Rollvorgang die Druckform einfärbt. Das Rollsystem setzt sich aus einer starren Stahlwalze und einer mit einem weichelastischen Belag beschichteten Gegenwalze, der Farbwalze, zusammen.

#### 2.1.1.3 Papieraufrollung und Papierabrollung

Zum Bremsen der ablaufenden Papierbahn verwendet man bei Abrollsystemen häufig Gurte oder Bänder. Hier muß der Begriff des Rollvorgangs erweitert werden; der Gegenwalze entspricht ein endlos umlaufendes Band. Die bei diesem System interessierenden Größen, die Druckverteilung und Tangentialkraftverteilung in der Kontaktzone, der Schlupf zwischen Gurt und Papierrolle, sind die gleichen, wie beim Rollvorgang zweier Walzen.

Bei einigen Aufwicklungssystemen wird die auflaufende Papierbahn durch eine Gummiwalze oder Stahlwalze gegen die Papierrolle gedrückt. Dieses Rollsystem erfordert die Erfassung des zeitlich sich ändernden Durchmessers der Papierrolle und des sich mit dem Durchmesser ändernden wirksamen Elastizitätsmoduls der Papierrolle.

#### 2.1.1.4 Papierzug und Papierführungselemente

Die Zugwalzen haben die Aufgabe, in den Rotationsmaschinen eine oder mehrere Papierbahnen unter klar definierten Spannungen durch die Druckmaschine zu führen. Dieses Rollsystem besteht aus einer angetriebenen Stahlwalze, gegen die die Papierbahn durch eine oder mehrere Gegenwalzen gedrückt wird.

Neben den Zugwalzen dienen Papierleitwalzen der Papierbahnführung. Letztere werden durch Reibung der Papierbahn angetrieben und verursachen eine Erhöhung der Bahnspannung. Es liegt nahe, auch dieses System als Rollsystem aufzufassen. Die Papierbahn wird zur Gegenwalze mit negativem Krümmungsradius.

Diese Betrachtungsweise könnte sich bei der Ermittlung der bedruckten Papierlänge als sehr erfolgreich herausstellen. Der Druckvorgang erfolgt in einem doppelten Rollsystem; auf der einen Seite rollt die Druckform auf der Papierbahn ab, auf der anderen Seite rollt die Papierbahn auf dem Gegendruckzylinder ab.

#### 2.1.2 Zusammenfassung der Rollsysteme zu einem übergeordneten Rollsystem

Alle Rollsysteme, die in Druckmaschinen auftreten, können zu einem übergeordneten Rollsystem zusammengefaßt werden.

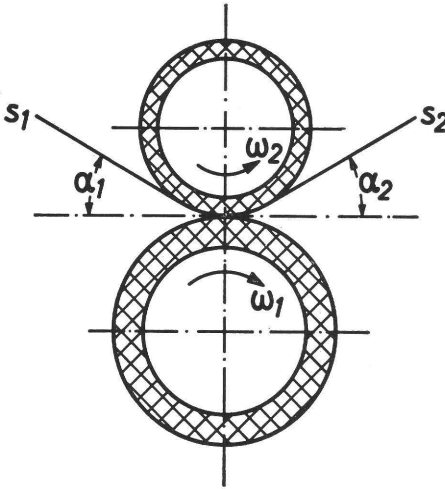


Bild 2.2 Übergeordnetes Rollsystem

Bild 2.2 zeigt den Aufbau des übergeordneten Rollsystems. Zwischen zwei Walzen mit starren Kernen und weichelastischen Belägen befinden sich eine oder mehrere Bahnen des Bedruckstoffes. Die Bahnen laufen mit der Spannung  $S_1$  unter dem Winkel  $\alpha_1$  in die Walzen ein und mit der Spannung  $S_2$  unter dem Winkel  $\alpha_2$  aus den Walzen heraus. Auf der Oberfläche der Walzen befindet sich die Druckfarbe. Die Walzen drehen sich mit den Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_1$  und  $\omega_2$ . Durch nähere Beschreibung der Einzel-elemente und Festlegung bestimmter Bedingungen lassen sich alle in Druckmaschinen vorkommenden Rollsysteme darstellen.

Ist das Verhalten des Rollsystems in Bild 2.2 vollkommen bestimmt, d. h. sind alle dort aufgeführten Elemente und ihr Einfluß auf den Rollvorgang mathematisch erfaßt, so sind damit alle in Druckmaschinen vorkommenden Rollprobleme gleichzeitig gelöst. Der Übergang von System zu System erfolgt durch spezielle Übergangsbedingungen. Man kommt beispielsweise von einer gummibeschichteten Walze zu einer starren Walze durch die Bedingung eines gegen unendlich gehenden Elastizitätsmoduls.

### 2.1.3 Systematik der Rollsysteme in Druckmaschinen

Ausgehend vom übergeordneten Rollsystem, kann eine Gliederung der in Druckmaschinen üblichen Rollpaarungen vorgenommen werden. Grundlage dieser Systematik ist der mechanische Aufbau des Rollsystems und die Art des Antriebs.

Erstes Kriterium ist der Walzenbelag, da er den Rollvorgang entscheidend beeinflusst und das elementare Rollsystem bestimmt. Ein Walzenbelag aus mehreren Schichten stellt das kompliziertere Rollsystem dar.

Zweites Kriterium ist die Oberflächenbeschaffenheit der Walzen. Sie kann glatt oder rauh sein und erhabene oder vertiefte Elemente enthalten. Sie wirkt sich im wesentlichen auf die Vorgänge in den Randfasern des Walzenbelages aus und verändert die Reibungsverhältnisse.

Drittes Kriterium ist die Druckfarbe auf der Oberfläche der Walzen. Sie beeinflusst die Reibung in der Berührungszone.

Viertes Kriterium ist der Antrieb des Walzensystems. Entweder werden beide Walzen angetrieben, oder eine Walze geht durch Reibung in der Berührungszone mit.

Anwendung		Walze 1					Walze 2				
		BEZEICHNUNG	BELAG	OBERFLÄCHE	FARBE	ANTRIEB	BEZEICHNUNG	BELAG	OBERFLÄCHE	FARBE	ANTRIEB
I	Flachdruck	Gummizylinder	Gummituch	glatt	Farbrelief	Getriebe	Gummizylinder	Gummituch	glatt	Farbrelief	Getriebe
	Flachdruck	Gummizylinder	Gummituch	glatt	Farbrelief	Getriebe	Plattenzylinder	./.	glatt	Farbrelief	Getriebe
	Flachdruck	Gummizylinder	Gummituch	glatt	Farbrelief	Getriebe	Druckzylinder	./.	glatt	Farbrelief	Getriebe
	Indirekter Hochdruck	Gummizylinder	Gummituch	glatt	Farbrelief	Getriebe	Druckzylinder	./.	glatt	./.	Getriebe
	Indirekter Hochdruck	Gummizylinder	Gummituch	glatt	Farbrelief	Getriebe	Plattenzylinder	./.	erhabene Druckelemente	Farbrelief	Getriebe
II	Hochdruck	Druckzylinder	Aufzug	glatt	./.	Getriebe	Plattenzylinder	./.	erhabene Druckelemente	Farbrelief	Getriebe
III	Papierzug	Gummizylinder	Gummibelag	glatt	./.	Getriebe	Gummizylinder	Gummibelag	glatt	./.	Reibung
	Tiefdruck	Presseur	Gummibelag	glatt	./.	Reibung	Formzylinder	./.	vertiefte Näpfchen	Farbe	Getriebe
	Rotationsfarbwerk	Farbwalze	Gummibelag	glatt	Farbfilm	Reibung	Stahlreiber	./.	glatt	Farbfilm	Getriebe
	Rotationsfarbwerk	Auftragwalze	Gummibelag	glatt	Farbfilm	Reibung	Plattenzylinder	./.	erhabene Druckelemente	Farbrelief	Getriebe
	Anilindruck	Formzylinder	erhabene Druckelemente aus Gummi		Farbrelief	Getriebe	Druckzylinder	./.	glatt	./.	Getriebe
	Papierzug	Gegendruckwalze oder Rollen	Gummibelag	glatt	./.	Reibung	Zugwalze	./.	glatt oder geriffelt	./.	Getriebe
IV	Papierzug	Zugwalze	./.	geriffelt	./.	Getriebe	Zugwalze	./.	geriffelt	./.	Getriebe
	Papierführung	Papierleitwalze	./.	glatt	./.	Reibung	./.	./.	./.	./.	./.
V	Aufrollung	Gummiwalze	Gummibelag	glatt	./.	Getriebe	Papierrolle	Papier	glatt	./.	Reibung
	Aufrollung	Stahlwalze	./.	glatt	./.	Getriebe	Papierrolle	Papier	glatt	./.	Reibung
	Abrollung	Gummigurt	Gummi	glatt oder geriffelt	./.	Getriebe	Papierrolle	Papier	glatt	./.	Reibung

Bild 2.3 Gliederung der Rollsysteme in Druckmaschinen



Für jede Walze muß nach diesen Kriterien eine Aussage gemacht werden. Die Papierbahn, die sich zwischen den Walzen befindet, ist getrennt zu erfassen. Hier sind die Anzahl der Papierbahnen, die Umschlingungswinkel und die Papierspannungen von Bedeutung.

Bild 2.3 zeigt die systematische Gliederung aller Rollsysteme in Druckmaschinen. Vom Belag her gesehen, können fünf Hauptgruppen unterschieden werden.

1. Gruppe: Der Walzenbelag ist ein Gummituch. Es besteht aus mehreren Gummischichten, in die Gewebelagen einvulkanisiert sind.
2. Gruppe: Der Walzenbelag wird als Aufzug bezeichnet und setzt sich aus mehreren Lagen Papier zusammen, zwischen denen sich meistens noch ein dünnes Gummituch befindet.
3. Gruppe: Der Walzenbelag ist homogen. Es werden Gummi und gummiähnliche Kunststoffe verwendet.
4. Gruppe: Der Walzenbelag fehlt ganz. Die Papierbahn rollt direkt auf der Metallwalze ab.
5. Gruppe: In dieser Gruppe wurden Abwicklungs- und Aufwicklungssysteme zusammengefaßt. Der Durchmesser der Papierrolle verkleinert oder vergrößert sich. Der wirksame Elastizitätsmodul und damit die Belagkenngröße ändert sich kontinuierlich.

Den meisten Rollsystemen in Bild 2.3 liegt ein elementares Rollsystem zugrunde, das aus einer starren Stahlwalze und einer zweiten mit einem weichelastischen Belag beschichteten Gegenwalze besteht. Will man Aussagen über die Rollvorgänge in Druckmaschinen machen, so muß erst dieses elementare Rollsystem vollständig erforscht sein.

## 2.2 Die Behandlung von Rollsystemen in der Literatur

Die in Druckmaschinen verwendeten Rollsysteme umfassen nur einen speziellen Teil der in der Technik gebräuchlichen Rollpaarungen. Um den Anschluß an schon vorhandene Untersuchungen und Ergebnisse zu gewinnen, folgt zunächst ein Überblick über die Gesamtzahl aller möglichen Rollsysteme.

### 2.2.1 Methodische Betrachtung aller Rollsysteme

Jedes elementare Rollsystem besteht aus zwei Walzen, die aufeinander abrollen. Die Oberflächen der Walzen sind glatt und trocken. Die Bezeichnung 'elementares Rollsystem' wurde gewählt, um zu charakterisieren, daß nur die beiden Walzen ohne äußere Einflüsse, wie Schmiermittel und andere Zwischensubstanzen, erfaßt werden.

Die Grundeinteilung ergibt sich aus dem geometrischen Aufbau der Walzen. Jede Walze ist entweder aus einem homogenen Werkstoff oder aus mehreren kreisringförmig angeordneten Materialien zusammengesetzt. In der Darstellung werden jeweils nur zwei Schichten wiedergegeben.

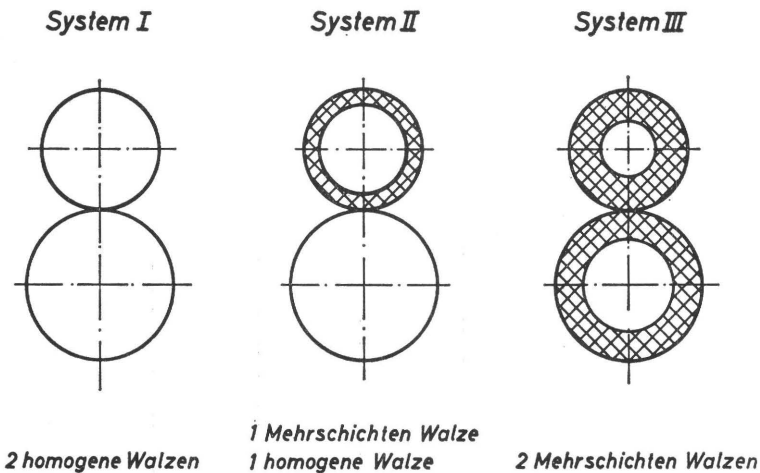


Bild 2.4 Geometrischer Aufbau der drei Grundsysteme

Bild 2.4 zeigt die sich aus dem geometrischen Aufbau der Walzen ergebenden drei Grundsysteme. System I besteht aus zwei homogenen Walzen, System II aus einer homogenen und einer Mehrschichtenwalze und System III aus zwei Mehrschichtenwalzen.

Die drei Grundsysteme können unter Berücksichtigung des Werkstoffes weiter untergliedert werden. Grundsätzlich ist zu unterscheiden zwischen Metallen, die sich rein elastisch verhalten und zwischen Gummi und gummiähnlichen Kunststoffen, deren Verhalten als visko-elastisch bezeichnet wird. Verwendet man zur Charakterisierung der Walzen den Elastizitätsmodul ihres Materials, für Metalle den Elastizitätsmodul  $E$  und für Kunststoffe den komplexen Elastizitätsmodul  $E^*$ , so ergeben sich folgende fünf Walzentypen:

- E Homogene Walze aus metallischem Werkstoff
- E/E Walze aus zwei oder mehr kreisringförmig angeordneten metallischen Werkstoffen
- E\* Homogene Walze aus visko-elastischem Werkstoff
- E\*/E\* Walze aus zwei oder mehr kreisförmig angeordneten visko-elastischen Werkstoffen
- E/E\* Walze aus einem vergleichsweise starren Metallkern mit einem oder mehreren kreisringförmig angeordneten visko-elastischen Werkstoffen

Rein methodisch existiert noch ein Walzentyp E\*/E mit visko-elastischem Kern und metallischen Kreisringen. Außerdem sind Walzen aus mehreren elastischen und visko-elastischen Ringen möglich. Die weitere Betrachtung beschränkt sich jedoch auf die obengenannten fünf Grundtypen.

Führt man die fünf Walzentypen in die drei Grundsysteme ein, so ergeben sich die in Bild 2.5 zusammengestellten Rollsysteme.

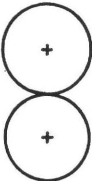
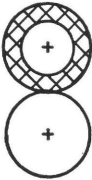
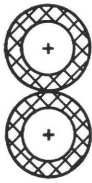
Grundsystem	rein elastisch	Eine Walze mindestens eine viskoelastische Schicht				Jede Walze mindestens eine viskoelastische Schicht		rein viskoelastisch
	A	B	C	D	E	F	G	
I 	E	$E^*$					$E^*$	
	E	E					$E^*$	
II 	E/E	E/E	$E/E^*$	$E^*/E^*$		$E/E^*$	$E^*/E^*$	
	E	$E^*$	E	E		$E^*$	$E^*$	
III 	E/E		$E/E^*$	$E^*/E^*$	$E/E^*$	$E/E^*$	$E^*/E^*$	
	E/E		E/E	E/E	$E/E^*$	$E^*/E^*$	$E^*/E^*$	

Bild 2.5 Gliederung der elementaren Rollsysteme

Die Aufgliederung zeigt deutlich die beiden grundlegenden Problemstellungen. Ausgehend von dem einfachsten Rollsystem – zwei Metallwalzen, die aufeinander abrollen – führt die senkrechte Spalte A bei rein elastischen Werkstoffen zu den Mehrschichtenwalzen, während die waagrechte Spalte I die Werkstoffvariation berücksichtigt. Die Walzenkombinationen werden um so komplizierter, je weiter rechts und je weiter unten sie in der Tabelle angeordnet sind. Dementsprechend gilt umgekehrt, daß bei bekannter mathematischer Lösung eines Rollsystems, alle links und oberhalb angeordneten Rollsysteme ebenfalls gelöst sind. Ist eine Berechnung des Rollsystems III G möglich, so können auch alle in Bild 2.5 aufgeführten Rollsysteme mathematisch beschrieben werden.

Die Bedeutung dieser 15 Rollsysteme für die Technik ist unterschiedlich. System I A – zwei Metallwalzen, die aufeinander abrollen – stellt das eigentliche Grundsystem dar. Es wird verwirklicht in Lagerkonstruktionen und umfaßt auch den Rollvorgang zwischen Rad und Schiene. Entsprechend seiner häufigen Anwendung, liegt hier die umfangreichste Literatur vor. System II C – eine Gummi- oder Kunststoffwalze mit vergleichsweise starrem Stahlkern, die auf einer Stahlwalze abrollt – wird in Förder-systemen und Reibradgetrieben realisiert. Dieses System beinhaltet auch die meisten in Druckmaschinen eingesetzten Rollpaarungen. Für Druckmaschinen und bestimmte Förderprobleme ist weiterhin das System III E – zwei Walzen mit Metallkernen und weichelastischen Belägen – von praktischem Interesse. Über Walzen mit Metallkern und visko-elastischem Belag sind im wesentlichen experimentelle Untersuchungen durchgeführt worden.

### 2.2.2 Gegenwärtiger Stand der Forschung

Ausgehend von der allgemeinen Gliederung der Rollsysteme, erfolgt die Literaturübersicht in drei Problemkreisen. Zunächst werden Arbeiten über homogene Walzen bei rein elastischen und danach bei visko-elastischen Werkstoffen aufgeführt. Dann schließt sich ein Überblick über das Problem der Mehrschichtenwalze bei rein elastischen und visko-elastischen Werkstoffen an.

#### 2.2.2.1 Der Rollvorgang zwischen zwei Metallwalzen

Drückt man zwei Walzen längs einer Mantellinie gegeneinander, so entsteht eine Abplattung des ursprünglich kreisförmigen Querschnitts. Rollen die beiden Walzen noch zusätzlich aufeinander ab, so werden an der auflaufenden Seite fortwährend neue Verformungen erzwungen, die sich an der auslaufenden Seite wieder rückbilden.

Die ersten grundlegenden Arbeiten über dieses Problem wurden 1881 von HERTZ (1) durchgeführt. Er beschäftigte sich mit den Verhältnissen in der Berührungszone zweier gekrümmter elastischer Körper aus demselben Werkstoff. Seine Gleichungen geben die Möglichkeit, die Druckverteilung in der Berührungszone, die Breite der Berührungszone sowie die Beanspruchung im Inneren der Walzen zu erfassen. In der Berührungszone treten in dem von HERTZ untersuchten statischen Fall keine Schubspannungen auf.

Der Rollvorgang zwischen zwei Metallwalzen wurde ausführlich von FROMM (5) behandelt. Er untersuchte die Übertragung von Tangentialkräften in der Berührungszone und den hierbei auftretenden Schlupf. FROMM unterscheidet zwischen Gleit- und Haftgebieten. Eine genaue Einteilung erfolgt jedoch noch nicht. Für den Fall gleicher Werk-

stoffe ergibt sich wieder die HERTZ'sche Druckverteilung. Die Tangentialkräfte bleiben auf die Druckverteilung ohne Einfluß.

Weitere Arbeiten liegen von PORITZKY (6), FÖPPL (7) und HEINRICH (8) vor. Mit den Untersuchungen von BUFLER (2, 9) ist die Behandlung des Rollens zweier elastischer Walzen zu einem vorläufigen Abschluß gekommen.

Für Walzen aus gleichen Werkstoffen sind die Druck- und Schubspannungsverteilung in der Berührungszone mathematisch erfaßt. Für Walzen aus verschiedenen Werkstoffen liegen Lösungen nur für die Sonderfälle des vollkommenen Haftens und des vollkommenen Gleitens vor.

#### 2.2.2.2 Rolluntersuchungen an Walzenkombinationen aus visko-elastischen Materialien

REYNOLDS (10) untersuchte den Rollvorgang zwischen Walze und Ebene, wobei er entweder eine Gummiwalze auf einer Metallebene oder eine Metallwalze auf einer Gummiebene abrollen ließ. Die Berührungszone wird in ein Haftgebiet in der Mitte und in zwei Gleitgebiete an den Seiten eingeteilt. Die Oberflächenelemente des Gummis sind im Haftgebiet gedehnt, und dementsprechend legt eine Gummiwalze, die auf einer Metallebene abrollt, einen größeren Weg zurück als es ihrem Umfang entspricht. Rollt eine Stahlwalze auf einer Gummiebene, so wird der zurückgelegte Weg der Stahlwalze kleiner als es ihrer geometrischen Abwicklung entspricht. Überträgt man dies auf den Rollvorgang zwischen einer Stahl- und einer Gummiwalze, dann folgt: Treibt die Stahlwalze die Gummiwalze, so dreht sich die Gummiwalze langsamer als es dem Übersetzungsverhältnis der unverformten Durchmesser entspricht. Treibt die Gummiwalze die Stahlwalze, so dreht sich die Stahlwalze schneller als es dem Durchmesser-verhältnis entspricht.

Diese Überlegungen werden durch die Messungen von BORCHARDT (11) und BAUER-FEIND (3) bestätigt und behalten ihre Gültigkeit, solange die übertragenen Tangentialkräfte sehr klein sind.

Zur Erfassung des zur Aufrechterhaltung der Drehbewegung erforderlichen Rollmoments zieht FUNK (4) die Eigenschaften des Belagmaterials heran. Er erkennt schon in seiner 1938 erschienenen Dissertation, daß der Rollwiderstand allein auf die viskosen Verluste in den Belagsmaterialien zurückgeführt werden muß. FUNK betrachtet die Auswirkungen des visko-elastischen Verhaltens der Belagsmaterialien auf die Druckverteilung, hat jedoch noch keine Möglichkeit, die visko-elastischen Eigenschaften klar zu erkennen und zu definieren.

Unabhängig von FUNK kommen auch TABOR (12,13) und EVANS (14) zu dem Ergebnis, daß die Rollreibung durch die visko-elastischen Verluste in den aufeinander abrollenden Körpern verursacht wird. FLOM (15) geht auf die Abhängigkeit der visko-elastischen Eigenschaften von der Temperatur und der Verformungsgeschwindigkeit ein und zeigt, daß sich dementsprechend auch der Rollwiderstand ändert. MAY, MORRIS und ATACK (16) berechnen die Rollreibung anhand eines Modells aus Federn und Dämpfern. Das visko-elastische Verhalten wird durch ein Maxwell-Element aus Feder und Dämpfer und einer dazu parallel geschalteten Feder charakterisiert. HUNTER (17) und MORLAND (18,19) behandeln die Rollreibung unter der Annahme eines

Relaxationszeitspektrums eines visko-elastischen Materials. Ihre theoretischen Überlegungen setzen voraus, daß in der Berührungszone keine Tangentialkräfte wirksam sind.

### 2.2.2.3 Betrachtungen zur Mehrschichtenwalze

Über die Beanspruchung bei der Berührung zweier Walzen, die aus mehreren ringförmig angeordneten Schichten bestehen, liegen noch keine Ergebnisse vor. Hier sind erste Untersuchungen (20) im Gange, den Beanspruchungszustand einer einzelnen Walze zu erfassen.

Für einen Sonderfall — eine Stahlwalze wird gegen eine zweite mit einem dünnen Belag beschichtete Walze gepreßt — hat HANNAH (21) eine Lösung angegeben. Der Walzenbelag wird als rein elastischer Werkstoff angesehen; Stahlkern und Gegendruckwalze sind vergleichsweise starr und werden bei der Beanspruchung nicht verformt. Unter dieser Voraussetzung betrachtet HANNAH den Walzenbelag als Balken, auf den eine Druckverteilung einwirkt. Auf der Unterseite wird als Randbedingung festgelegt, daß keine vertikalen und horizontalen Dehnungen stattfinden dürfen. Die Lösungen für die Druckverteilung und die Berührungszonenbreite enthalten Serien von  $\cos$ -Gliedern, die langsam konvergieren und nur mittels eines Computers berechnet werden können. PARISH (22,23) verwendet für die Berechnung der Druckverteilung und des Schlupfes die Ansätze HANNAH's. Die bis heute umfangreichste Bearbeitung dieser Gleichungen führte MILLER (24,25) durch. Er behandelte insbesondere den Einfluß der Querkontraktionszahl auf die Druckverteilung.

Obwohl die auf HANNAH zurückgehenden Untersuchungen nur das Eindringen eines Zylinders in einen rein elastischen Belag erfassen und an der Oberfläche keine Tangentialkräfte auftreten, scheinen diese Ansätze für die speziellen Rollvorgänge in Druckmaschinen die wesentlichsten zu sein. Sie geben Hinweise über den Einfluß der Schichtdicke und führen in der Berührungszone zu Zugdehnungen, was bei keiner anderen Theorie der Fall ist.

### 2.3 Zusammenfassung und Aufgabenstellung

Das Literaturstudium hat gezeigt, daß der Rollvorgang zweier Walzen in seiner Gesamtheit noch keineswegs ausreichend erforscht worden ist. Sieht man von dem Rollvorgang zweier Metallwalzen ab, so sind in der Literatur nur Ansätze zu finden, die sich mit Teilfragen wie z. B. dem Rollmoment befassen. Experimentelle Rolluntersuchungen geben über die Eigenschaften des Belagmaterials keine Auskunft, theoretische Untersuchungen arbeiten mit Verteilungskurven der Materialeigenschaften, erfassen jedoch nicht den Rollvorgang, bei dem in der Berührungszone Tangentialkräfte auftreten. Außerdem ist zu berücksichtigen, daß bei allen Rollvorgängen, an denen nichtmetallische Werkstoffe beteiligt sind, Verformungen entstehen, die größer sind, als die lineare Elastizitätstheorie erlaubt. Berechnungen des Rollvorgangs unter Berücksichtigung von Gliedern höherer Ordnung sind jedoch nicht bekannt.

Die Mehrzahl der Rollvorgänge in Druckmaschinen wird durch das elementare Rollsystem, das aus einer Metallwalze und einer zweiten mit einem vergleichsweise weichen Belag beschichteten Gegenwalze besteht, wiedergegeben. Da die Metallwalze und der Metallkern der Gegenwalze gegenüber dem Belagmaterial als starr angesehen werden können, wird dieser Rollvorgang durch die Eigenschaften des Belagmaterials, das alle Verformungen aufnimmt, festgelegt. Als Walzenbeläge werden Gummi und gummiähnliche Werkstoffe, Gummitücher mit einvulkanisiertem Gewebe und Aufzüge aus mehreren Papierlagen verwendet.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Erfassung der Eigenschaften von homogenen Walzenbelägen und mit den Auswirkungen dieser Materialeigenschaften auf den Rollvorgang. Bis heute sind keine Untersuchungen bekannt, die das Verhalten von Walzenbelägen bei dynamischer Beanspruchung erfassen. Hieraus erwächst als erste Aufgabe für das Studium der Rollvorgänge in Druckmaschinen die experimentelle Bestimmung der visko-elastischen Kennwerte von Belagmaterialien. Für grundlegende Untersuchungen erweist es sich als sinnvoll, die Messungen auf homogene Walzenbeläge, als dem einfachsten Fall, zu beschränken.

Aus dem Verständnis des Werkstoffverhaltens ergibt sich folgerichtig die zweite Aufgabe, eine Theorie zu entwickeln, die den Einfluß der visko-elastischen Kennwerte auf den Rollvorgang erfaßt. Das dritte Aufgabengebiet umfaßt die experimentellen Rolluntersuchungen, die der Bestätigung der theoretischen Überlegungen dienen und immer unter dem Gesichtspunkt des Werkstoffverhaltens betrachtet werden. Die bei dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse über den Rollvorgang sollen die Lösung von Rollproblemen bei Druckmaschinen erleichtern.

### **3. Untersuchung der visko-elastischen Eigenschaften von Walzenbelägen aus Gummi und gummiähnlichen Kunststoffen**

Die Bedeutung der Gummi- und Kunststoffwalzen für den Druckvorgang wurde im Kapitel 2 ausführlich erörtert. Zur Kennzeichnung der Walzenbeläge ist es in der grafischen Industrie üblich, die Shore-Härte nach DIN 53 505 anzugeben. Diese rein statische Kenngröße ist jedoch unzureichend, um ein Walzenmaterial zu charakterisieren. Insbesondere kann aus ihr nicht auf die viskosen Verluste geschlossen werden, die häufig zu unzulässigen Erwärmungen der Walzen führen.

In der Berührungszone zweier Walzen wird der Walzenbelag einer dynamischen Druckverformung unterworfen. Die Eigenschaften der Belagmaterialien hängen von der Temperatur und der Beanspruchungszeit ab. Daher ist es notwendig, ihr Verhalten bei dynamischer Beanspruchung und verschiedenen Temperaturen zu untersuchen. Als Kenngrößen der Werkstoffeigenschaften werden der komplexe Elastizitätsmodul und der Verlustfaktor eingeführt, die im Gegensatz zu den metallischen Werkstoffen im Anwendungsbereich keine Konstanten, sondern in starkem Maße von der Temperatur und der Verformungsfrequenz abhängig sind.

Die Kenntnisse über das Verhalten von Gummi und Kunststoffen bei mechanischer Beanspruchung sind in der Praxis noch immer ungenügend. Aus diesem Grunde folgt zunächst eine Einführung in das visko-elastische Verhalten eines Werkstoffes. Für eine umfassende Orientierung über das physikalische Verhalten von Kunststoffen sei auf die Literatur verwiesen [26, 27, 28, 29].

#### **3.1 Das visko-elastische Verhalten eines hochpolymeren Stoffes**

##### **3.1.1 Die Temperatur- und Zeitabhängigkeit des Elastizitätsmoduls**

Bei metallischen Werkstoffen bestehen zwischen den Spannungen, die in einem Körper wirken, und den Dehnungen, die durch diese Spannungen hervorgerufen werden, zeit-unabhängige Zusammenhänge. Für den einfachen Fall des einachsigen Spannungszustandes wie er z.B. bei der Dehnung eines Stabes auftritt, gilt entsprechend dem HOOKE'schen Ansatz:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.1)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $E$ , der die Dehnungen mit den Spannungen verknüpft, wird als Elastizitätsmodul bezeichnet und ist innerhalb eines großen Temperaturbereiches eine für jeden Werkstoff charakteristische Materialkonstante. Weiterhin übt die Zeit, in der die elastische Verformung erfolgt, keinen Einfluß auf die Größe der Verformung aus.

Für hochpolymere Werkstoffe gilt dieser einfache Zusammenhang zwischen den Dehnungen und den Spannungen nicht mehr. Der  $E$ -Modul erweist sich im starken Maße von der Temperatur und der Beanspruchungszeit abhängig. Die Beziehung zwischen Spannung und Dehnung wird demnach bei Kunststoffen für den einachsigen Spannungszustand durch folgende Gleichung gekennzeichnet:

$$\sigma = E(t, \nu) \cdot \varepsilon \quad (3.2)$$



Im Bild 3.1 wird die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von der Temperatur schematisch dargestellt. Im eingefrorenen oder glasartigen Zustand hat der Elastizitätsmodul seinen größten Wert. Mit Zunahme der Temperatur erweicht das Material, der E-Modul fällt im Übergangsbereich steil ab, um schließlich im ideal gummielastischen Bereich wieder leicht anzusteigen. Bei einer weiteren Temperaturerhöhung beginnt der Kunststoff zu fließen.

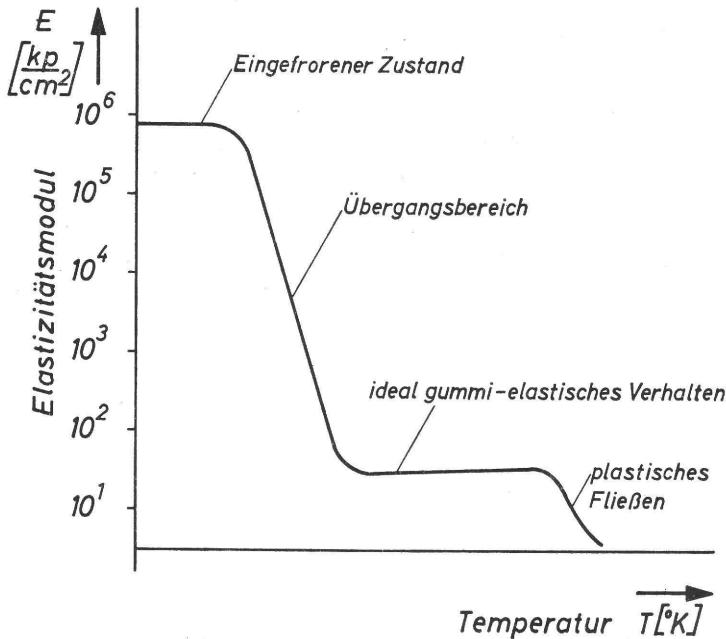


Bild 3.1 Schemaskizze der Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls eines amorphen Hochpolymers von der Temperatur

Das hier beschriebene Verhalten trifft mehr oder weniger für alle Kunststoffe zu. Der Übergang vom glasartigen Zustand mit sehr hohem E-Modul zum gummielastischen Zustand mit sehr niedrigem E-Modul ist immer anzutreffen; allerdings überlagern sich häufig Zusammenhaltmechanismen des Übergangsbereiches mit denen des Erweichungsgebietes und des gummielastischen Zustandes, und somit fällt auch im gummielastischen Bereich der E-Modul weiter ab.

Die Ursache der Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls liegt in der unterschiedlichen Art der in den Hochpolymeren wirksamen Zusammenhaltmechanismen. Im eingefrorenen Zustand werden die elastischen Verformungen allein durch die Änderung der Gleichgewichtslage benachbarter Atome ermöglicht. Diese Elastizität wird als Energieelastizität bezeichnet. Sie ist mechanisch und thermodynamisch vollkommen reversibel. Der Elastizitätsmodul erreicht fast die gleichen Beträge wie für metallische Werkstoffe ( $10^4$ – $10^6 \text{ kp/cm}^2$ ). Die Einfriertemperatur der Kunststoffe ist sehr unterschiedlich; für vulkanisierten Gummi werden in der Literatur Werte zwischen  $-20^{\circ}\text{C}$  und  $-80^{\circ}\text{C}$  angegeben.

Oberhalb der Einfriertemperatur fällt der E-Modul steil ab, und die Verluste bei einem Verformungszyklus steigen stark an. In diesem Übergangsbereich zum idealen gummielastischen Zustand sind im wesentlichen zwischenmolekulare Kräfte der Molekülketten und Kettenglieder wirksam.

Der ideal gummielastische Bereich ist durch ein Ansteigen des E-Moduls mit Zunahme der Temperatur und durch große reversible Dehnungen gekennzeichnet. Der E-Modul liegt zwischen 1 kp/cm<sup>2</sup> und 100 kp/cm<sup>2</sup>. Die Erklärung für dieses Verhalten ergibt sich aus der kettenartigen Struktur der Moleküle, die beim Vulkanisationsprozeß sich verfilzen und im Mittel ihre statistisch wahrscheinlichste Gestalt annehmen. Die gegenseitigen Bindungen beruhen auf VAN DER WAALS'schen Kräften, die ihrerseits sehr stark von der Temperatur abhängig sind. Jede Deformation zwingt die Kettenmoleküle in eine statistisch unwahrscheinlichere Form. Dementsprechend hat die Rückstellkraft statistischen Charakter und ergibt sich aus der Richtungstendenz der Wärmebewegung. Neben der Bezeichnung 'Gummielastizität' sind auch die Begriffe 'Entropieelastizität' und 'Hochelastizität' gebräuchlich.

Bei einer weiteren Erhöhung der Temperatur brechen bei unvernetzten Polymeren die letzten formbestimmenden Zusammenhaltmechanismen auseinander, und das Material beginnt zu fließen.

Die Platzwechselvorgänge zwischen den Kettenmolekülen und Kettenelementen sind nicht nur von der Temperatur, sondern auch von der zur Verfügung stehenden Zeit abhängig. Je kürzer die Beanspruchungszeit, desto weniger Ausgleichsvorgänge können stattfinden; der Elastizitätsmodul wird größer und erreicht bei extrem kurzen Beanspruchungszeiten auch weit oberhalb der Einfriertemperatur die Größe der Energieelastizität.

### 3.1.2 Veranschaulichung des visko-elastischen Verhaltens an Modellen aus Federn und Dämpfern

Das linear visko-elastische Verhalten der Hochpolymere läßt sich anhand von Modellen, die als Elemente nur Federn und Dämpfer enthalten, anschaulich darstellen. Die Federn charakterisieren das rein elastische Verhalten wie es bei metallischen Werkstoffen gegeben ist; die Verformungsenergie wird vollkommen wiedergewonnen. Die Dämpfer verkörpern das viskose Verhalten, das der Zähigkeit der Flüssigkeiten entspricht; die Deformationsenergie wird vollkommen in Wärme umgewandelt. Die Zeit- und Temperaturabhängigkeit der Modelle beruht auf der Änderung des viskosen Widerstandes der Dämpfer. Für das ideal elastische Verhalten einer Feder gilt:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.3)$$

Die Spannung ist proportional der Dehnung. E ist der Elastizitätsmodul der Feder. Für das ideal viskose Verhalten eines Dämpfers gilt:

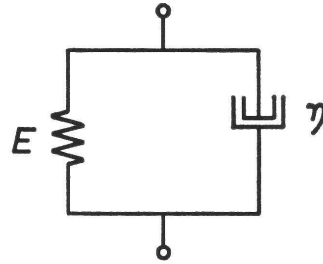
$$\sigma = \eta \cdot \dot{\varepsilon} \quad (3.4)$$

Die Spannung ist proportional der Verformungsgeschwindigkeit. Der Proportionalitätsfaktor  $\eta$  wird als Zähigkeit bezeichnet.

Aus den beiden Grundelementen Feder und Dämpfer ergeben sich durch Hintereinanderschaltung das Maxwell-Modell, durch Parallelschaltung das Voigt-Kelvin-Modell (Bild 3.2.).



Bild 3.2 Maxwell-Modell (a)



Voigt-Kelvin-Modell (b)

Fügt man bei beiden Modellen in Bild 3.2 noch eine Feder hinzu, so entstehen Drei-Parameter-Modelle, durch die das Zeit-Temperatur-Verhalten eines vernetzten Hochpolymers charakterisiert werden kann.

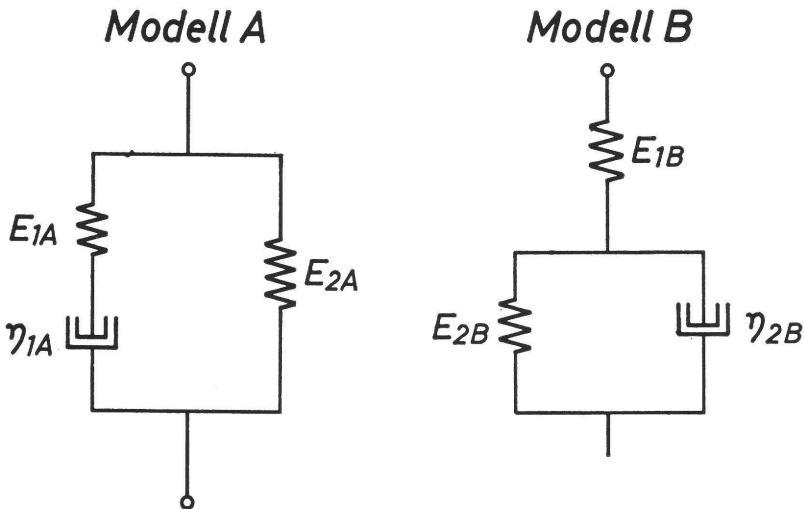


Bild 3.3 Drei-Parameter-Modelle zur Charakterisierung des visko-elastischen Verhaltens vernetzter Hochpolymere

Das Verhalten der Modelle in Bild 3.3 ist bei entsprechender Wahl der Federn und Dämpfer identisch. Für die Elemente der Modelle gelten folgende Übergangsbedingungen (30):

$$E_{1B} = E_{1A} + E_{2A} \quad (3.5)$$

$$E_{2B} = \frac{E_{2A}}{E_{1A}} (E_{1A} + E_{2A}) \quad (3.6)$$

$$\eta_{2B} = \eta_{1A} \frac{(E_{1A} + E_{2A})^2}{(E_{1A})^2} \quad (3.7)$$

Zur Beschreibung des Relaxationsverhaltens verwendet man am günstigsten das Modell A. Verformt man dieses Modell zur Zeit  $t = 0$  um  $\Delta \varepsilon$  und hält diese Dehnung konstant, dann gilt für das zeitliche Abklingen der Spannung:

$$\sigma(t) = \Delta \varepsilon \cdot E_{2A} + \Delta \varepsilon \cdot E_{1A} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}} \quad (3.8)$$

In Gleichung (3.8) ist  $\tau_{1A} = \eta_{1A} / E_{1A}$  die Relaxationszeit des Maxwell-Elements des Modells A und gibt die Zeit an, in der die Spannung des Maxwell-Elementes auf den  $e$ -ten Teil des Anfangswertes abgesunken ist.

Die Beschreibung der zeitabhängigen Deformationsänderung  $\varepsilon(t)$ , die durch eine zur Zeit  $t = 0$  aufgebrachte und konstant gehaltene Spannung  $\Delta \sigma$  verursacht wird, erfolgt anhand des Modells B.

$$\varepsilon(t) = \Delta \sigma \frac{1}{E_{1B}} + \Delta \sigma \frac{1}{E_{2B}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{2B}}} \right) \quad (3.9)$$

$\tau_{2B} = \eta_{2B} / E_{2B}$  ist die Retardationszeit des Voigt-Kelvin-Elementes in Modell B und gibt die Zeit an, in der die Deformation den  $e$ -ten Teil der Enddeformation erreicht hat.

Wird das Modell B nach vorhergehender Deformation entlastet, so wird die Feder  $E_{1B}$  sofort die ursprüngliche Gestalt annehmen. Für das weitere Zurückgehen der Deformation gilt dann:

$$\varepsilon(t) = \Delta \varepsilon \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{2B}}} \quad (3.10)$$

Die Modelle A und B erlauben die Wiedergabe jeder zeitlichen Beanspruchung. Welches Modell jeweils verwendet wird, ist nur eine Frage der einfacheren Darstellung. Zwischen der Retardationszeit und der Relaxationszeit besteht die Beziehung:

$$\tau_{2B} = \tau_{2A} \frac{E_{1A} + E_{2A}}{E_{2A}} \quad (3.11)$$

Von der Möglichkeit, das Verhalten eines visko-elastischen Materials anhand der Drei-Parameter-Modelle zu untersuchen, wird in Kapitel 4 noch Gebrauch gemacht.

Die Temperaturabhängigkeit eines hochpolymeren Werkstoffes läßt sich mit den Feder-Dämpfer-Modellen ebenfalls anschaulich charakterisieren. Eine Temperaturänderung bewirkt eine Änderung der Zähigkeit der Dämpfer. Unterhalb der Einfriertemperatur ist die Zähigkeit des Dämpfers unendlich groß. Das elastische Verhalten wird allein durch die Federn bestimmt.

Mit Zunahme der Temperatur macht sich der Einfluß des Dämpfers bemerkbar. Im Modell A wird die Verformung der Feder  $E_{1A}$  umso geringer, je kleiner die Zähigkeit des Dämpfers ist, bis schließlich der Elastizitätsmodul des gummielastischen Zustandes im wesentlichen durch  $E_{2A}$  bestimmt wird. Im Modell B bestimmt  $E_{1B}$  den Elastizitätsmodul des eingefrorenen und  $E_{2B}$  den des gummielastischen Zustandes.

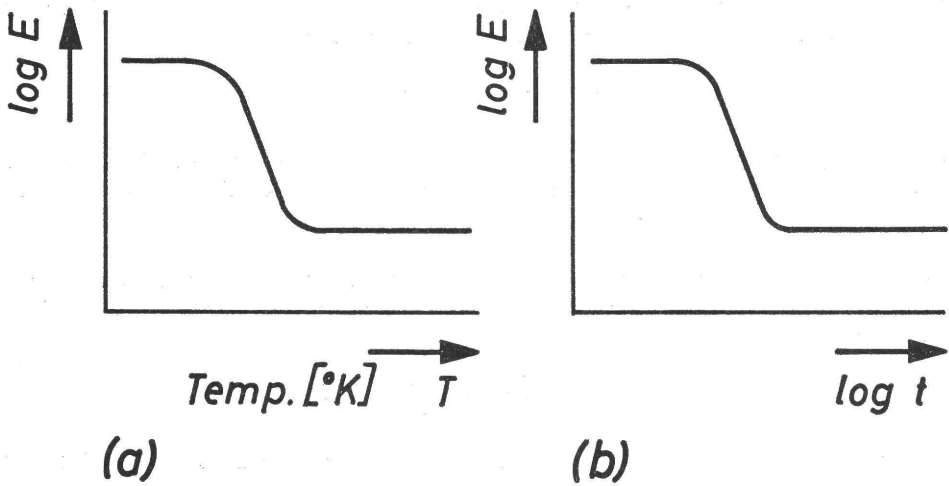


Bild 3.4 Schemaskizze der Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls der Drei-Parameter-Modelle von der Temperatur (a) und der Beanspruchungszeit (b)

Im Bild 3.4 (a) wurde der Elastizitätsmodul, der sich anhand der Drei-Parameter-Modelle ergibt, als Funktion der Temperatur schematisch dargestellt.

Zu einem ähnlichen Kurvenverlauf gelangt man auch, falls man den E-Modul in Abhängigkeit von der Beanspruchungszeit skizziert (3.4 b). Bei sehr kurzen Beanspruchungszeiten wird der Widerstand des Dämpfers unendlich groß; das Modell verhält sich wie im eingefrorenen Zustand. Je kleiner die Verformungsgeschwindigkeit, desto geringer ist der viskose Widerstand, und umso stärker wird der E-Modul des gummielastischen Zustandes wirksam.

Die Drei-Parameter-Modelle geben nur die prinzipielle Abhängigkeit des elastischen Verhaltens von der Temperatur und der Beanspruchungszeit wieder. Das reale Stoffverhalten wird durch das Vorhandensein einer Vielzahl von Federn und Dämpfern bestimmt, die sowohl hintereinander als auch parallel geschaltet sein können.

### 3.1.3 Die visko-elastischen Kenngrößen bei dynamischer Beanspruchung

Die Temperatur- und Zeitabhängigkeit der visko-elastischen Eigenschaften der Hochpolymere machen es erforderlich, den Elastizitätsmodul unter Voraussetzungen zu bestimmen, die den Anwendungsbedingungen möglichst nahe kommen. Zur Realisierung kurzer Beanspruchungszeiten werden die Materialproben einer zeitlich sich sinusförmig ändernden Kraft oder Verformung unterworfen. Die Zusammenhänge, die sich bei dynamischer Beanspruchung zwischen Spannung und Dehnung ergeben, sind in DIN 53 513 festgelegt.

Verformt man ein visko-elastisches Material zeitlich sinusförmig mit der Verformungsamplitude  $\varepsilon_a$ , so gilt für den Momentanwert der Verformung:

$$\varepsilon = \varepsilon_a \cdot \sin \omega t \quad (3.12)$$

Die zur Erzielung dieser Verformung notwendige Spannung ändert sich ebenfalls sinusförmig, eilt aber um den Phasenwinkel  $\delta$  vor. Dementsprechend gilt für den Momentanwert der Spannung:

$$\sigma = \sigma_a \cdot \sin(\omega t + \delta) \quad (3.13)$$

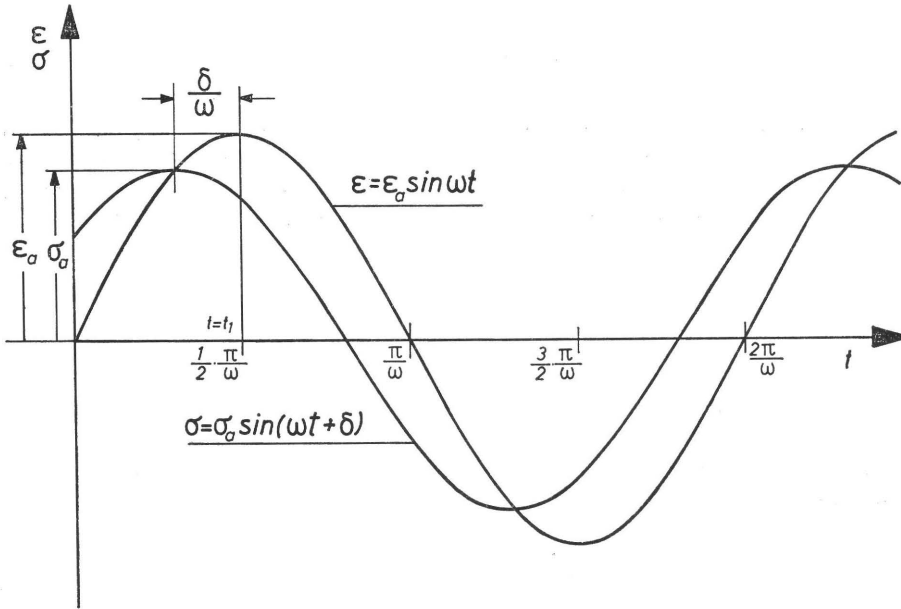


Bild 3.5 Zeitlicher Verlauf von Dehnung und Spannung bei sinusförmiger Beanspruchung

In Abb. 3.5 ist der zeitliche Verlauf der Dehnung und der Spannung wiedergegeben. Ursache der Phasenverschiebung zwischen Dehnung und Spannung ist der viskose Anteil des Verformungswiderstandes, der sich nicht proportional der Verformung, sondern proportional der Verformungsgeschwindigkeit ändert. Dementsprechend kann man die Spannung  $\sigma$  in zwei Teilspannungen zerlegen:

$$\sigma = \sigma_a \cos \delta \cdot \sin \omega t + \sigma_a \sin \delta \cdot \cos \omega t \quad (3.14)$$

Die erste Teilspannung mit der Amplitude  $\sigma_a \cdot \cos \delta$  läuft in Phase mit der Verformung  $\varepsilon$  und wird benötigt, um den rein elastischen Teil des Verformungswiderstandes zu überwinden. Die zweite Teilspannung mit der Amplitude  $\sigma_a \cdot \sin \delta$  ändert sich mit  $\cos \omega t$ , d. h. in Phase mit der Verformungsgeschwindigkeit. Sie eilt der Verformung um  $90^\circ$  vor und stellt den Spannungsanteil dar, der erforderlich ist, um den viskosen Anteil des Verformungswiderstandes zu überwinden.

Versucht man einen in jedem Augenblick einer sinusförmigen Schwingung gültigen Elastizitätsmodul zu bestimmen, so gilt:

$$E = \frac{\sigma_a \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega t}{\varepsilon_a \cdot \sin \omega t} + \frac{\sigma_a \cdot \sin \delta \cdot \cos \omega t}{\varepsilon_a \cdot \sin \omega t} \quad (3.15)$$

$$E = \frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} (\cos \delta + \sin \delta \cdot \cot \omega t)$$

Um einen von  $\omega t$  unabhängigen Elastizitätsmodul zu definieren, werden die beiden Teilspannungen getrennt betrachtet, und schließlich die beiden Teilmoduln zu einem komplexen Elastizitätsmodul zusammengefaßt.

Für den Anteil der Spannungen, die in Phase mit den Dehnungen verlaufen, gilt:

$$\sigma_E = E' \cdot \epsilon \quad (3.16)$$

$E'$  wird als dynamischer Elastizitätsmodul bezeichnet. Er charakterisiert die dynamische Härte und Steifheit des Stoffes und ist ein Maß für die wiedergewinnbare Energie, die während eines Verformungszyklus umgesetzt wird. Durch Einsetzen der Dehnung und des zugeordneten Spannungsanteils ergibt sich aus Gl. (3.16) für den dynamischen Elastizitätsmodul:

$$\begin{aligned} E' &= \frac{\sigma_E}{\epsilon_a} = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \cdot \frac{\cos \delta \cdot \sin \omega t}{\sin \omega t} \\ E' &= \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \cdot \cos \delta \end{aligned} \quad (3.17)$$

Für den viskosen Anteil der Spannungen, der sich proportional der Verformungsgeschwindigkeit ändert, gilt:

$$\sigma_V = \eta \cdot \dot{\epsilon} \quad (3.18)$$

$$\eta = \frac{\sigma_V}{\dot{\epsilon}} = \frac{\sigma_a \cdot \sin \delta \cdot \cos \omega t}{\epsilon_a \cdot \omega \cdot \cos \omega t}$$

$$\eta \cdot \omega = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \cdot \sin \delta = E'' \quad (3.19)$$

$$E'' = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \cdot \sin \delta \quad (3.20)$$

$E''$  wird als Verlustmodul bezeichnet. Er ist ein Maß für die bei der Schwingung nicht wiedergewinnbare und in Wärme umgewandelte Energie.

Aus der vektoriellen Addition des dynamischen Moduls und des Verlustmoduls folgt:

$$\begin{aligned} (E')^2 + (E'')^2 &= \frac{\sigma_a^2}{\epsilon_a^2} \cdot \cos^2 \delta + \frac{\sigma_a^2}{\epsilon_a^2} \cdot \sin^2 \delta \\ |E^*| &= \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \end{aligned} \quad (3.21)$$

$|E^*|$  ist der Absolutbetrag des komplexen Elastizitätsmoduls eines visko-elastischen Stoffes.

Der Tangens des Phasenwinkels  $\delta$  ist als Verlustfaktor  $d$  definiert.

$$\tan \delta = d = \frac{E''}{E'} \quad (3.22)$$

Er ist ein Relativmaß und gibt das Verhältnis der bei einer Schwingung in Wärme umgewandelten Energie zur wiedergewinnbaren Energie wieder.

Die hier aufgezeigte Entwicklung der visko-elastischen Kennwerte hat den Vorteil der Anschaulichkeit.

Führt man die Herleitung der visko-elastischen Kennwerte in komplexer Schreibweise durch, so gilt für die Zeitabhängigkeit der Dehnungen und Spannungen:

$$\epsilon = \epsilon_a \cdot e^{j\omega t} \quad (3.23)$$

$$\sigma = \sigma_a \cdot e^{j(\omega t + \delta)} \quad (3.24)$$

Beide werden zusammengefaßt:

$$\sigma = E^* \cdot \epsilon \quad (3.25)$$

$$E^* = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \cdot \frac{e^{j(\omega t + \delta)}}{e^{j\omega t}} = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \cdot e^{j\delta} \quad (3.26)$$

Für den Absolutbetrag des komplexen Moduls gilt:

$$|E^*| = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \quad (3.27)$$

Weiterhin folgt:

$$E^* = |E^*| \cdot e^{j\delta} = E' + j \cdot E'' = E'(1 + jd) \quad (3.28)$$

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} = d \quad (3.29)$$

Die Zusammenhänge zwischen dem komplexen Elastizitätsmodul, dem dynamischen Elastizitätsmodul, dem Verlustmodul und dem Verlustfaktor ergeben sich anschaulich aus dem nebenstehenden Vektordiagramm.

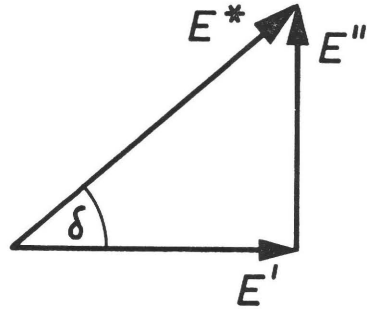


Bild 3.6 Vektordiagramm

Zusammengefaßt ergibt sich:

$$\text{Dynamischer Elastizitätsmodul: } E' = |E^*| \cdot \cos \delta = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \cdot \cos \delta \quad (3.30)$$

$$\text{Verlustmodul: } E'' = |E^*| \cdot \sin \delta = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} \cdot \sin \delta \quad (3.31)$$

$$\text{Verlustfaktor: } d = \tan \delta = \frac{E''}{E'} \quad (3.32)$$



Setzt man die hier definierten Kenngrößen in Gleichung (3.14) ein, so folgt für die Spannung:

$$\sigma = \varepsilon_a (E' \cdot \sin \omega t + E'' \cdot \cos \omega t) \quad (3.33)$$

$$\sigma = \varepsilon_a / E^* (\cos \delta \cdot \sin \omega t + \sin \delta \cdot \cos \omega t) \quad (3.34)$$

$$\sigma = \varepsilon_a / E^* \sin(\omega t + \delta) \quad (3.35)$$

Bei vorgegebener Verformungsamplitude  $\varepsilon_a$  ändert sich die Spannungsamplitude  $\sigma_a$  proportional mit dem Absolutbetrag des komplexen Moduls.

Für die experimentelle Bestimmung der visko-elastischen Kenngrößen ist zur definierten Halterung der Proben eine Vorverformung notwendig, der eine Wechselverformung überlagert wird.

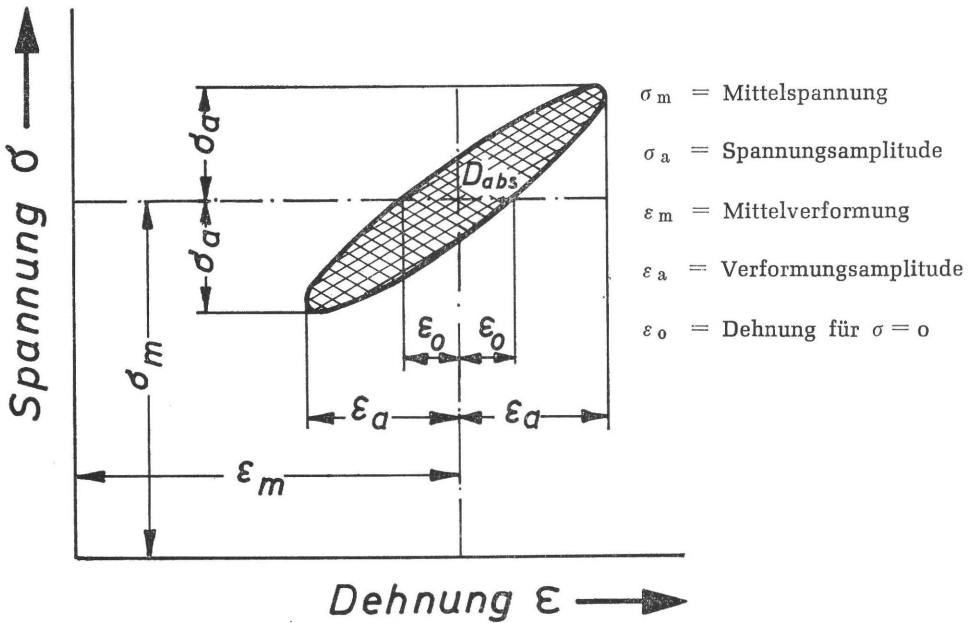


Bild 3.7 Spannungs-Dehnungs-Diagramm zur Bestimmung der visko-elastischen Kennwerte

Im Spannungs-Dehnungs-Diagramm (Abb. 3.7) erhält man aus den zeitabhängigen Spannungen und Dehnungen die Dämpfungsellipse, die als Ortskurve periodisch umlaufen wird. Ihr Flächeninhalt ist ein Maß für die Energie, die bei einem Verformungszyklus in Wärme umgewandelt wird. Der Absolutbetrag der Dämpfung ergibt sich zu:

$$D_{abs.} = \pi \cdot \varepsilon_a \cdot \sigma_a \cdot \sin \delta \quad (3.36)$$

Aus der Dämpfungsellipse im Dehnungs-Spannungs-Diagramm können alle Größen zur Bestimmung der visko-elastischen Kennwerte ermittelt werden.  $\sigma_a$  und  $\varepsilon_a$  werden direkt abgelesen und ergeben den Absolutbetrag des komplexen Moduls; der Phasenwinkel  $\delta$  bestimmt sich aus:

$$\sin \delta = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_a} \quad (3.37)$$

Von den vier visko-elastischen Kenngrößen genügen jeweils zwei, um die beiden anderen zu berechnen. In der vorliegenden Arbeit werden  $|E^*|$  und  $\tan \delta = d$  in ihrer Temperatur und Frequenzabhängigkeit dargestellt.

### **3.2 Versuchseinrichtung zur Bestimmung des komplexen Elastizitätsmoduls und des Verlustfaktors von Walzenbelägen**

Im letzten Kapitel wurde gezeigt, daß zur Charakterisierung des Verhaltens eines visko-elastischen Materials mindestens zwei Kenngrößen erforderlich sind. Ihre experimentelle Bestimmung erfordert eine Versuchsanlage, die es gestattet, die Materialproben einer sinusförmigen Beanspruchung zu unterwerfen, und die dadurch entstehenden Spannungen und Dehnungen sowie den Phasenwinkel zwischen Spannung und Dehnung zu ermitteln. Mit DIN 53 513 liegt eine allgemeine Norm vor, mit der die „Bestimmung der visko-elastischen Eigenschaften von Gummi bei erzwungenen Schwingungen außerhalb der Resonanz“ vereinheitlicht werden soll. Die Norm umfaßt im wesentlichen die Bezeichnungsweise der visko-elastischen Kenngrößen, die Probenform und die Forderung nach Angabe der Versuchsbedingungen. Eine spezielle Versuchsanlage ist nicht festgelegt. Obwohl die Bestimmung der visko-elastischen Kenngrößen bei dynamischer Beanspruchung in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen hat, ist das Angebot an geeigneten Versuchseinrichtungen gering geblieben.

Der Literatur (31, 32, 33, 34) kann man entnehmen, daß jeder Experimentator sich seine Versuchsanlage selbst zusammengestellt hat. Dies ist begründet in den noch begrenzten Möglichkeiten zur Umrechnung der bei verschiedenen dynamischen Beanspruchungen gemessenen Module. Da die Probenform und die Art der Beanspruchung in die Ergebnisse mit eingehen, wird auch hier versucht, die Probenverformung der Praxisbeanspruchung anzunähern.

#### **3.2.1 Aufbau der Versuchseinrichtung**

Der Walzenbelag wird beim Passieren der Berührungszone in erster Linie einer dynamischen Druckverformung unterworfen. Dementsprechend galt es eine Versuchsanlage zu entwickeln, mit der die Walzenbeläge einer Druckwechselbeanspruchung ausgesetzt werden konnten. Zum Erzielen der für die Verformung notwendigen hin- und hergehenden Bewegung eignen sich sowohl mechanische Unwuchtsysteme als auch elektrodynamische Tauchspulensysteme. Das von ROELIG (31, 32) verwendete Gerät benutzt zur Verformung der Proben umlaufende, exzentrische Massen; es ist besonders geeignet, die Abhängigkeit der visko-elastischen Kennwerte von der Temperatur bei konstanter Frequenz zu ermitteln. Die elektrodynamischen Tauchspulen-Systeme, die von KAINRADL (33) zur Erzielung einer hin- und hergehenden Bewegung eingesetzt wurden, ermöglichen eine einfache Änderung der Verformungsfrequenz. In der Praxis werden sie jedoch meistens für Messungen bei einer bestimmten Resonanzfrequenz eingesetzt, die zwischen 50 und 70 Hz liegt. Grundsätzlich ist das Arbeiten bei Resonanzfrequenzen am günstigsten, da hier für eine gegebene Leistung die größten Verformungsamplituden erzielt werden können.

Für die Untersuchung des Rollvorgangs ist die Erfassung der visko-elastischen Kennwerte in Abhängigkeit von der Frequenz und der Temperatur erforderlich. Aus diesem Grunde wurde für die Versuchseinrichtung zur Bestimmung der visko-elastischen Kenngrößen von Walzenbelägen für die Probenverformung ein elektro-dynamisches Schwingungssystem verwendet. Bild 3.8 zeigt schematisch die Meßanlage. Ein Sinus-generator erzeugt Wechselspannungen mit stufenlos regelbaren Frequenzen zwischen

1 Hz und 200 Hz. In einem Leistungsverstärker werden diese Spannungen verstärkt und zum Schwingungserreger geführt. Der durch das Spulensystem des Schwingungserregers fließende Wechselstrom bewirkt eine sinusförmig oszillierende Bewegung der Spule, die zu einer entsprechenden Verformung der Materialprobe benutzt wird. Mit dem Leistungsverstärker kann weiterhin eine konstante Vorverformung der Probe eingestellt werden.

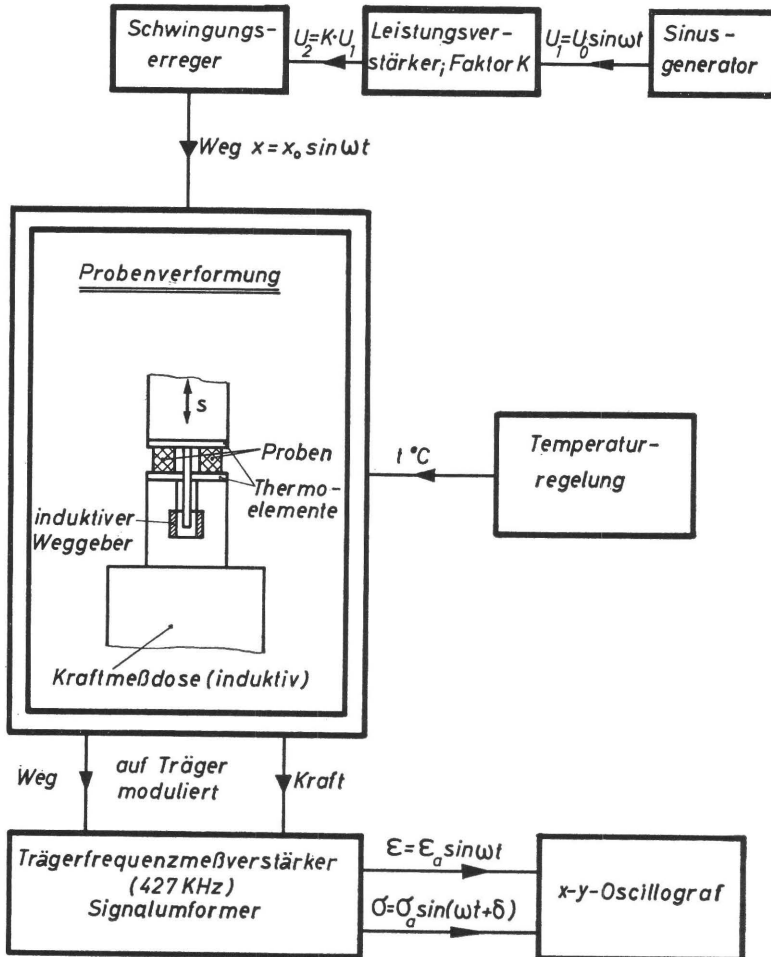
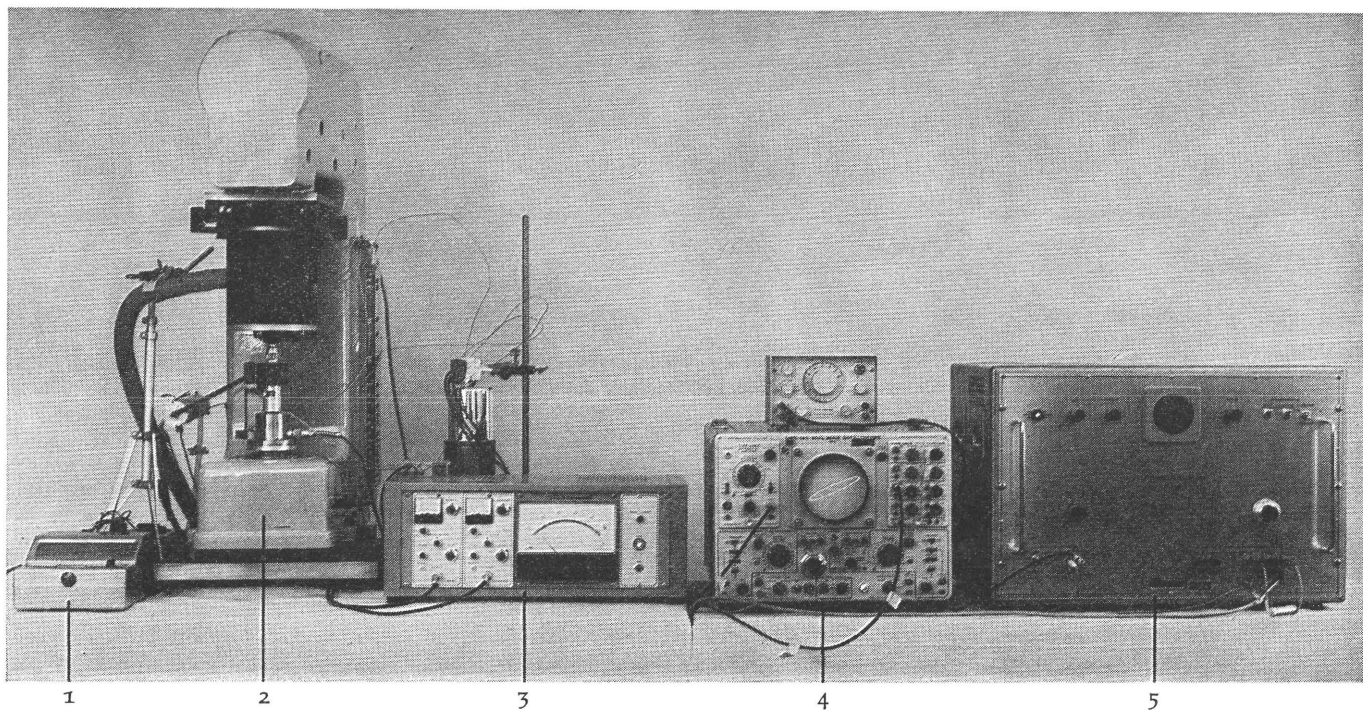


Bild 3.8 Prinzipskizze der Versuchseinrichtung zur Bestimmung der visko-elastischen Kennwerte von Walzenbelägen

Eine Thermokammer erlaubt eine Temperierung der Proben zwischen  $-20^\circ$  und  $+80^\circ\text{C}$ . Die Probentemperatur wird mittels zweier Thermoelemente in den die Probe berührenden Platten gemessen. Als Kraft-Weg-Meßsystem gelangt ein Trägerfrequenzmeßverstärker mit einer Trägerfrequenz von 427 kHz zum Einsatz. Die Kraftmessung erfolgt induktiv über die Durchbiegung der Membran einer Kraftmeßdose. Die Wegmessung

erfolgt ebenfalls induktiv durch ein Tauchspulensystem. Das Kraft-Weg-Meßsystem selbst darf zu keinem Phasenfehler führen. Die hier verwendete hohe Trägerfrequenz erlaubt eine phasenfehlerfreie Messung bis ca. 500 Hz. Die geringe Durchbiegung des Kraftaufnehmers wird durch die Befestigung der Tauchspule auf der Kraftmeßdose eliminiert. Die Auswahl des Kraft-Weg-Meßsystems erfolgte nach der Überprüfung vieler bekannter Systeme. Von der Theorie her wäre die Verwendung eines piezoelektrischen Kraftaufnehmers in Verbindung mit einem piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmer als Weg-Meßsystem die idealste Lösung, da beide Systeme bis zu mehreren kHz ohne Phasendrehung arbeiten, und der Kraftaufnehmer praktisch keine Verformung erleidet. Leider spricht dieses System auf Störschwingungen sehr stark an; auch ist die Erfassung der statischen Mittelspannung und Mittelverformung nur unter Schwierigkeiten zu verwirklichen.

Zur Darstellung des Spannungsdehnungsdiagramms wurde ein x-y-Oszillograph benutzt, der gleichzeitig auch die Beurteilung der Qualität der Sinusschwingung ermöglicht. Die Dämpfungsellipse am Oszillographen wird ausgemessen, und aus der Kraft- und Verformungsamplitude kann unter Annahme eines einachsigen Verformungszustandes der Absolutbetrag des komplexen Elastizitätsmoduls berechnet werden. Aus der Dämpfungsellipse wird zudem noch der Verlustfaktor bestimmt. Der Zusammenhang zwischen den visko-elastischen Kenngrößen und den Meßgrößen wurde ausführlich in Kapitel 3.1.3 beschrieben.



1. Temperaturanzeige
2. Schwingungserreger mit Probenkammer, Kraft- und Wegaufnehmer
3. Zweikanal-Trägerfrequenzmeßverstärker (MTGV II, Fa. Dr. Staiger, Mohilo)

4. (unten) x-y-Oszillograph
4. (oben) Sinusgenerator
5. Leistungsverstärker (LV 510, Fa. E. Fey)

Bild 3.9 Gesamtansicht der in Bild 3.8 skizzierten Versuchsanlage

### 3.2.2 Arbeitsbereich und Kontrolle der Versuchsanlage

Der Frequenzbereich der Versuchsanlage ist durch die Leistungsabgabe des Hochleistungsverstärkers begrenzt. Auf den Stößel des Schwingungserregers, der an einer sehr weichen Feder im Gehäuse befestigt ist, wirkt unabhängig von der Frequenz eine dem Strom proportionale Kraft. Unter Vernachlässigung der sehr weichen Aufhängungsfeder gilt für den Weg  $x$  des Stößels mit der Masse  $m$  bei Anregung durch eine sich zeitlich sinusförmig ändernde Kraft  $P = P_0 \sin \omega t$

$$x = x_0 \cdot \sin \omega t \quad (3.38)$$

Hierin ist  $x_0$  die Amplitude der Stößelbewegung,

$$x_0 = \frac{P_0}{m\omega^2} \quad (3.39)$$

die mit steigender Frequenz quadratisch abfällt.

Benutzt man diese hin- und hergehende Masse zur Verformung der Gummiprobe, so ist die eigentlich vorgegebene Größe die Verformung, und die auf die Probe wirkende Kraft ergibt sich aus ihrer Federsteife bzw. ihrem Elastizitätsmodul. Da die Masse der Probe im Vergleich zu der schwingenden Masse vernachlässigt werden kann, gilt die Differentialgleichung:

$$\begin{array}{ccccc} m \cdot \ddot{x} & + & k \cdot \dot{x} + c \cdot x & = & P_0 \cdot \sin \omega t \\ \text{Stößel} & & \text{Probe} & & \text{anregende Kraft} \end{array} \quad (3.40)$$

Der Arbeitsbereich der Versuchsanlage wird durch diese Differentialgleichung bestimmt.

Für die Bewegung des Stößels und damit für die Verformung der Probe gilt dann

$$x = x_0 \cdot \sin(\omega t - \varphi) \quad (3.41)$$

$$\text{mit der Amplitude} \quad x_0 = \frac{P_0}{\sqrt{(c - m\omega^2)^2 + k^2 \cdot \omega^2}} \quad (3.42)$$

und dem Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen der anregenden Kraft und der Verformung

$$\tan \varphi = \frac{k \cdot \omega}{c - m \cdot \omega^2} \quad (3.43)$$

Bei der Beanspruchung der Probe in der Versuchsanlage kann aufgrund der viskoelastischen Eigenschaften der Walzenbeläge nicht mit von der Frequenz unabhängigen Feder- und Dämpfungswerten gerechnet werden. An Stelle des Dämpfungsfaktors  $k$  wird der frequenzabhängige Verlustmodul  $E''$  und für  $c$  der Speichermodul  $E'$  eingeführt. Unter Berücksichtigung der Probenfläche  $A$  und Probenhöhe  $l$  folgt:

$$c \cong E' \cdot \frac{A}{l} \quad (3.44)$$

$$k \cong E'' \cdot \frac{A}{\omega \cdot l} \quad (3.45)$$

In Gleichung (3.40) eingesetzt

$$m \cdot \ddot{x} + E'' \cdot \frac{A}{\omega l} \cdot \dot{x} + E' \cdot \frac{A}{l} \cdot x = P_0 \cdot \sin \omega t \quad (3.46)$$

und für die Verformungsamplitude gilt dann:

$$x_0 = \frac{P_0}{\sqrt{(E' \cdot \frac{A}{l} - m \cdot \omega^2)^2 + (E'' \cdot \frac{A}{l})^2}} \quad (3.47)$$

Gleichung (3.47) beschreibt den Zusammenhang zwischen der Amplitude der anregenden Kraft und der Amplitude der Verformung in Abhängigkeit von den visko-elastischen Kennwerten und der Verformungsfrequenz.

Zur Auswertung von Gleichung (3.47) wurden der Frequenzabhängigkeit der Moduln (Kapitel 3.3.5) folgende Potenzfunktionen zugrunde gelegt:

$$E' = E'_f \cdot \left(\frac{f}{f_f}\right)^{0,15} \quad (3.48)$$

$$E'' = E''_f \cdot \left(\frac{f}{f_f}\right)^{0,21} \quad (3.49)$$

$E'_f$  und  $E''_f$  entsprechen den Modulwerten, die bei der Verformungsfrequenz  $f_f = 1$  Hz wirksam werden.

In die Versuchsanlage werden nebeneinander zwei Normproben von je 10 mm Durchmesser und 10 mm Höhe eingesetzt. Das Gewicht des Stößels beträgt 0,75 kp, der interessierende Frequenzbereich liegt zwischen 1 Hz und 250 Hz. Für diesen Fall wurden für mehrere  $E'_f$ - und  $E''_f$ -Werte bei einer anregenden Kraft  $P_0 = 1$  kp die Verformungsamplitude  $x_0$  in Abhängigkeit von der Frequenz berechnet und im Bild 3.10 dargestellt.



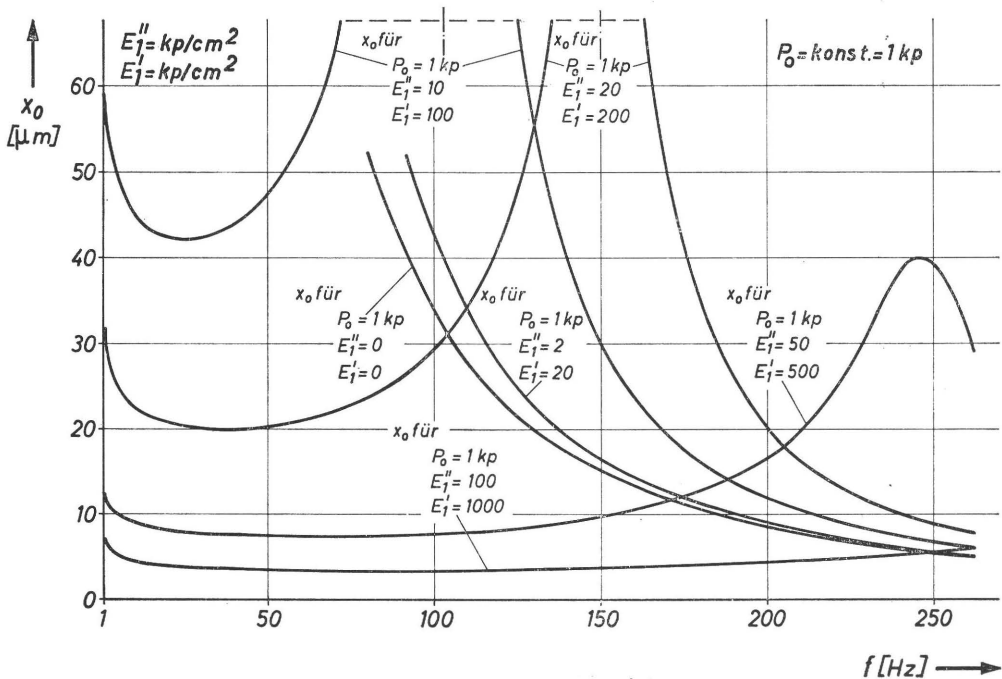


Bild 3.10 Verformungsamplitude  $x_0$  bei konstanter anregender Kraftamplitude  $P_0 = 1 \text{ kp}$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für mehrere  $E_1'$  – und  $E_1''$  – Werte

$E_1'$  und  $E_1''$  gleich Null entsprechen dem frei schwingenden Stößel ohne Proben in der Versuchsanlage. Mit steigender Frequenz nimmt die Schwingungsamplitude quadratisch ab. Setzt man die Proben ein, so wird  $x_0$  durch die Resonanz sehr stark beeinflusst. Ausgehend von 1 Hz fällt bei steigender Frequenz  $x_0$  zunächst ab, erreicht bei der Resonanzfrequenz sein Maximum und fällt dann wieder steil ab. Die Resonanzfrequenz wird umso größer, je härter die Proben sind; die zugehörige Amplitude wird kleiner.

Die  $E_1'$  – und  $E_1''$  – Werte im Bild 3.10 und 3.11 entsprechen dem zu untersuchenden Modulbereich der Walzenbeläge. Da  $P_0$  durch den Leistungsverstärker begrenzt wird, kann die Versuchsanlage nur in einem bestimmten Arbeitsbereich genutzt werden. Bei niedrigem Elastizitätsmodul bringt der Amplitudenabfall nach der Resonanzfrequenz eine Begrenzung des Frequenzbereiches, der auf 200 Hz festgelegt wurde. Die sehr harten Proben lassen auch bei niedrigen Frequenzen nur kleine Amplituden zu und bestimmen somit den realisierbaren Amplitudenbereich.

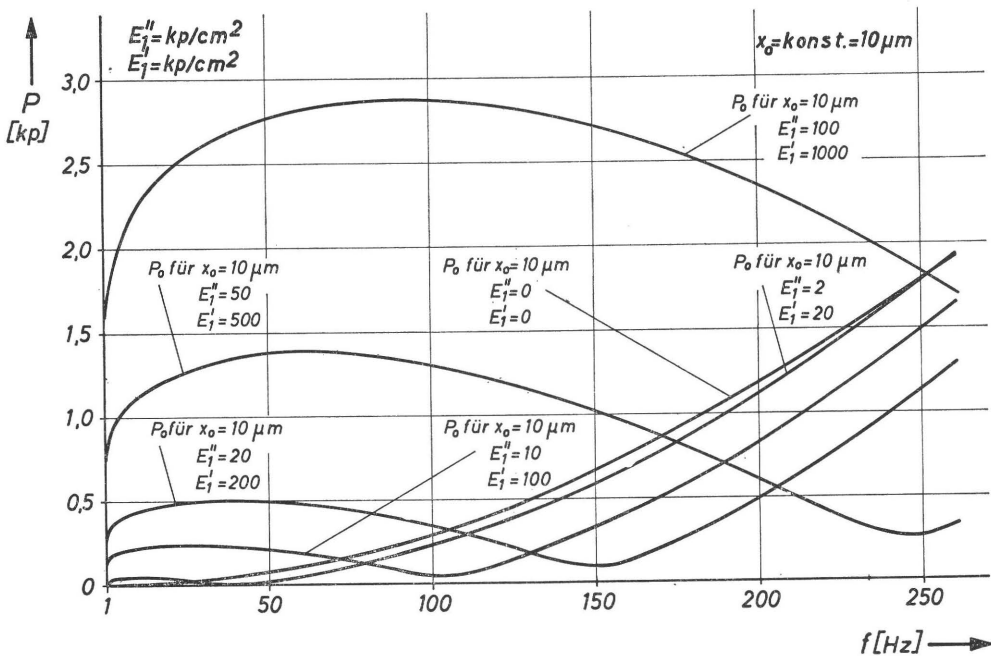


Bild 3.11 Amplitude der anregenden Kraft  $P_0$  für die konstante Verformungsamplitude  $x_0 = 10 \mu\text{m}$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für mehrere  $E_1''$ - und  $E_1'$ -Werte

Im Bild 3.11 wurde die Amplitude  $P_0$  der anregenden Kraft für die konstante Verformungsamplitude  $x_0 = 10 \mu\text{m}$  berechnet. Bei den Proben mit kleinem Elastizitätsmodul ist im niedrigen Frequenzbereich, insbesondere bei niedriger Resonanzfrequenz, der erforderliche Kraftbedarf sehr gering. Dies führt zu Schwierigkeiten wegen der Störspannung des Leistungsverstärkers, auf die noch eingegangen wird.

Elektro- dynamische Tauchspulensysteme werden in der Praxis für Schwingungsuntersuchungen eingesetzt. Bei der Verwendung eines derartigen handelsüblichen Schwingungserregers zur Probenverformung machen sich Störungen bemerkbar, die im ursprünglichen Anwendungsbereich ohne Bedeutung waren. Neben der Längsbewegung der Spule treten Querschwingungen auf, die die Ermittlung des Phasenwinkels zwischen Kraft und Verformung beeinflussen. Durch eine geeignete Aufhängung des Erregersystems an Gummifedern konnten diese Schwierigkeiten beseitigt werden.

Als weitere Störquelle erwies sich der Gleichspannungsverstärker. Bei einer maximalen Ausgangsspannung von 180 Volt betrug die Störspannung ungefähr 2 Volt, ein Betrag, der für Schwingungsuntersuchungen ohne Bedeutung ist. Diese Störspannung wirkt jedoch unabhängig von der Belastung des Leistungsverstärkers und macht sich daher bei niedrigen Frequenzen, bei denen zur Erzielung einer bestimmten Verformungsamplitude nur eine kleine Kraft benötigt wird, als deutliche Überlagerung der Antriebsspannung des Schwingungserregers bemerkbar. Es mußten zusätzliche Sieb-

glieder für die Gitterspannungen der Verstärkerröhren in das Gerät eingebaut werden. Die Störspannung wurde dadurch auf 0,2 Volt herabgesetzt.

Neben der Verformung und der hierfür notwendigen Kraft wurde an der Versuchsanlage der Phasenwinkel zwischen dem zeitlichen Verlauf dieser Größen bestimmt. Dies setzt voraus, daß die verwendeten Aufnehmer- und Anzeigesysteme entweder selbst keinen Phasenfehler oder für Kraft und Weg den gleichen Phasenfehler erzeugen. Die Überprüfung der Anlage wurde mit einer dämpfungsfreien Stahlfeder durchgeführt, die an Stelle der Proben in die Versuchsanlage eingespannt wurde. Im Arbeitsbereich bis 200 Hz ergab sich für die Kraft-Weg-Darstellung am Oszillosraphenschirm eine Gerade, die die Richtigkeit des Versuchsaufbaues bestätigte.

### 3.3 Versuchsergebnisse

#### 3.3.1 Auswahl der untersuchten Belagmaterialien

Praktisch homogene Walzenbeläge aus Gummi und gummiähnlichen Kunststoffen werden in Druckmaschinen für Tiefdruckpresseure und für Farbwalzen verwendet. Beim Druckvorgang sind die Presseure mit Liniendrücken bis zu 30 kp/cm beansprucht; bei Überlastungen liegen sie oft noch höher. Dies führt zu einer starken Erwärmung des Belagmaterials und bei Überschreiten einer gewissen Grenztemperatur zu einer Zerstörung des Presseurs. Die Konzeption neuer Presseurmateriale erfolgt bis heute weitgehend experimentell, und die Eignung eines Materials wird mittels Praxisversuchen erprobt. Bei gleichem Liniendruck ist die Erzeugung von Wärme allein von den visko-elastischen Eigenschaften der Belagmaterialien abhängig. Diese Kennwerte für die gebräuchlichen Presseurbeläge lassen sich jetzt erstmals bestimmen. Entsprechend den entstehenden Presseurtemperaturen werden die Beläge im Temperaturbereich zwischen 20°C und 80°C untersucht.

Die Farbwalzenbeläge haben einen um den Faktor 10 kleineren Elastizitätsmodul. Die Erwärmung spielt weniger wegen der Haltbarkeit der Beläge als wegen der damit verbundenen Viskositätsänderung der Druckfarbe eine Rolle. Für drei Gummibeläge und einen Kunststoffbelag werden der komplexe Elastizitätsmodul und der Verlustfaktor in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für verschiedene Temperaturen bestimmt. Der Einfluß dieser Kenngrößen auf den Rollvorgang wird an Hand von Rolluntersuchungen mit Farbwalzen, die mit den gleichen Materialien belegt sind, später noch eingehend behandelt.

#### 3.3.2 Der Einfluß der Versuchsbedingungen auf die Meßergebnisse

Die Bestimmung der visko-elastischen Eigenschaften von Gummi erfolgt in Anlehnung an DIN 53 513. Die Norm umfaßt die Bezeichnungsweise der visko-elastischen Kenngrößen, wie sie in Kapitel 3.1.3 beschrieben wurden. Außerdem ist für dynamische Untersuchungen bei Druckmittelspannung als Normprobe ein Zylinder mit dem Durchmesser  $d = 10$  mm und der Höhe  $l = 10$  mm festgelegt. Der Formfaktor  $q$  der Probe ist gegeben durch das Verhältnis der belasteten Querschnittsfläche  $A_{\text{bel}}$  zur freien Mantelfläche  $A_{\text{frei}}$ .

Formfaktor

$$q = \frac{A_{bel}}{A_{frei}} \quad (3.50)$$

Für die Normprobe folgt hieraus:  $q = \frac{d}{4l} = 0,25$

Der Formfaktor beeinflusst insbesondere den dynamischen Elastizitätsmodul, der unter Annahme eines einachsigen Spannungszustandes berechnet wird. An den Einspannflächen tritt jedoch eine Verformungsbehinderung auf, die einen zu großen Elastizitätsmodul vortäuscht. Nur der Formfaktor  $q = 0$ , der experimentell nicht zu verwirklichen ist, ergäbe direkt einen echten Elastizitätsmodul.

Die Norm unterscheidet weiterhin zwischen Messungen bei konstanter, steigender oder fallender Temperatur. Da es für die weiteren Betrachtungen von Bedeutung ist, die bei einer bestimmten Temperatur tatsächlich wirksamen visko-elastischen Kennwerte zu wissen, wurden alle Messungen nach mindestens fünfzehnminütiger Temperierung durchgeführt.

Die Größe der Mittelspannung bzw. Mittelverformung und die Größe der Spannungs- bzw. Verformungsamplitude sind in der Norm nicht festgelegt, müssen aber bei allen Messungen angegeben werden, da sie die Ergebnisse beeinflussen. Der Arbeitsbereich der Prüfanlage (siehe 3.2.2), und damit der Elastizitätsmodul der zu prüfenden Proben, begrenzen die realisierbaren Mittelspannungen und Spannungsamplituden. Der Einfluß der Spannungsamplitude wurde bei einigen Proben überprüft, wobei sich mit Zunahme der Amplitude eine geringfügige Vergrößerung des komplexen Moduls ergab.

Von größerem Einfluß ist die Mittelverformung bzw. die Mittelspannung. Mit Zunahme der Mittelspannung steigt der Elastizitätsmodul zunächst stark, dann immer langsamer an; der Verlustfaktor wird kleiner. Die Ursache des starken E-Modulanstiegs liegt nicht nur in dem Belagmaterial begründet – zumindest nicht bei kleinen Verformungen – sondern ergibt sich auch aus der Probeneinspannung und den Ungenauigkeiten der Probenoberfläche. In die Versuchsmaschine werden jeweils 2 oder 3 Proben eingesetzt, die Längendifferenzen von 0,01 bis 0,03 mm aufweisen. Bei kleineren Vorspannungen tragen die Proben noch nicht gleichmäßig; außerdem ist die Haftung an den Einspannplatten noch nicht vollkommen.

Der Einfluß der Mittelspannung wirkt sich bei den untersuchten Belagmaterialien sehr unterschiedlich aus. Diagramm 3.1\* (siehe Meßanhang) zeigt den komplexen Elastizitätsmodul und den Verlustfaktor als Funktion der Temperatur für vier unterschiedliche Mittelspannungen. Innerhalb der Meßgenauigkeit fallen alle Meßwerte zusammen. Die Mittelspannung übt praktisch keinen Einfluß auf die visko-elastischen Kennwerte aus. Das entgegengesetzte Beispiel ist in Diagramm 3.2\* aufgezeichnet. Der komplexe Elastizitätsmodul hängt in starkem Maße von der Mittelspannung ab. Die Kurvenform selbst ist bei allen Mittelspannungen gleich; d. h. der charakteristische E-Modulabfall mit zunehmender Temperatur wird bei allen Mittelspannungen richtig wiedergegeben; die tatsächliche Größe ändert sich jedoch. Den Verlustfaktor beeinflusst die Vorspannung dagegen weniger; in der Tendenz bringt eine steigende Vorspannung einen kleineren Verlustfaktor.

Der ausgeprägte Vorspannungseinfluß, der sich in Diagramm 3.2\* bemerkbar machte, stellt einen Extremfall dar; bei allen anderen Belägen lag der Anstieg des Elastizitätsmoduls im gleichen Meßbereich zwischen 0 % und 10 %.

Diese Überlegungen sollten zeigen, daß die visko-elastischen Kennwerte nur begrenzt als Absolutwerte aufzufassen sind. Probenform und Meßbedingungen gehen immer in das Ergebnis mit ein und müssen deshalb bei allen Versuchen angegeben werden. Materialien — unter gleichen Bedingungen gemessen — können jedoch gut untereinander verglichen werden.

Die Presseur- und Farbwalzenbeläge wurden wegen ihres unterschiedlichen Elastizitätsmoduls in zwei Gruppen mit unterschiedlichen Versuchsbedingungen aufgeteilt. Diese Zweiteilung trägt auch den verschiedenen Höhen der Beanspruchung in der Druckmaschine Rechnung.

### 3.3.3 Komplexer Elastizitätsmodul und Verlustfaktor von Presseurbelägen

Die zu untersuchenden Belagmaterialien wurden in Zusammenarbeit mit einem führenden Hersteller für Presseure und Farbwalzen ausgewählt und umfassen in der Praxis häufig eingesetzte Qualitäten. Sechs Belagmaterialien sind auf Kautschukbasis aufgebaut, bei unterschiedlicher Zusammensetzung und Füllung. Außerdem wurden drei Kunststoffbeläge aus Poly-Urethan mit unterschiedlichem Vernetzungsgrad untersucht.

In Tabelle 3.12 erfolgt eine Zusammenfassung dieser Belagmaterialien. Die Kurzzeichen beziehen sich auf die Art der verwendeten Polymere und haben folgende Bedeutung:

NR	Natural Rubber	CR	Chloropren Rubber
SBR	Styrol- Butadien Rubber	PUR	Poly- Urethan
NBR	Nitril- Butadien Rubber		

Materialbezeichnung (Böttcher, Köln)	Shore- Härte	Kurz- zeichen	Grundstoff	Bemerkungen
7172 L	85	NR	Naturkautschuk	Füllstoffe
7180 AK	86	NR/SBR	Natur- u. Styrol- Kautschuk	Füllstoffe
029	77	NBR	Nitril- Kautschuk	Füllstoffe
081	82	NBR	Nitril- Kautschuk	Füllstoffe
082	85	NBR	Nitril- Kautschuk	Füllstoffe
083 B	84	CR	Chloropren- Kautschuk	Rußfüllung
88385	80	PUR	Poly- Urethan	unterschiedlicher
88490	89	PUR	Poly- Urethan	Vernetzungs- grad
88695	91	PUR	Poly- Urethan	

Tabelle 3.12 Zusammenstellung der untersuchten Presseurbeläge

Die Versuchsbedingungen wurden für alle Presseurbeläge konstant gehalten.

### Versuchsbedingungen:

Zahl der gleichzeitig gemessenen Proben	= 2 Normproben
Mittelspannung	= 1,92 kp/cm <sup>2</sup>
Verformungsamplitude	= $\pm$ 0,006 mm
Temperaturbereich	= 20°C bis 80°C
Frequenzbereich	= 1 Hz bis 200 Hz

Den Ergebnissen liegen zwei Meßreihen zugrunde:

1. Messung der visko-elastischen Kennwerte als Funktion der Temperatur zwischen 20°C und 80°C jeweils für die Verformungsfrequenzen 1 Hz und 100 Hz.
2. Messung der visko-elastischen Kennwerte als Funktion der Frequenz zwischen 1 Hz und 200 Hz jeweils für die Temperaturen 21°C, 30°C, 40°C, 50°C und 80°C.

Aus den Meßwerten wurden der Absolutbetrag des komplexen Elastizitätsmoduls  $E^*$  und der Verlustfaktor  $d = \tan \delta$  bestimmt und in den Diagrammen 3.3\* bis 3.20\* im Meßanhang dargestellt. Da beide Meßreihen dieselben Ergebnisse liefern müssen, wurden die Meßwerte für 10 Hz der zweiten Versuchsreihe zur Kontrolle in die Diagramme der ersten Meßreihe übertragen. Die Übereinstimmung von Messung 1 und 2 ist für den komplexen Elastizitätsmodul  $E^*$  sehr gut; beim Verlustfaktor  $\tan \delta$  treten bei 100 Hz Abweichungen auf, die maximal 10% betragen.

Die Diagramme 3.3\* bis 3.11\* zeigen den Elastizitätsmodul und den Verlustfaktor in Abhängigkeit von der Temperatur jeweils für die Verformungsfrequenzen 1 Hz, 10 Hz und 100 Hz. Bei allen Belagmaterialien auf Kautschukbasis (3.3\* bis 3.8\*) wird mit steigender Temperatur der Elastizitätsmodul kleiner; bei den Kunststoffbelägen (3.9\* bis 3.11\*) steigt der E-Modul bei höheren Temperaturen wieder geringfügig an. Der Verlustfaktor wird bei allen Belägen mit steigender Temperatur niedriger.

Entsprechend Bild 3.1, das den Elastizitätsmodul im gesamten Temperaturbereich wiedergibt, verdeutlicht sich, daß der Gebrauchstemperaturbereich der Presseurbeläge dem Übergangsgebiet zwischen dem ideal gummielastischen Zustand und dem Anfang des Übergangsbereiches zum eingefrorenen Zustand entspricht. Ein ideal gummielastisches Verhalten mit einem Anstieg des Elastizitätsmoduls bei steigender Temperatur wird wegen des hohen Füllstoffanteils bei den Kautschukmaterialien nicht beobachtet. Bei den Kunststoffbelägen tritt dieser Zustand jedoch auf. Im Diagramm 3.9\* fällt der Elastizitätsmodul bei steigender Temperatur zunächst ab und steigt dann wieder an. Dieser Anstieg ist am ausgeprägtesten bei niedrigen Frequenzen.

Zum Verständnis dieses Verhaltens wurde der statische Elastizitätsmodul nach einer Belastungsdauer von 3 Minuten bestimmt. Der Elastizitätsmodul im Diagramm 3.9\* steigt mit Zunahme der Temperatur deutlich an; im statischen Fall liegt demnach im ganzen untersuchten Temperaturbereich ein ideal gummielastisches Verhalten vor. Bei dynamischer Beanspruchung tritt der viskose Widerstand mit steigender Verformungsfrequenz immer stärker in Erscheinung. Da aber der Verlustanteil des komplexen Elastizitätsmoduls mit größer werdender Temperatur abnimmt, ergeben sich aus der Überlagerung beider Anteile die Meßkurven im Diagramm 3.9\*.

Zum Vergleich wurde bei den Kautschukbelägen der statische Elastizitätsmodul bestimmt. Nur bei dem Material 029 (Diagramm 3.5\*) steigt der E-Modul geringfügig an, bei allen anderen Materialien fällt er mit Zunahme der Temperatur ab.

Die Abhängigkeit des Verlustfaktors und des komplexen Elastizitätsmoduls von der Verformungsfrequenz wird in den Diagrammen 3.12\* bis 3.20\* dargestellt. Bei allen Materialien steigt sowohl der Verlustfaktor als auch der E-Modul mit steigender Verformungsfrequenz an. Die Größe dieses Anstiegs ist von Belag zu Belag verschieden. Der Einfluß der Temperatur tritt deutlich hervor; bei Raumtemperatur ist der Anstieg am größten; bei 80°C dagegen am geringsten. Vergleicht man den Kurvenverlauf im Bild 3.4 b, der den Elastizitätsmodul von extrem kurzen bis zu sehr langen Beanspruchungszeiten wiedergibt, so wird ersichtlich, daß der Frequenzbereich von 1 Hz bis 200 Hz dem ideal visko-elastischen Bereich und dem Anfang des Übergangsbereiches zugeordnet werden muß. Dies wird besonders deutlich bei den Poly-Urethanbelägen (Diagramm 3.19\*, 3.20\*). Dort überschneiden sich die bei jeweils konstanter Temperatur ermittelten E\* Kurven, da mit steigender Temperatur der Elastizitätsmodul wieder ansteigt.

Die Bedeutung der Temperatur- und Frequenzabhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls und des Verlustfaktors für die Beanspruchung der Presseurmaterialien beim Rollvorgang wird noch ausführlich behandelt. Erst dann kann eine vergleichende Bewertung der Beläge untereinander erfolgen.

### 3.3.4 Komplexer Elastizitätsmodul und Verlustfaktor von Farbwalzenbelägen

Bei den Presseurbelägen stand die Abhängigkeit der visko-elastischen Kenngrößen von der Temperatur, entsprechend den Erfordernissen der Praxis, im Mittelpunkt des Interesses. Die folgende Untersuchung der Farbwalzenbeläge gibt die Grundlage für die späteren Rolluntersuchungen.

Beim Rollvorgang bedeutet jede Änderung der Rollgeschwindigkeit und jede Änderung der geometrischen Anstellung der zwei Walzen eine Vergrößerung oder Verkleinerung der Verformungsfrequenz. Zur Erfassung des Einflusses der visko-elastischen Eigenschaften auf den Rollvorgang muß deshalb zunächst die Abhängigkeit der Materialkennwerte von der Verformungsfrequenz bestimmt werden. Während Frequenzänderungen beim Rollen sehr einfach zu realisieren sind, würde eine Temperaturänderung weit mehr Aufwand erfordern.

Für vier Farbwalzenbeläge wurden der komplexe Elastizitätsmodul und der Verlustfaktor als Funktion der Verformungsfrequenz bei mehreren jeweils konstanten Temperaturen bestimmt. Diese Farbwalzenbeläge sind identisch mit den in Kapitel 5 für die Rolluntersuchungen benutzten Belägen. Ausgewählt wurden drei Gummibeläge und ein Kunststoffbelag, die in Tabelle 3.13 zusammengefaßt sind:

Materialbezeichnung (Böttcher, Köln)	Shore- Härte	Kurz- zeichen	Grundstoff	Bemerkungen
154 N	32	NBR	Nitril-Kautschuk	Füllstoffe
6210 DE	37	NBR	Nitril-Kautschuk	Füllstoffe
6300 AC	39	NBR	Nitril-Kautschuk	Füllstoffe
Artex	22	PUR	Ester-Poly-Urethan	

Tabelle 3.13 Zusammenstellung der untersuchten Farbwalzenbeläge

Die Versuchsbedingungen wurden für die vier Farbwalzenbeläge konstant gehalten.

### Versuchsbedingungen:

Zahl der gleichzeitig gemessenen Proben	= 3 Normproben
Mittelspannung	= 0,425 kp/cm <sup>2</sup>
Verformungsamplitude	= 0,03 mm
Temperaturbereich	= 20°C bis 55°C
Frequenzbereich	= 1 Hz — 200 Hz

Für die Temperaturen 20°C, 30°C, 40°C und 55°C wurden die visko-elastischen Kennwerte als Funktion der Verformungsfrequenz bestimmt. Die Ergebnisse sind in den Diagrammen 3.21\* bis 3.28\* enthalten. Der komplexe Elastizitätsmodul und der Verlustfaktor — in den Diagrammen 3.21\* bis 3.24\* als Funktion der Temperatur dargestellt — werden mit steigender Temperatur kleiner. Bei den drei Gummimaterialien ist dieser Abfall sehr gering; das bedeutet, daß der Meßtemperaturbereich weiter im kautschuk-elastischen Bereich liegt als bei den Presseurbelägen. Das Material Artex (3.24\*) muß dagegen mehr dem Übergangsbereich zugeordnet werden, da der Elastizitätsmodul steiler abfällt und der Verlustfaktor weitaus größer ist.

In die Diagramme 3.25\* bis 3.28\* wurden die Kennwerte als Funktion der Verformungsfrequenz für jeweils konstante Temperaturen eingezeichnet. Bei allen Materialien steigt sowohl der Verlustfaktor als auch der komplexe Elastizitätsmodul mit zunehmender Verformungsfrequenz an. Der Anstieg des Elastizitätsmoduls erfolgt in der hier gewählten doppellogarithmischen Darstellung bei den Gummibelägen annähernd linear; bei dem Material Artex ist die Kurve leicht gekrümmt. Die Linearität wird umso besser, je höher die Meßtemperatur ist.

Um für die späteren Rollversuche die vier Farbwalzenbeläge leichter vergleichen zu können, wurden in den Diagrammen 3.29\* bis 3.32\* die Kennwerte für 20°C und 30°C jeweils zusammengefaßt. Der Anstieg der E-Modulkurven der drei Nitril-Kautschukbeläge ist annähernd der gleiche, die Größe des Elastizitätsmoduls ist jedoch unterschiedlich. Das Material Artex zeigt ein eindeutig anderes Verhalten; der Anstieg des Elastizitätsmoduls ist viel größer, der Verlustfaktor fast doppelt so groß. Das hat zur Folge, daß dieses Material bei 1 Hz den kleinsten, bei 200 Hz dagegen schon einen größeren E-Modul aufweist als das Material 154 N. Für das Verhalten in der Druckmaschine bedeutet dies eine starke Änderung der Eigenschaften bei jeder Geschwindigkeitsänderung.



Die hier geprüften vier Farbwalzenbeläge werden auch zur experimentellen Untersuchung des Rollvorgangs benutzt. Die Eigenschaften der gummierten Walzen können jedoch geringfügig von denen der Materialproben abweichen, da selbst bei gleichzeitiger Vulkanisation der Proben und der Gummiwalzen wegen des Einflusses der Schichtdicke, ein etwas anderer Vernetzungsgrad bzw. Polymerisationsgrad zu erwarten ist.

### 3.3.5 Mathematische Beschreibung der Frequenzabhängigkeit der visko-elastischen Kennwerte

Der Elastizitätsmodul wurde als Funktion der Frequenz auf doppellogarithmischem Papier dargestellt. Im untersuchten Frequenzbereich ergaben sich Kurven, die insbesondere bei Raumtemperatur mit ausreichender Genauigkeit durch Geraden ersetzt werden können; zumindest ist es jedoch immer möglich, innerhalb eines schmalen Frequenzbereiches die Kurven durch Geraden zu ersetzen. Eine Gerade auf doppellogarithmischem Papier kann mathematisch durch eine Potenzfunktion wiedergegeben werden. Demnach gilt:

$$E^* = E_1^* \left( \frac{f}{f_1} \right)^u \quad (3.51)$$

$E_1^*$  ist der Elastizitätsmodul, der bei der Frequenz  $f_1$  gemessen wurde;  $u$  ist das Steigungsmaß der Geraden in doppellogarithmischer Darstellung.

In ähnlicher Form kann auch die Frequenzabhängigkeit des Verlustfaktors beschrieben werden:

$$\tan \delta = \tan \delta_1 \left( \frac{f}{f_1} \right)^v \quad (3.52)$$

Verhält sich ein visko-elastisches Material entsprechend Gleichungen (3.51) und (3.52), so folgt für den Verlustmodul:

$$E'' = E_1'' \left( \frac{f}{f_1} \right)^x \quad (3.53)$$

Da  $E'' = E^* \cdot \sin \delta$

und für kleine Winkel  $\sin \delta \sim \tan \delta$  wird:

$$E'' = E_1^* \left( \frac{f}{f_1} \right)^u \cdot \tan \delta_1 \left( \frac{f}{f_1} \right)^v = E_1^* \tan \delta_1 \left( \frac{f}{f_1} \right)^{u+v} \quad (3.54)$$

$$E'' = E_1'' \tan \delta_1 \left( \frac{f}{f_1} \right)^x \quad (3.55)$$

Bei  $\tan \delta = 0,268$  beträgt der Unterschied gegenüber  $\sin \delta \sim 3,5\%$ . Für die meisten Anwendungen ist diese Abweichung von untergeordneter Bedeutung.

Von dieser einfachen Möglichkeit, die Frequenzabhängigkeit der visko-elastischen Kennwerte durch Potenzfunktionen zu erfassen, wird bei den Rolluntersuchungen noch Gebrauch gemacht.

### 3.3.6 Erweiterung des experimentell begrenzten Frequenzbereiches durch das Reduktionsverfahren

Die Abhängigkeit der visko-elastischen Kennwerte von der Verformungsfrequenz wurde von 1 Hz bis 200 Hz bestimmt. Die tatsächliche Beanspruchungsfrequenz beim Rollvorgang ist nicht eindeutig festzulegen. Betrachtet man die Zeit, die ein Gummielement zum Passieren einer 20 mm breiten Berührungszone benötigt als identisch mit der Zeit für einen halben sinusförmigen Verformungszyklus in der Versuchsmaschine, so ergäbe sich bei einer Umfangsgeschwindigkeit der Walzen von 8 m/sec eine wirksame Verformungsfrequenz von 200 Hz. Obwohl dieser Wert tatsächlich kaum erreicht wird, ist es wegen zukünftiger Geschwindigkeitssteigerungen interessant, den Frequenzbereich bis 1000 Hz zu überblicken.

In Kapitel 3.1.2 wurde schon darauf hingewiesen, daß der Elastizitätsmodul als Funktion der Temperatur und der Elastizitätsmodul als Funktion des Logarithmus der Zeit einen ähnlichen Verlauf zeigen (Bild 3.4). Als einer der ersten schlug LEADERMAN (35) vor, diese Gleichwertigkeit von Temperatur und Beanspruchungszeit zur Erweiterung der experimentell begrenzten Zeitskala zu benutzen. FERRY (36) und TOBOLSKY (37) befaßten sich eingehend mit der praktischen Anwendung des Reduktionsverfahrens und stellten teils theoretisch begründete, teil experimentell gefundene Zusammenhänge für die Äquivalenz zwischen Temperatur und Zeit auf.

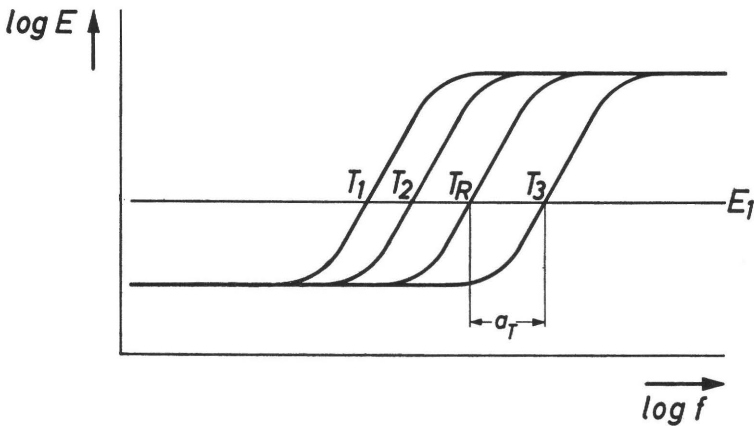


Bild 3.14 Elastizitätsmodul als Funktion der Frequenz für verschiedene Temperaturen

Für ein „Thermo-rheologisch einfaches Material“ zeigt der Elastizitätsmodul als Funktion der Frequenz für verschiedene, jeweils konstant gehaltene Temperaturen, den gleichen Kurvenverlauf (Bild 3.14). Verschiebt man die Kurven längs der logarithmischen Frequenzachse, so kann man alle Kurven deckungsgleich aufeinanderlegen. Will man die Kurve, die bei der Temperatur  $T_3$  gemessen wurde, auf die Kurve, die bei  $T_R$  gemessen wurde, verschieben, so gilt für die Größe des Verschiebungsfaktors  $a_T$ :

$$a_T = \log f_{T_3} - \log f_{T_R} = \text{konstant.} \quad (3.56)$$

Der Verschiebungsfaktor  $a_T$  zweier Kurven ist allein von der Temperaturdifferenz zwischen der Reduktionskurve und der zu reduzierenden Kurve abhängig. Er entspricht seinerseits der Differenz zweier logarithmischer Frequenzwerte.

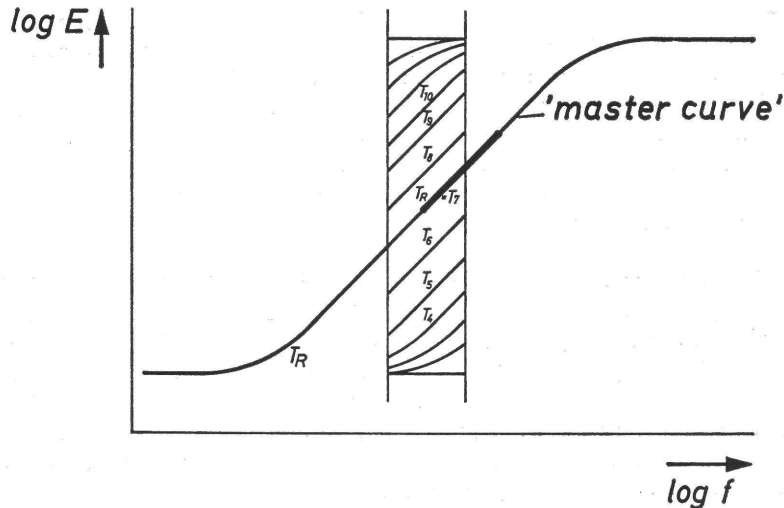


Bild 3.15 Konstruktion der 'master curve'

Experimentell ist die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von der Verformungsfrequenz nur in einem schmalen Frequenzbereich, jedoch bei verschiedenen Temperaturen, bekannt. Aus den einzelnen Kurvenstücken (Bild 3.15) kann durch Verschiebung längs der Frequenzachse für die Reduktionstemperatur die sogenannte 'master curve' konstruiert werden, die sich über einen sehr großen Frequenzbereich erstreckt.

Die Bestimmung der 'master curve' leistet bei der Strukturuntersuchung der Kunststoffe große Dienste, da hierfür die Kenntnis des Elastizitätsmoduls vom eingefrorenen Zustand bis zum gummielastischen Zustand von wesentlicher Bedeutung ist.

In dieser Arbeit wird das Verfahren nur benötigt, um das Verhalten der Walzenbeläge über die experimentell bedingte Grenzfrequenz von 200 Hz hinaus bis auf etwa 1000 Hz zu überblicken. Diese geringe Frequenzdifferenz entspricht maximal einer Temperaturdifferenz von 10°C, das bedeutet, daß bei den in 3.3.3 und 3.3.4 untersuchten Belagmaterialien die über der Bezugstemperatur liegende Frequenzkurve nur nach der höheren Frequenz hin verschoben werden muß; bei einer Reduktionstemperatur von 30°C wird die bei 20°C bestimmte Elastizitätsmodulkurve entlang der Frequenzachse verschoben bis der den beiden Kurven gemeinsame Elastizitätsmodulbereich aufeinanderfällt.

Für mehrere Belagmaterialien wurde das Reduktionsverfahren durchgeführt. Auf eine Wiedergabe wird hier verzichtet, da im wesentlichen überprüft werden sollte, ob die Materialien sich rheologisch einfach verhalten, was tatsächlich der Fall war. Außerdem sollte ein Verfahren bereitstehen, das den Frequenzbereich erweitert, falls dies für die Rolluntersuchungen notwendig sein sollte. Durch das Verständnis des Reduktionsverfahrens kann aus den frequenzabhängigen Kurven eines bestimmten Materials, die bei verschiedenen Temperaturen gemessen wurden, sofort auf das Verhalten dieses Materials bei höheren Frequenzen geschlossen werden.

#### **4. Theoretische Betrachtungen über den Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften der Belagmaterialien auf den Rollvorgang zweier Walzen**

Der Rollvorgang einer mit einem visko-elastischen Belag beschichteten Walze auf einer starren Metallwalze ist von der theoretischen Seite her schwer zu erfassen. Voraussetzung für die Untersuchung dieses Problems ist die Übertragung der Theorie der Festigkeitslehre, die für rein metallische Stoffe entwickelt wurde, auf visko-elastische Stoffe. Der Rollvorgang zweier Metallwalzen aus verschiedenen Werkstoffen ist nur für die Sonderfälle des vollkommenen Haftens und des vollkommenen Gleitens in der Berührungszone mathematisch beschrieben worden. Hieraus wird verständlich, daß eine geschlossene Lösung für visko-elastische Stoffe außerordentlich aufwendig ist. Erschwerend kommt hinzu, daß die Verformungen größer sind als in der linearen Elastizitätstheorie erlaubt.

Bei der Beanspruchung eines visko-elastischen Materials treten aufgrund der Zeitabhängigkeit dieses Vorganges bestimmte charakteristische Erscheinungen auf, deren Kenntnis äußerst wesentlich ist. Diese können jedoch durch eine vereinfachte Theorie erfaßt werden, so daß es möglich wird, die Ergebnisse der experimentellen Rolluntersuchungen zu deuten und viele in Druckmaschinen auftretende Erscheinungen zu erklären.

Diese vereinfachte Theorie hat zusätzlich den Vorteil, daß die Gleichungen nur die visko-elastischen Kenngrößen als Werkstoffparameter enthalten, die experimentell mit der in Kapitel 3 beschriebenen Versuchseinrichtung bestimmt werden können.

#### 4.1 Druckverteilung, Anpreßkraft und Rollmoment als Funktion der experimentell bestimmbaren visko-elastischen Kennwerte

##### 4.1.1 Berechnung der Spannungsverteilung in der Berührungszone anhand eines visko-elastischen Modellwerkstoffes

Ausgangspunkt der Überlegungen ist der Rollvorgang zwischen zwei rein elastischen Metallwalzen. Solange keine großen Tangentialkräfte übertragen werden, sind die Verformung und die Druckverteilung in der Berührungszone symmetrisch zur Verbindungslinie der beiden Walzenmittelpunkte. Betrachtet man ein Element der Oberfläche beim Passieren der Druckzone, so erfolgt die Verformung dieses Elementes zeitlich gesehen ebenso symmetrisch. Zur Zeit  $t = t_0$  beginnt die Verformung, erreicht bei  $t = t_a$  ihr Maximum und wird zur Zeit  $t = 2t_a$  wieder Null.

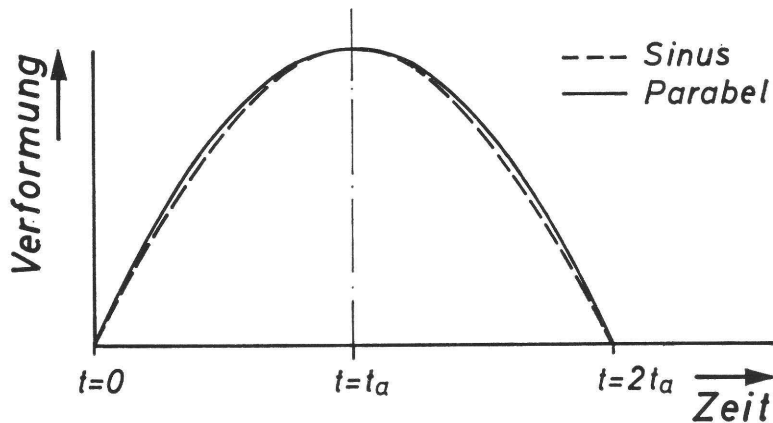


Bild 4.1 Zeitlicher Verlauf der Verformung eines Oberflächenelementes beim Passieren der Berührungszone

Im Bild 4.1 wurde der zeitliche Verlauf der Verformung eines Oberflächenelementes dargestellt. Zu diesem charakteristischen Verlauf gelangt man durch die Betrachtung der geometrischen Verhältnisse in der Kontaktzone. Zwei Körper mit kreisförmigem Querschnitt, von denen der eine starr und der andere elastisch ist, werden gegeneinander gepreßt; der starre Körper dringt dabei in den elastischen Körper ein. Die geometrische Überdeckung, die sich aus zwei Kreissegmenten zusammensetzt, entspricht in erster Näherung der elastischen Verformung. Bei kleinen Verformungen – die Berührungszone ist klein im Vergleich zu den Walzendurchmessern – ergibt sich dabei die im Bild 4.1 gezeigte parabelförmige Verformung. Um die Zeitabhängigkeit dieser Kurve einfach mathematisch beschreiben zu können, wird sie in einer weiteren Näherung durch eine zeitlich sich sinusförmig ändernde Dehnung ersetzt:

$$\epsilon_{\omega t} = \epsilon_a \cdot \sin \omega t \quad (4.1)$$

Mit  $\epsilon_a$  = Amplitude der Verformung  
und  $2\omega t_a = \pi$  der halben Periode einer Sinusschwingung.

Diese Sinusfunktion hat weiterhin den Vorteil, daß sie technisch leicht zu realisieren ist, wie es in den Werkstoffuntersuchungen in Kapitel 3 beschrieben wurde.

Nach der HERTZ'schen Theorie ist in der Berührungszone zweier Metallwalzen eine halbkreisförmige Druckverteilung anzunehmen. Die Sinusfunktion kann als erstes Glied der Fourier-Entwicklung der Halbkreisfunktion aufgefaßt werden. Damit besteht auch zu dieser Theorie eine gute Verbindungsmöglichkeit.

Im folgenden wird die sinusförmige Verformung als Grundlage einer mathematischen Entwicklung verwendet.

Für metallische Werkstoffe ergibt sich aus Gleichung (4.1) bei Annahme eines einachsigen Spannungszustandes für die Spannung:

$$\sigma_{\omega t} = E \cdot \epsilon_{\omega t} = E \cdot \epsilon_a \cdot \sin \omega t$$

die ebenfalls symmetrisch zur Verbindungslinie der Achsmitten verläuft.

Bei einem visko-elastischen Material wird eine symmetrische Verformungskurve wegen der Zeitabhängigkeit dieses Vorgangs keine symmetrische Spannungsverteilung hervorrufen.

Der tatsächliche Spannungsverlauf soll zunächst anhand eines Modellwerkstoffes analysiert werden. Hierzu wird dasselbe visko-elastische Modell verwendet, das in Bild 3.3 als Modell A bezeichnet wurde. Eine kleine Dehnung  $\Delta \epsilon$  dieses Modells ergibt, entsprechend Gleichung (3.8), eine zeitlich sich ändernde kleine Spannung:

$$\Delta \sigma_t = \Delta \epsilon \cdot E_{2A} \cdot \Delta \epsilon \cdot E_{1A} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}} \quad (4.2)$$

In Gleichung (4.2) ist  $\tau_{1A} = \eta_1 / E_{1A}$  definiert als die Relaxationszeit des Maxwell-Elementes ( $\eta_1 ; E_{1A}$ ).

Ändert sich die Dehnung als kontinuierliche Zeitfunktion  $\epsilon(t)$ , so ergibt sich aus der Überlagerung der durch die Einzeldehnungen zur Zeit  $t_i$  hervorgerufenen Spannungen für die zur Zeit  $t$  wirksame Gesamtspannung:

$$\sigma_t = E_{2A} \cdot \epsilon(t) + E_{1A} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}} \int_{t_i=0}^{t_i=t} \frac{d\epsilon(t)}{dt} \cdot e^{\frac{t_i}{\tau_{1A}}} \cdot dt_i \quad (4.3)$$

Erfolgt die Verformung sinusförmig, so wird aus Gl. (4.1):

$$\frac{d\epsilon(t)}{dt} = \epsilon_a \cdot \omega \cdot \cos \omega t \quad (4.4)$$

und für die Spannung als Funktion von  $\omega t$  gilt:

$$\sigma_{\omega t} = E_{2A} \cdot \epsilon_a \cdot \sin \omega t + E_{1A} \cdot \epsilon_a \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}} \int_{t_i=0}^{t_i=t} \quad (4.5)$$

Nach Durchführung der Integration wird:

$$\sigma_{\omega t} = E_{2A} \cdot \epsilon_a \cdot \sin \omega t + E_{1A} \cdot \epsilon_a \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}} \left[ e^{\frac{t}{\tau_{1A}}} \cdot \frac{\frac{\omega}{\tau_{1A}} \cos \omega t + \omega^2 \sin \omega t}{\tau_{1A}^2 + \omega^2} \right]_{t_j=0}^{t_j=t}$$

$$\sigma_{\omega t} = E_{2A} \cdot \epsilon_a \cdot \sin \omega t + E_{1A} \cdot \epsilon_a \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}} \left[ \frac{e^{\frac{t}{\tau_{1A}}} \left( \frac{\omega}{\tau_{1A}} \cos \omega t + \omega^2 \sin \omega t \right) - \frac{\omega}{\tau_{1A}}}{\tau_{1A}^2 + \omega^2} \right]$$

Formt man diese Gleichung um, so folgt:

$$\sigma_{\omega t} = \epsilon_a \cdot E_{2A} \cdot \sin \omega t + \epsilon_a \cdot E_{1A} \left[ \frac{(\omega \tau_{1A})^2}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} \cdot \sin \omega t + \frac{\omega \tau_{1A} \cos \omega t}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} - \frac{\omega \tau_{1A}}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}} \right]$$

und

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega t} = & \epsilon_a \cdot \sin \omega t \left[ E_{1A} \frac{(\omega \tau_{1A})^2}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} + E_{2A} \right] \\ & + \epsilon_a \cdot \cos \omega t \left[ E_{1A} \frac{\omega \tau_{1A}}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} \right] \\ & - \epsilon_a \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}} \left[ E_{1A} \frac{\omega \tau_{1A}}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

Bei einer sinusförmigen Verformung des Drei-Parameter-Modells erhält man einen Spannungsanteil, der sich ebenfalls sinusförmig ändert und in Phase mit der Verformung verläuft. Der zweite Anteil ändert sich cosinusförmig, d. h. proportional der Verformungsgeschwindigkeit. Das dritte Glied stellt eine Abklingfunktion dar, die für  $t \rightarrow \infty$  zu Null wird.

Gleichung (4.6) kann als Einschwingvorgang einer Sinusschwingung betrachtet werden. Sie beschreibt die Spannungsverteilung, die sich unter Annahme einer sinusförmigen Verformung in der Berührungszone für einen visko-elastischen Modellwerkstoff ergibt.

#### 4.1.2 Ersatz der Elemente des Modellwerkstoffes durch die meßtechnisch ermittelbaren visko-elastischen Kennwerte

Für die Elemente des Modells können bestimmte Werte angenommen werden. Die Spannungsverteilung ist dann mit Gleichung (4.6) berechenbar. Experimentell stehen jedoch die visko-elastischen Kennwerte, die in Kapitel 3 gemessen wurden, zur Verfügung. Aus diesem Grunde werden die Modellparameter durch die visko-elastischen Kennwerte ersetzt.

Läßt man in Gleichung (4.6)  $t$  gegen unendlich gehen, so wird das Abklingglied zu Null, und es gilt:

$$\sigma_{\omega t} = \varepsilon_a \cdot \sin \omega t \left[ E_{1A} \frac{(\omega \tau_{1A})^2}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} + E_{2A} \right] + \varepsilon_a \cdot \cos \omega t \left[ E_{1A} \frac{\omega \tau_{1A}}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} \right] \quad (4.7)$$

Gleichung (4.7) stellt die Spannung dar, die sich im eingeschwungenen Zustand bei einer sinusförmigen Verformung ergibt. Dementsprechend können die visko-elastischen Kennwerte eingeführt werden, die für den eingeschwungenen Zustand bei sinusförmiger Beanspruchung in Kapitel 3.1.3 beschrieben wurden.

Der Anteil des Elastizitätsmoduls, der in Phase mit der Verformung verläuft, ist als dynamischer Elastizitätsmodul  $E'$  definiert:

$$E' = E_{1A} \frac{(\omega \tau_{1A})^2}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} + E_{2A} \quad (4.8)$$

Den Anteil des Elastizitätsmoduls, der in Phase mit der Verformungsgeschwindigkeit wirkt, bezeichnet man als Verlustmodul:

$$E'' = E_{1A} \frac{\omega \tau_{1A}}{1 + (\omega \tau_{1A})^2} \quad (4.9)$$

Im eingeschwungenen Zustand gilt für das Drei-Parameter-Modell bei sinusförmiger Verformung:

$$\sigma_{\omega t} = \varepsilon_a (E' \sin \omega t + E'' \cos \omega t) \quad (4.10)$$

Setzt man die visko-elastischen Kenngrößen  $E'$  und  $E''$  Gleichung (4.8) ein, so gilt für die Spannung beim Einschwingen:

$$\sigma_{\omega t} = \varepsilon_a (E' \sin \omega t + E'' \cos \omega t - E'' e^{-\frac{t}{\tau_{1A}}}) \quad (4.11)$$

Das Abklingglied enthält noch die Relaxationszeit  $\tau_{1A}$ . Um auch  $\tau_{1A}$  durch die visko-elastischen Kenngrößen ausdrücken zu können, muß ihre Abhängigkeit von den Winkelgeschwindigkeiten betrachtet werden, da für die drei Elemente des Modells  $E_{1A}$ ,  $E_{2A}$  und  $\tau_{1A}$  nur zwei Bestimmungsgleichungen vorhanden sind.

Faßt man die Gleichungen (4.8) und 4.9) zusammen, so gilt:

$$E' = E_{2A} + E_{1A} - \frac{E''}{\omega \tau_{1A}} \quad (4.12)$$

oder

$$E' = E_{2A} + E'' \omega \tau_{1A} \quad (4.13)$$

und für die Ableitungen nach  $\omega$

$$(E')' = -\frac{1}{\tau_{1A}} \left[ \frac{\omega (E'')' - E''}{\omega^2} \right] \quad (4.14)$$



oder

$$(E')' = + \tau_{1A} \left[ \omega (E'')' + E'' \right] \quad (4.15)$$

Beide Ableitungen werden gleichgesetzt; es folgt:

$$\frac{1}{\tau_{1A}} = \omega \sqrt{\frac{E'' + \omega (E'')'}{E'' - \omega (E'')'}} = \omega \cdot z \quad (4.16)$$

Für den Wurzelausdruck in Gleichung (4.16) wurde die Größe  $z$  eingeführt, die als Werkstoffparameter aufzufassen ist.

$$z = \sqrt{\frac{E'' + \omega (E'')'}{E'' - \omega (E'')'}} \quad (4.17)$$

Da die visko-elastischen Kennwerte in ihrer Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit innerhalb eines gewissen Frequenzbereiches immer durch eine Potenzfunktion in erster Annäherung beschrieben werden können (Kapitel 3.3.5), gilt:

$$E'' = C \omega^x \quad (4.18)$$

$x$  = Exponent der Potenzfunktion,

$C$  = Konst. Faktor

Die Ableitung nach  $\omega$  ergibt:

$$(E'')' = C x \omega^{x-1} = C x \frac{1}{\omega} \omega^x = \frac{x}{\omega} E'' \quad (4.19)$$

Für den Werkstoffparameter  $z$  erhält man somit:

$$z = \sqrt{\frac{E'' + \omega (E'')'}{E'' - \omega (E'')'}} = \sqrt{\frac{E'' + x E''}{E'' - x E''}} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad (4.20)$$

Führt man Gleichung (4.20) in Gleichung (4.11) ein, so folgt:

$$\sigma_{\omega t} = \epsilon_a \left[ E' \sin \omega t + E'' \cos \omega t - E'' e^{-\omega t \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}} \right] \quad (4.21)$$

oder

$$\sigma_{\omega t} = \epsilon_a \left[ E' \sin \omega t + E'' \cos \omega t - E'' e^{-\omega t z} \right] \quad (4.22)$$

Die Spannung, die sich bei einer sinusförmigen Verformung des visko-elastischen Modells ergibt, kann berechnet werden, falls die visko-elastischen Kennwerte im eingeschwungenen Zustand und die Änderung der Kennwerte mit der Winkelgeschwindigkeit bekannt sind.

Die Einführung des Werkstoffparameters  $z$  war notwendig, um die Relaxationszeit  $\tau_{1A}$  durch die visko-elastischen Kenngrößen auszudrücken. Sind der Elastizitätsmodul  $E'$  und der Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz bekannt, so ergibt sich für eine bestimmte Verformungsfrequenz aus den Steigungsmaßen der beiden Kurven das Steigungsmaß des Verlustmoduls (Kapitel 3.3.5). Hieraus kann  $z$  entsprechend Gleichung (4.20) berechnet werden.

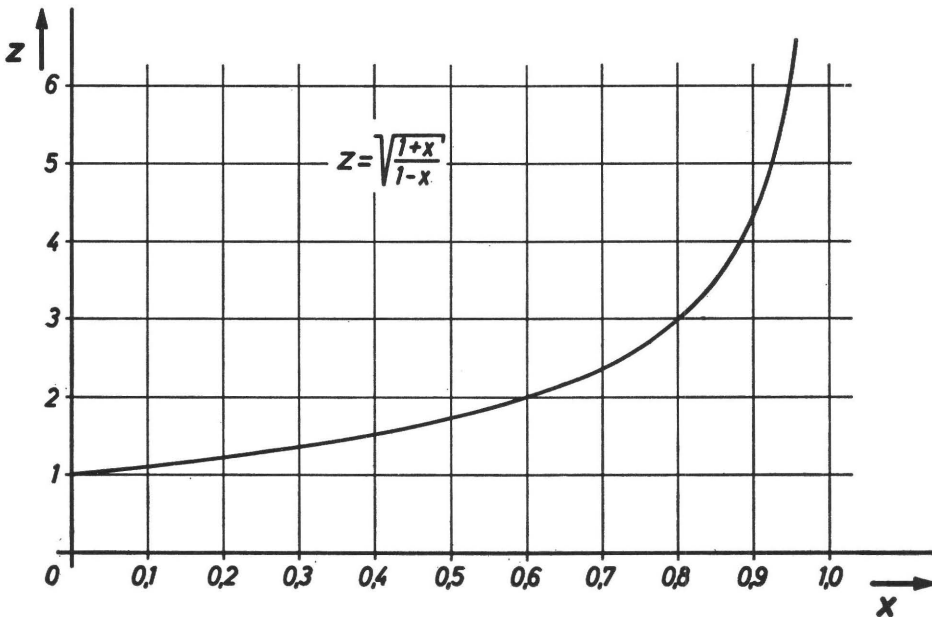


Bild 4.2 Einfluß des Exponenten  $x$  der Funktion  $E'' = C \cdot \omega \times$  auf  $z$

Um den Einfluß von  $z$  abschätzen zu können, wurde in Bild 4.2  $z$  als Funktion von  $x$  aufgetragen. Für die Mehrzahl der am Institut untersuchten Belagmaterialien liegt  $z$  zwischen 1 und 2. Je größer  $z$ , desto schneller nähert sich die Abklingfunktion dem Wert Null.

Der Einfluß von  $z$  auf die Vorgänge in der Berührungszone ist im Vergleich zu dem Einfluß des Verlustfaktors viel geringer. Aus diesem Grunde wird zunächst nur zwischen  $z = 1$  und  $z = 2$  unterschieden. Für genauere Berechnungen, die im Kapitel 4.2 folgen, muß  $z$  jedoch feiner unterteilt werden.

Die Herleitung von Gleichung (4.22) wurde anhand eines Drei-Parameter-Modells durchgeführt. Die Beschränkung auf eine sinusförmige Spannungsverteilung gab die Möglichkeit, die Elemente des Modells ( $E_{1A}$ ,  $E_{2A}$ ,  $\eta_1$ ) durch die visko-elastischen Kenngrößen, die bei dynamischer sinusförmiger Druckwechselverformung im Prüfstand bestimmt werden, zu ersetzen. Die Walzenbeläge sind als visko-elastische Stoffe natürlich nicht so einfach aufgebaut. Um ihr Verhalten in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz über den ganzen Frequenzbereich wiederzugeben, wäre ein Modell aus einer Vielzahl von Federn und Dämpfern notwendig. Für jeden einzelnen Meßpunkt, d.h. für  $E'$  und  $E''$  bei einer bestimmten Frequenz, kann ein einfaches mechanisches Modell das Verhalten bei sinusförmiger Beanspruchung mit derselben Frequenz wiedergeben. Ist außerdem noch die Änderung der visko-elastischen Kennwerte bei dieser Frequenz bekannt, so kann das Drei-Parameter-Modell derart ausgelegt werden, daß auch das Einschwingverhalten erfaßbar wird. Diese Methode entspricht der Linearisierung des dynamischen Verhaltens an einzelnen Frequenz-Arbeitspunkten.

Zur Auswertung von Gleichung (4.22) werden der komplexe Elastizitätsmodul  $E^*$  und  $\tan \delta$  eingeführt:

$$E' = E^* \cos \delta$$

$$E'' = E^* \sin \delta$$

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'}$$

Für  $\sigma_{\omega t}$  gilt dann:

$$\sigma_{\omega t} = \epsilon_a E^* (\sin \omega t \cos \delta + \cos \omega t \sin \delta - \sin \delta e^{-\omega t z}) \quad (4.23)$$

$$\sigma_{\omega t} = \epsilon_a E^* [\sin(\omega t + \delta) - \sin \delta e^{-\omega t z}] \quad (4.24)$$

#### 4.1.3 Der Einfluß des komplexen Elastizitätsmoduls und des Verlustfaktors auf die Druckverteilung in der Berührungszone und die Breite der Berührungszone

Ausgehend von einer sinusförmigen Verformung in der Berührungszone

$$\epsilon_{\omega t} = \epsilon_a \sin \omega t \quad (4.1)$$

ergab sich für die dadurch hervorgerufene Spannung

$$\epsilon_{\omega t} = \epsilon_a \cdot E^* [\sin(\omega t + \delta) - \sin \delta \cdot e^{-\omega t z}] \quad (4.24)$$

Die Spannung ist proportional dem Absolutbetrag des komplexen Elastizitätsmoduls; die Spannungsverteilung ist allein vom Phasenwinkel  $\delta$  und der Werkstoffkenngröße  $z$  im Exponenten des Abklinggliedes abhängig.  $\delta = 0$  würde einem rein elastischen Werkstoff entsprechen.

Die Auswertung der Gleichung (4.24) erfolgt in dimensionsloser Form, da nur der Klammerausdruck die Druckverteilung bestimmt:

$$\frac{\sigma_{\omega t}}{\epsilon_a E^*} = \sin(\omega t + \delta) - \sin \delta \cdot e^{-\omega t z} \quad (4.25)$$

Die Spannungsverteilung, die sich aufgrund dieser Gleichung ergibt, ist in Bild 4.3 für  $\delta = 10^\circ$  und  $z = 1$  dargestellt.

Zunächst wurde die Dehnung

$$\sigma_{\omega t} = \epsilon_a \sin \omega t$$

von  $\omega t = 0$  bis  $\omega t = \pi$  aufgetragen.

Im eingeschwungenen Zustand gilt für die Spannung:

$$\sigma_{\omega t} = \epsilon_a E^* \sin(\omega t + \delta)$$

Beginnt die Schwingung zur Zeit  $t = 0$  mit  $\epsilon = 0$  und  $\sigma = 0$ , so muß das Abklingglied ( $= \sin \delta \cdot e^{-\omega t z}$ ) überlagert werden, um dieser Anfangsbedingung zu genügen.

Die stark ausgezogene Kurve gibt den Spannungsverlauf entsprechend Gleichung (4.25) wieder.

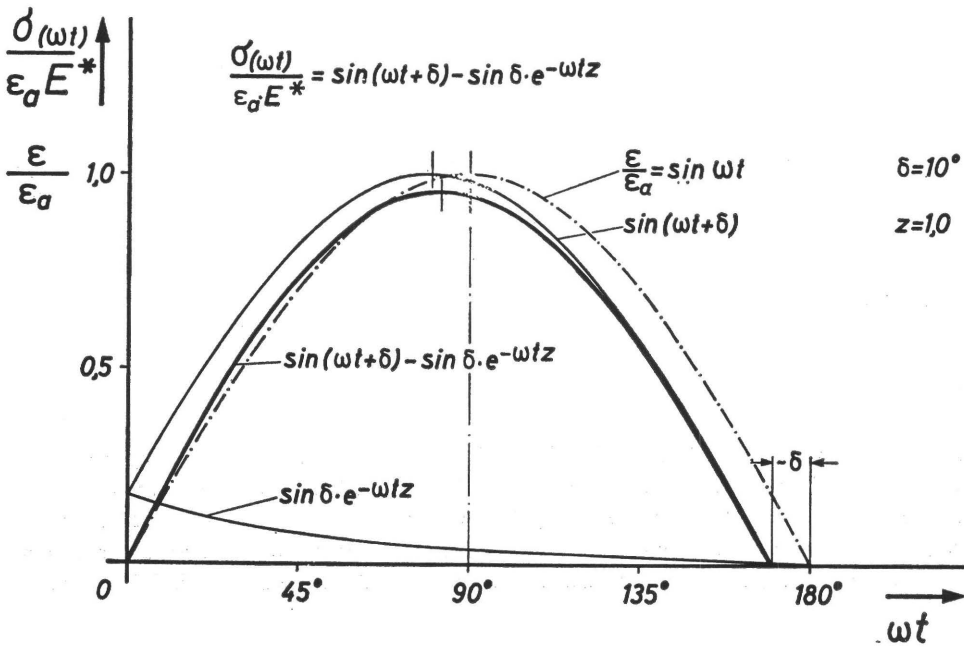


Bild 4.3 Spannungsverteilung für  $\delta = 10^\circ$

Der Einfluß des Abklinggliedes wirkt sich im wesentlichen auf den Anfang der Verformung aus; am Ende der ersten Halbwelle der Sinusschwingung ist sein Einfluß fast vollständig verschwunden. Der Spannungsverlauf des Einschwingvorgangs stimmt dort weitgehend mit dem Spannungsverlauf des eingeschwungenen Zustandes überein. Der Spannungsverlauf ist nicht mehr symmetrisch zur  $90^\circ$  Linie wie bei einem metallischen Werkstoff, sondern nach dem Beginn der Verformung verschoben. Die Breite der Berührungszone entspricht nicht mehr  $180^\circ$ ; sie wird in erster Annäherung um den Phasenwinkel  $\delta$  kleiner.

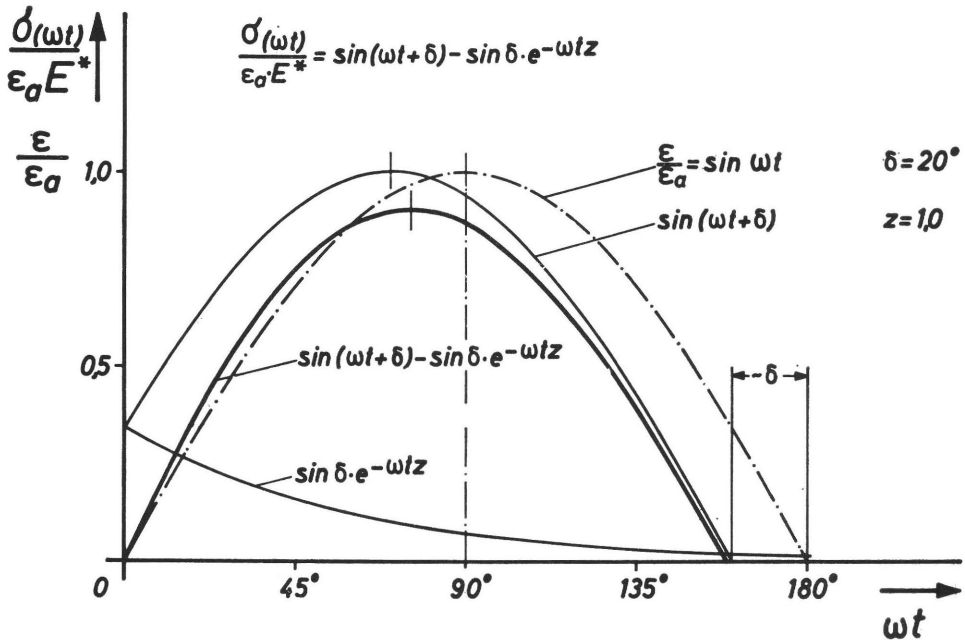


Bild 4.4 Spannungsverteilung für  $\delta = 20^\circ$

Im Bild 4.4 wurde der Phasenwinkel  $\delta$  auf  $20^\circ$  vergrößert. Das Spannungsmaximum verschiebt sich noch weiter zur Einlaufseite hin. Der Maximalwert der Spannung ist kleiner als in Bild 4.3, da das Abklingglied wegen  $\sin \delta$  langsamer gegen Null strebt. Am Ende der Berührungszone stimmt der Einschwingvorgang weitgehend mit dem eingeschwungenen Zustand überein. Die Berührungszonenbreite wird durch  $\delta$  bestimmt.

Die genaue Nullstellenbestimmung ergibt sich durch Nullsetzen von Gleichung (4.25):

$$\sin(\omega t + \delta) = \sin \delta e^{-\omega t z} \quad (4.26)$$

$\omega t$  für  $\sigma = 0$ , wurde zeichnerisch bestimmt und im Bild 4.5 als Funktion von  $\delta$  für  $z = 1$  und  $z = 2$  dargestellt. Die Abweichung gegenüber der Nullstelle der phasenverschobenen Schwingung ist für  $z = 1$  sehr gering. Für  $z = 2$  geht das Abklingglied so schnell gegen Null, daß praktisch keine Abweichung vom Phasenwinkel mehr auftritt. Mit ausreichender Genauigkeit kann die Nullstelle des eingeschwungenen Zustandes mit der Nullstelle des Einschwingvorganges gleichgesetzt werden.

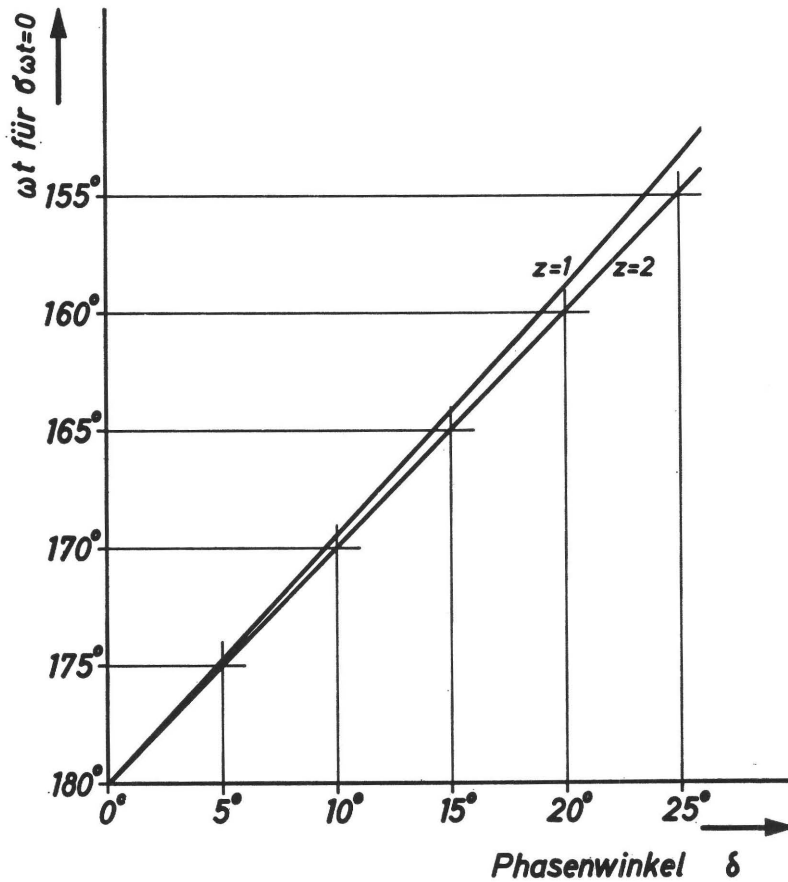


Bild 4.5 Nullstelle in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\delta$

Zum Verständnis der Verkürzung der Berührungszonenbreite beachte man, daß zur Rückverformung des Gummis eine gewisse Zeit notwendig ist. Ein deformiertes Gummielement, das man plötzlich entlastet, nähert sich nach einer e-Funktion dem unverformten Zustand, d. h. je weiter die Verformung zurückgegangen ist, desto langsamer verläuft die Rückverformung. Im Auslaufgebiet der Berührungszone wird die Rückverformungsgeschwindigkeit des Gummis immer kleiner, und der Kontakt zwischen Metallwalze und Gummwalze geht schon vor Erreichen der theoretischen Berührungszonenbreite verloren. Die Berührungszonenbreite ist demnach kleiner als bei einem rein elastischen, metallischen Werkstoff. Diese Verkleinerung ist im wesentlichen durch den Phasenwinkel  $\delta$  des Walzenmaterials bestimmt.

Die maximale Druckspannung tritt nicht mehr in der Mitte der Berührungszone auf, sondern ist nach dem Einlaufgebiet hin, d. h. im Bild 4.3 und 4.4 nach links verschoben. Der Winkel, unter dem die maximale Spannung auftritt, ergibt sich durch Differenzieren von Gleichung (4.25):

$$\cos(\omega t + \delta) = -z \sin \delta e^{-\omega t z} \quad (4.27)$$

Diese Gleichung wurde graphisch gelöst und  $\omega t$  für  $\sigma_{\max}$  in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\delta$  für  $z = 1$  und  $z = 2$  im Bild 4.6 wiedergegeben.

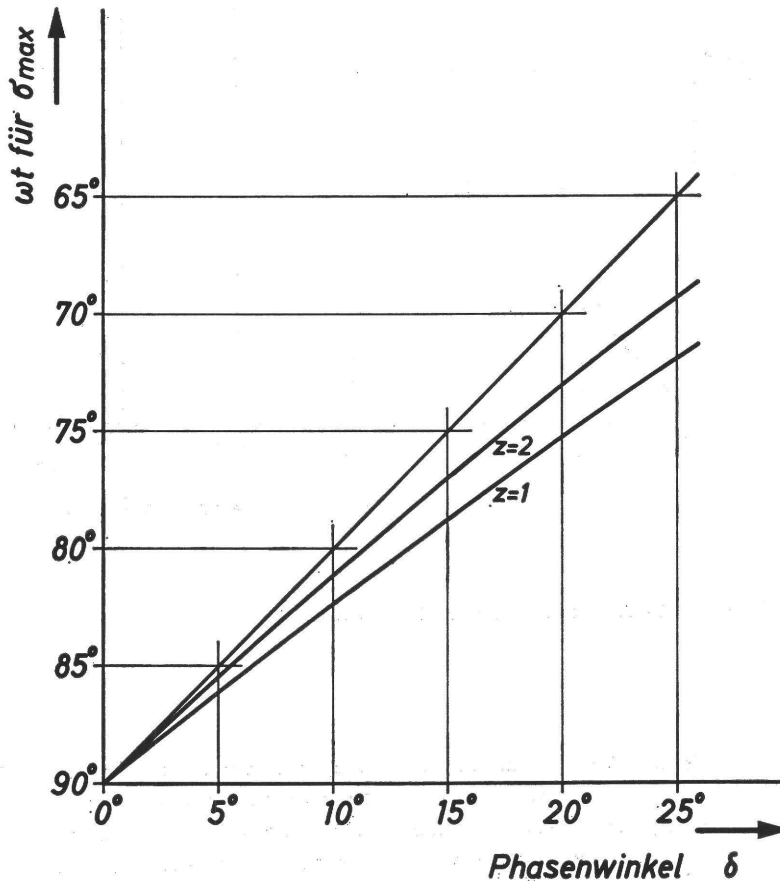


Bild 4.6  $\omega t$  für  $\sigma_{\omega t} = \sigma_{\max}$  in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\delta$

Mittels Gleichung (4.24) kann  $\sigma_{\max}$  bestimmt werden.

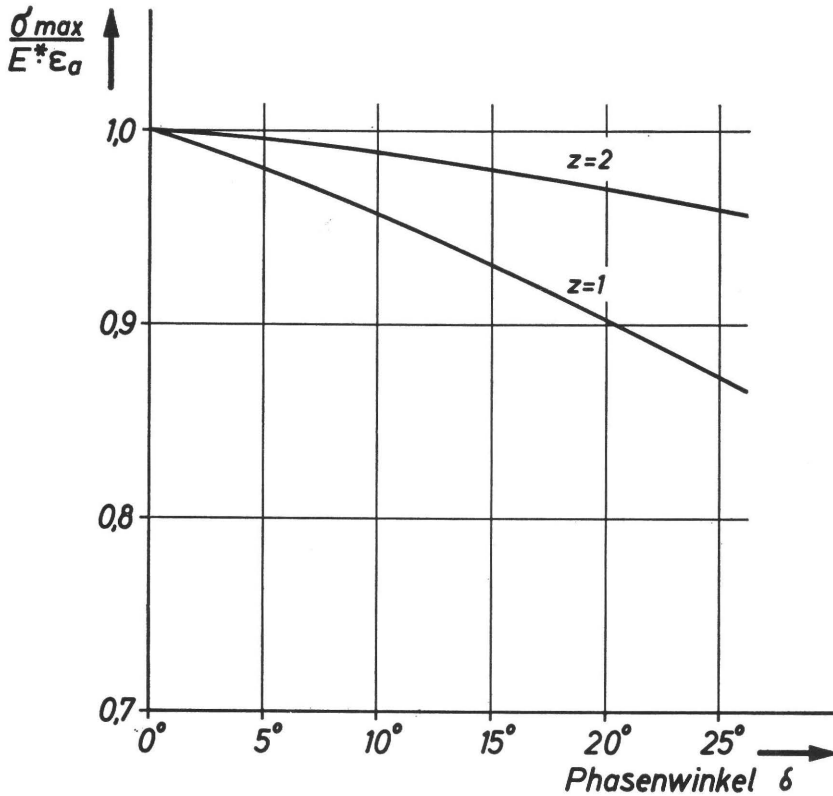


Bild 4.7 Maximalspannung in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\delta$

Das Diagramm im Bild 4.7 zeigt, daß mit Zunahme von  $\delta$  die Maximalspannung kleiner wird. Der Abfall ist umso geringer, je größer  $z$  ist.

#### 4.1.4 Der Einfluß des komplexen Elastizitätsmoduls und des Verlustfaktors auf Anpreßkraft, Tangentialkraft und Rollmoment

Zur weiteren Erfassung der Vorgänge in der Berührungszone wurde in Bild 4.8 der Kontaktbereich einer starren Stahlwalze (unten) und einer visko-elastischen Walze (oben) dargestellt. Bei einem rein elastischen Material beträgt die Breite der Berührungszone  $2a_1$  oder entsprechend  $180^\circ = \pi$  in der Darstellung als Winkelfunktion. Unter der Annahme einer sinusförmigen Verformung eines visko-elastischen Materials ergibt sich eine Spannungsverteilung, die aus Bild 4.4 übertragen wurde. An der Auslaufseite ist  $a_1$  auf  $a_2$  verkürzt. Da die Spannungsverteilung in Bezug auf die Verbindungslinie der Walzenmittelpunkte asymmetrisch wird, liegt die resultierende Gesamtkraft  $P$  um  $a_0$  nach der Einlaufseite hin verschoben. Zum Erreichen eines Gleichgewichtszustandes, der zur Aufrechterhaltung des Rollvorgangs vorhanden sein muß, ist ein zusätzliches Moment  $M = P \cdot a_0$  erforderlich. Es entspricht den visko-elastischen Verlusten und muß, falls die Stahlwalze die Gummwalze antreibt, durch die Übertragung einer Tangentialkraft  $T$  aufgebracht werden.



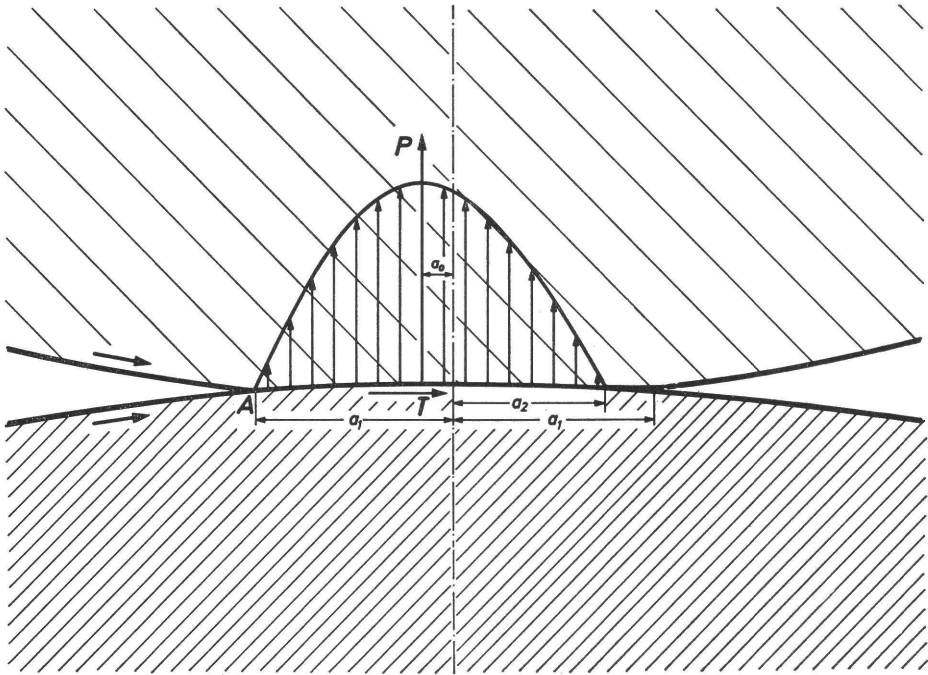


Bild 4.8 Druckverteilung in der Berührungszone zweier Walzen

Die Kraft  $P$ , mit der die beiden Walzen gegeneinander gedrückt werden, ergibt sich aus dem Integral der Teilspannungen, die in der Berührungszone wirken. Bezeichnet man die Länge der Walzen mit  $l$  und die Berührungszonenbreite für  $\delta = 0$  mit  $2a_1$ , so wird:

$$P = l \frac{2a_1}{\pi} \int_0^{\pi-\delta} \sigma_{\omega t} d\omega t \quad (4.28)$$

Die Integration erfolgt von  $\omega t = 0$  bis  $\omega t = (\pi - \delta)$  mit ausreichender Genauigkeit für die tatsächliche Berührungszonenbreite.

Nach Einsetzen von Gleichung (4.24) folgt:

$$\begin{aligned} P &= \epsilon_a E^* l \frac{2a_1}{\pi} \int_0^{\pi-\delta} [\sin(\omega t + \delta) - \sin \delta e^{-\omega t z}] d\omega t \\ P &= \epsilon_a E^* l \frac{2a_1}{\pi} \int_0^{\pi-\delta} \left[ -\cos(\omega t + \delta) + \frac{1}{z} \sin \delta e^{-\omega t z} \right] d\omega t \\ P &= \epsilon_a E^* l \frac{2a_1}{\pi} \left[ 1 + \cos \delta - \frac{1}{z} \sin \delta (1 - e^{-(\pi-\delta)z}) \right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Zur Auswertung wird Gleichung (4.29) in dimensionsloser Form wie folgt geschrieben:

$$\frac{P}{E^* \epsilon_a l} \cdot \frac{\pi}{2a_1} = 1 + \cos \delta - \frac{1}{z} \sin \delta (1 - e^{-(\pi - \delta)z}) \quad (4.30)$$

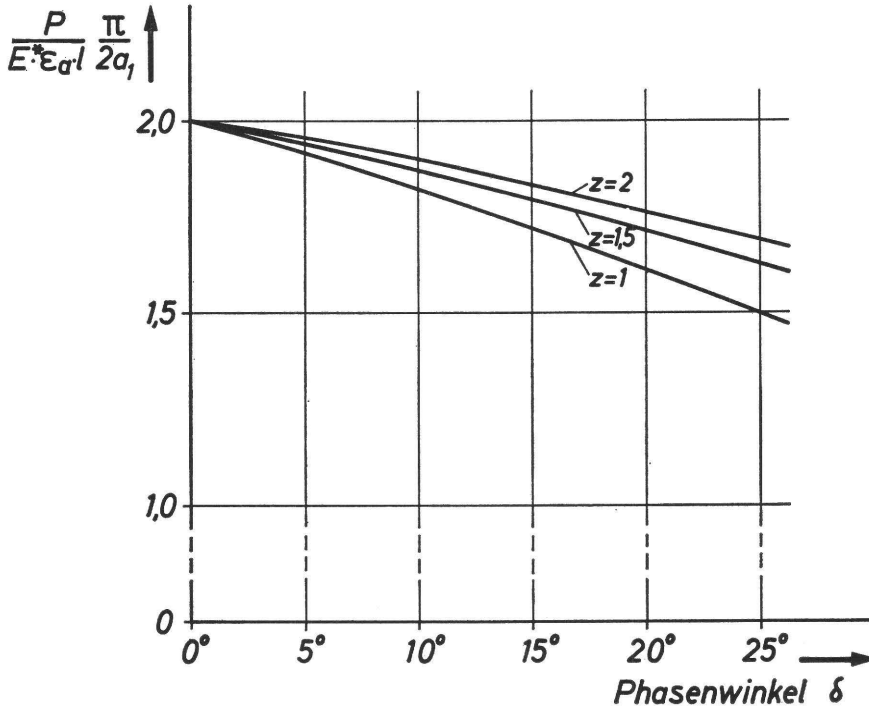


Bild 4.9 Gesamtkraft P in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\delta$

Der Einfluß des Phasenwinkels  $\delta$  auf die Kraft P ist im Bild 4.9 dargestellt. Für metallische Werkstoffe ist der Phasenwinkel  $\delta$  gleich Null und

$$\frac{P}{E^* \epsilon_a l} \cdot \frac{\pi}{2a_1} = 2$$

Mit größer werdendem Phasenwinkel wird die Gesamtkraft P kleiner. Je größer z ist, desto geringer wird der Abfall der Kraft P.

Zur Bestimmung des Rollmomentes und zur Ermittlung von  $a_0$  werden die Momente der Teilspannungen um den Punkt A ( $\omega t = 0$ ;  $\sigma_{\omega t} = 0$ ) gebildet. Dieses Moment  $M_A$  ist gleich dem Moment der Gesamtkraft P um A. Dementsprechend gilt:

$$M_A = P(a_1 - a_0) = l \frac{2a}{\pi} \frac{2a}{\pi} \int_0^{\pi - \delta} \omega t \sigma_{\omega t} d\omega t \quad (4.31)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (4.24) wird:

$$M_A = P(a_1 - a_0) = E^* \varepsilon_a l \frac{4a_1^2}{\pi^2} \left[ \int_0^{\pi-\delta} \omega t \sin(\omega t + \delta) \cdot d\omega t - \sin \delta \int_0^{\pi-\delta} \omega t e^{-\omega t z} d\omega t \right]$$

Zur Lösung der Integrale werden folgende Formeln benötigt:

$$\int x \sin(x+a) dx = \sin(x+a) - x \cos(x+a)$$

$$\int x e^{-xz} = -\frac{1}{z} \left( -\frac{1}{z} + x \right) e^{-xz}$$

Für das erste Integral gilt:

$$\begin{aligned} \sin \delta \int \omega t \sin(\omega t + \delta) d\omega t &= \int_0^{\pi-\delta} \sin(\omega t + \delta) - \omega t \cos(\omega t + \delta) \\ &= \pi - \delta - \sin \delta \end{aligned}$$

Für das zweite Integral gilt:

$$\sin \delta \int_0^{\pi-\delta} \omega t e^{-\omega t z} d\omega t = \sin \delta \int_0^{\pi-\delta} -\frac{1}{z} \left( -\frac{1}{z} + \omega t \right) e^{-\omega t z} = \sin \delta \frac{1}{z} \left[ \frac{1}{z} - \left( \frac{1}{z} + \pi - \delta \right) e^{-(\pi-\delta)z} \right]$$

Beide Integrale werden in Gleichung (4.32) eingesetzt:

$$M_A = P(a_1 - a_0) = E^* \varepsilon_a l \frac{4a_1^2}{\pi^2} \left\{ \pi - \delta - \sin \delta - \sin \delta \frac{1}{z} \left[ \frac{1}{z} - \left( \frac{1}{z} + \pi - \delta \right) e^{-(\pi-\delta)z} \right] \right\} \quad (4.33)$$

Hieraus ergibt sich für das Rollmoment M:

$$M = P \cdot a_0 = T \cdot r_G = P a_1 - M_A \quad (4.34)$$

In dimensionsloser Schreibweise stellt sich Gleichung (4.34) wie folgt dar:

$$\frac{M}{E^* \epsilon_{\alpha l}} \cdot \frac{\pi^2}{4 a_f^2} = \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \cos \delta - \frac{1}{z} \sin \delta (1 - e^{-(\pi - \delta)z}) \right] \quad (4.35)$$

$$- \left\{ \pi - \delta - \sin \delta - \sin \delta \frac{1}{z} \left[ \frac{1}{z} - \left( \frac{1}{z} + \pi - \delta \right) e^{-(\pi - \delta)z} \right] \right\}$$

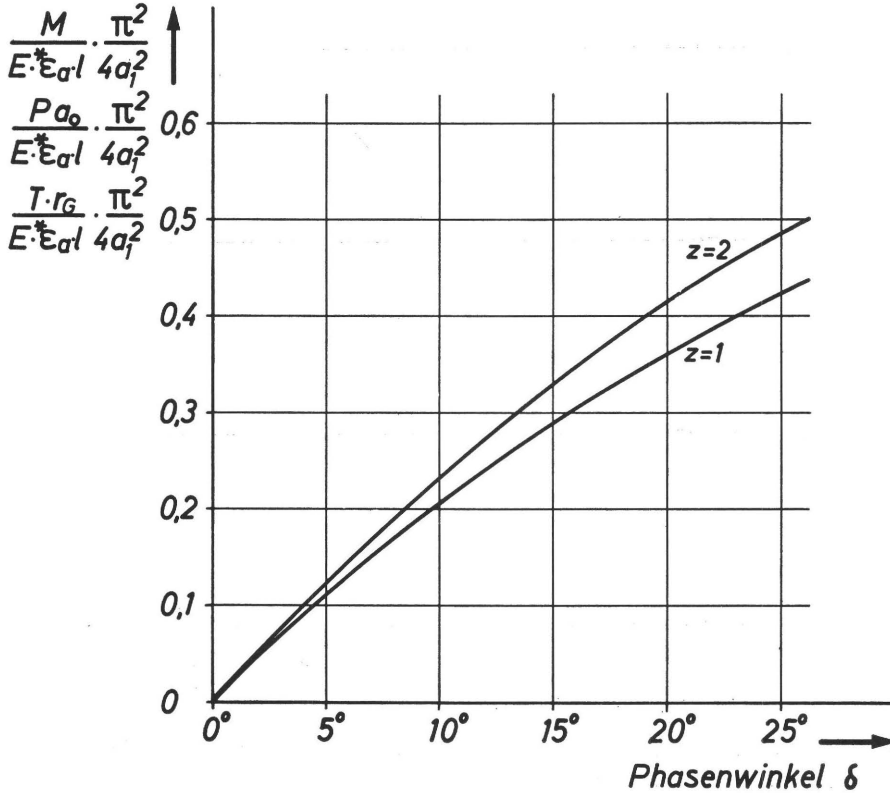


Bild 4.10 Rollmoment  $M$ , das zum Ausgleich der visko-elastischen Verluste erforderlich ist, in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\delta$

Im Bild 4.10 ist die Auswertung von Gleichung (4.35) wiedergegeben. Mit Zunahme von  $\delta$  werden die visko-elastischen Verluste größer und dementsprechend das Moment, das zum Ausgleich dieser Verluste erforderlich ist. Für einen bestimmten Radius der Gummiwalze kann aus dem Rollmoment die Tangentialkraft berechnet werden. Bei einem visko-elastischen Material mit konstantem  $\delta$  bleibt auch  $a_0$  konstant und die Tangentialkraft  $T$  ändert sich proportional mit der Kraft  $P$ .

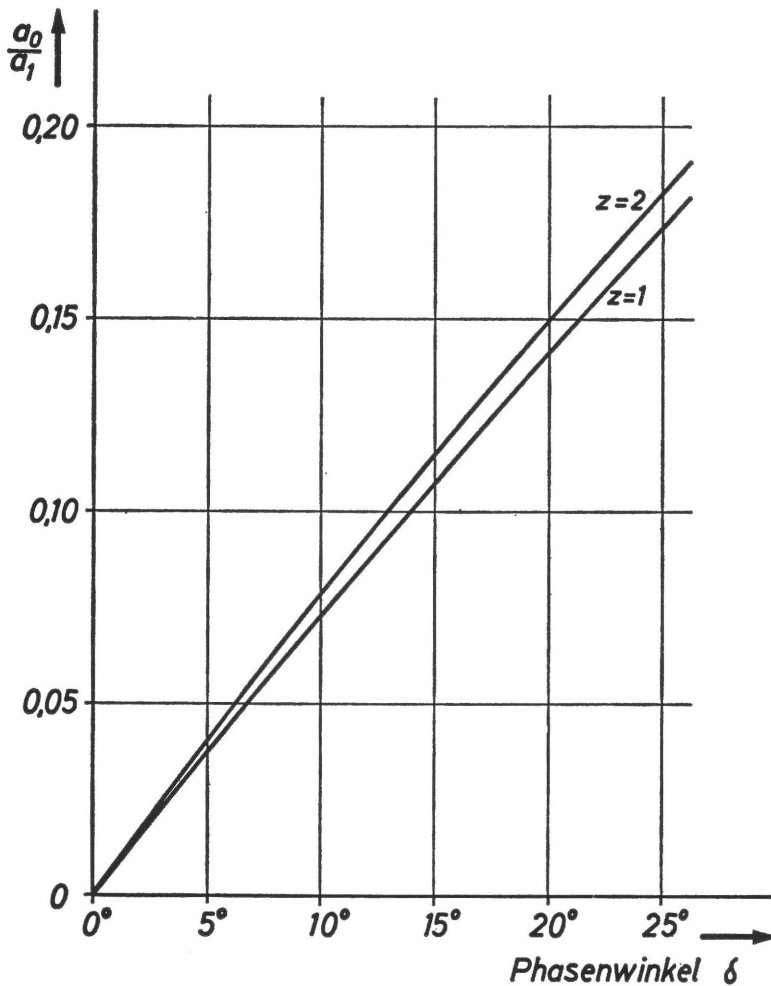


Bild 4.11 Abstand  $a_0$  der Gesamtkraft  $P$  von der geometrischen Mittellinie in Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\delta$

Der Abstand  $a_0$  um den die Gesamtkraft  $P$  nach der Einlaufseite verschoben ist, ergibt sich aus Gleichung (4.34) zu:

$$a_0 = \frac{M}{P} = a_1 - \frac{MA}{P} \quad (4.36)$$

Mit Zunahme von  $\delta$  (Bild 4.11) wird  $a_0$  größer, d. h. die Wirkungslinie der Kraft, die bei einem rein elastischen Belag auf der Verbindungslinie der Walzenmitten liegt, wandert zur Einlaufseite.

Die hier aufgeführten Überlegungen erfassen den Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften eines Belagmaterials auf die Spannungsverteilung unter der Voraussetzung einer sinusförmigen Verformung.

Die Ergebnisse werden mit den tatsächlichen Verhältnissen in der Berührungszone nicht voll übereinstimmen. Die Annäherungslösung gibt jedoch das charakteristische Verhalten eines visko-elastischen Werkstoffes – Verkürzung der Berührungszonenbreite, Verschiebung des Druckspannungsmaximums nach der Einlaufseite, die Notwendigkeit der Übertragung einer Tangentialkraft zur Überwindung der visko-elastischen Verluste – richtig wieder. Außerdem erwies sich die Beschränkung auf eine sinusförmige Verformung als vorteilhaft, da alle Gleichungen als Werkstoffparameter nur die visko-elastischen Kennwerte und die aus ihnen abgeleitete Werkstoffkenngröße  $z$  enthalten.

## 4.2 Die Auswirkungen einer Drehzahländerung auf den Rollvorgang

### 4.2.1 Die Einführung einer Funktion $f(\delta)$ für den Einfluß des Verlustfaktors

Im Kapitel 4.1 wurden Gleichungen entwickelt, die es ermöglichen, den Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften der Belagmaterialien auf den Rollvorgang zu erfassen. Zur Auswertung der Gleichungen ist die Kenntnis des komplexen Elastizitätsmoduls, des Phasenwinkels  $\delta$  und der Werkstoffkenngröße  $z$  notwendig. Bezeichnet man die den Rollvorgang charakterisierenden Größen, wie maximale Druckspannung, Anpreßkraft und Tangentialkraft in allgemeiner Form mit  $X$ , so gilt:

$$X \sim E^* f(\delta)_x \quad (4.37)$$

Alle maßgebenden Gleichungen in Kapitel 4.1 können in dieser Form dargestellt werden. Die Funktion  $f(\delta)_x$  enthält den Einfluß des Phasenwinkels  $\delta$  auf die jeweils interessierende Größe  $X$ . Der Index  $x$  weist darauf hin, daß für jede Größe  $X$  eine spezielle Funktion  $f(\delta)_x$  ausgewertet werden muß.  $f(\delta)_x$  ist dimensionslos und stets so aufgebaut, daß ihr Wert für ein rein elastisches Material, d. h. für  $\delta = 0$  zu 1 wird. Die Funktion  $f(\delta)_x$  enthält auch die Werkstoffkenngröße  $z$ , so daß bei der Auswertung  $f(\delta)_x$  jeweils für einen bestimmten  $z$ -Wert in Abhängigkeit vom Verlustfaktor dargestellt wird.

Der komplexe Elastizitätsmodul  $E^*$  geht in die Gleichungen als Proportionalitätsfaktor ein und bestimmt die absolute Größe von  $X$ . Das Proportionalitätszeichen ersetzt die Geometrie der Walzenkombination und enthält noch die halbe Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite. Bei konstanter Anstellung  $s$  der zwei Walzen wird bei einer Drehzahländerung nur  $E^*$  und  $f(\delta)_x$  beeinflusst. Da die folgenden Untersuchungen nur den Drehzahlinfluß auf den Rollvorgang analysieren, ist es ausreichend, die Auswirkungen der Drehzahl auf  $E^* \cdot f(\delta)_x$  zu betrachten.

### 4.2.2 Die Materialeigenschaften der untersuchten Beläge A und B

Der Einfluß der Drehzahl auf den Rollvorgang kann an jedem Belagmaterial, dessen visko-elastischen Kennwerte bekannt sind, untersucht werden. Für eine übersichtliche Darstellung werden jedoch zwei Belagmaterialien angenommen, deren Frequenzabhängigkeit durch Potenzfunktionen wiedergegeben werden kann. Diese Annahme stimmt mit den Meßresultaten in Kapitel 3 überein. Sie zeigen für viele untersuchte Belagmaterialien eine potentielle Abhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls und des

Verlustfaktors von der Verformungsfrequenz. Da die als Beispiel verwendeten Zahlenwerte im Bereich der experimentell ermittelten liegen, sind die Aussagen durchaus repräsentativ für alle praktisch benutzten Materialien.

Für die Beläge A und B werden folgende Materialeigenschaften angenommen:

$$\text{Belag A:} \quad E^* = E_1^* \cdot \left(\frac{f}{f_1}\right)^{0,08} \quad (4.38)$$

$$\tan \delta = \tan \delta_1 \left(\frac{f}{f_1}\right)^{0,1} = 0,1 \left(\frac{f}{f_1}\right)^{0,1} \quad (4.39)$$

$$z = 1,2$$

$$\text{Belag B:} \quad E^* = E_1^* \left(\frac{f}{f_1}\right)^{0,08} \quad (4.38)$$

$$\tan \delta = \tan \delta_1 \left(\frac{f}{f_1}\right)^{0,25} = 0,1 \left(\frac{f}{f_1}\right)^{0,25} \quad (4.40)$$

$$z = 1,4$$

Als Bezugsfrequenz wird  $f_1 = 1$  Hz verwendet.

Da  $E^*$  als Proportionalitätsfaktor in die Gleichungen eingeht, wurde für beide Beläge derselbe Elastizitätsmodul gewählt. Die Verlustfaktoren unterscheiden sich durch die Exponenten der  $\tan \delta$ -Funktion. Bei der Bezugsfrequenz  $f_1 = 1$  Hz beträgt  $\tan \delta$  jeweils 0,1; mit steigender Frequenz wird bei Belag A der Verlustfaktor langsam, bei Belag B schnell größer.

#### 4.2.3 Die wirksame Verformungsfrequenz beim Rollvorgang

Die visko-elastischen Kennwerte der Walzenbeläge wurden jeweils für eine einwandfrei definierte Verformungsfrequenz bestimmt. Beim Rollvorgang stößt es auf Schwierigkeiten, eine Verformungsfrequenz anzugeben, da die Beanspruchung in der Berührungszone nicht rein sinusförmig erfolgt. In der Praxis sind die Verformungen so groß, daß sie sich weit über den eigentlichen Kontaktbereich hinaus erstrecken. Hier sind nur Annäherungsbetrachtungen möglich, die zu einer ungefähren Beanspruchungsfrequenz führen.

Der Theorie, die den Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften auf die Vorgänge in der Berührungszone analysiert, lag die Annahme einer sinusförmigen Verformung zugrunde. Dementsprechend wird die Berührungszone mit der theoretischen Breite  $2a_1$  als erste Halbwelle einer Sinusschwingung aufgefaßt. Für die Verformungsfrequenz gilt dann:

$$f = \frac{\pi}{2} r_{st} \cdot \frac{n_{st}}{a_1} \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (4.41)$$

Die Bezugsdrehzahl  $n_{st}$  bezieht sich auf die starre Stahlwalze mit dem Radius  $r_{st}$ . Für eine vorgegebene Walzenkombination ist die Verformungsfrequenz proportional der Drehzahl und umgekehrt proportional der Berührungszonenbreite. Geht  $a_1$  gegen Null, so wird die Verformungsfrequenz unendlich groß.

Die als Walzenbeläge verwendeten Kunststoffe können als inkompressibel angenommen werden. Das bedingt ein seitliches Herausdrücken des in der Berührungszone verdrängten Materials. Je kleiner der Walzenkern im Vergleich zum Durchmesser ist, desto weiter werden sich die Verformungen über den gesamten Querschnitt der Walzen erstrecken. Als Grenzfall wird eine Deformation betrachtet, deren Maximum in der Berührungszone und deren Minimum auf der Rückseite der Walze liegen. Ein Verformungszyklus wird dann identisch mit einer Umdrehung der Gummiwalze, und für die Verformungsfrequenz gilt auf die Drehzahl der starren Walze bezogen:

$$f = n_{st} \frac{r_{st}}{r_g} \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (4.42)$$

Wesentlich ist bei dieser Betrachtung, die zu Gleichung (4.42) geführt hat, daß die Breite der Berührungszone bei einer vorgegebenen Walzenkombination nicht die Verformungsfrequenz, sondern nur die Amplitude der Verformung beeinflusst. Die tatsächlich wirksame Verformungsfrequenz liegt vermutlich zwischen den beiden beschriebenen Grenzfällen und kann erst anhand der experimentellen Rolluntersuchungen bestimmt werden.

#### 4.2.4 Maximale Druckspannung und Berührungszonenbreite

Bei fester geometrischer Anstellung zweier Walzen ändert sich die wirksame Verformungsfrequenz proportional der Drehzahl. Für die Untersuchung des Drehzahleinflusses auf die Vorgänge in der Berührungszone ist es ausreichend, die beiden frequenzabhängigen Größen  $E^*$  und  $f(\delta)_x$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz zu betrachten. Aus diesem Grunde werden die Ergebnisse als Funktion der Verformungsfrequenz dargestellt. Mit den Gleichungen (4.41) oder (4.42) kann dann für eine spezielle Walzenkombination jeder Verformungsfrequenz eine Drehzahl zugeordnet werden.

Der Einfluß des Phasenwinkels  $\delta$  auf die maximale Druckspannung war im Bild 4.7, Kapitel 4.1.3, wiedergegeben worden. Die Auswirkungen des Phasenwinkels  $\delta$  lassen sich zu einer Funktion  $f(\delta) \sigma_{max}$  zusammenfassen, und es gilt:

$$\sigma_{max} = \varepsilon_a \cdot E^* f(\delta) \sigma_{max} \quad (4.43)$$

$f(\delta) \sigma_{max}$  wurde bestimmt und in Abhängigkeit vom Verlustfaktor  $\tan \delta$  für mehrere  $z$ -Werte im Diagramm 4.12\* wiedergegeben.

Die Auswertung der Gleichung (4.43) erfolgt für die Beläge A und B auf doppellogarithmischem Papier. Da die Dehnung  $\varepsilon_a$  in Gleichung (4.43) sich mit der Verformungsfrequenz bei dem hier vorausgesetzten konstanten Achsabstand nicht ändert, wird im Bild 4.13

$$\sigma_{max} \sim E^* f(\delta) \sigma_{max}$$

dargestellt. Der konstante Faktor  $\varepsilon_a$  würde in der hier verwendeten doppellogarithmischen Darstellung nur eine Parallelverschiebung der Kurven, jedoch keine Änderung des Kurvenverlaufes, bewirken.



Zunächst wurden der Verlustfaktor  $\tan\delta$  und der komplexe Elastizitätsmodul  $E^*$  als Funktion der Verformungsfrequenz eingetragen.  $f(\delta) \sigma_{\max}$  ergab sich aus Diagramm 4.12\*. Mit steigender Verformungsfrequenz wird  $f(\delta) \sigma_{\max}$  kleiner. Diese Änderungen sind im Vergleich zu den Änderungen des komplexen Elastizitätsmoduls sehr gering. Die maximale Druckspannung wird mit steigender Verformungsfrequenz größer. Der Kurvenverlauf wird primär durch die Frequenzabhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls bestimmt. Der Verlustfaktor bewirkt eine geringfügige Verkleinerung der maximalen Druckspannung, die sich im Frequenzbereich von 1 Hz bis 200 Hz kaum auswirkt.  $\sigma_{\max}$  als Funktion der Verformungsfrequenz verläuft analog der E-Modulkurve, jedoch mit etwas geringerem Steigungsmaß.

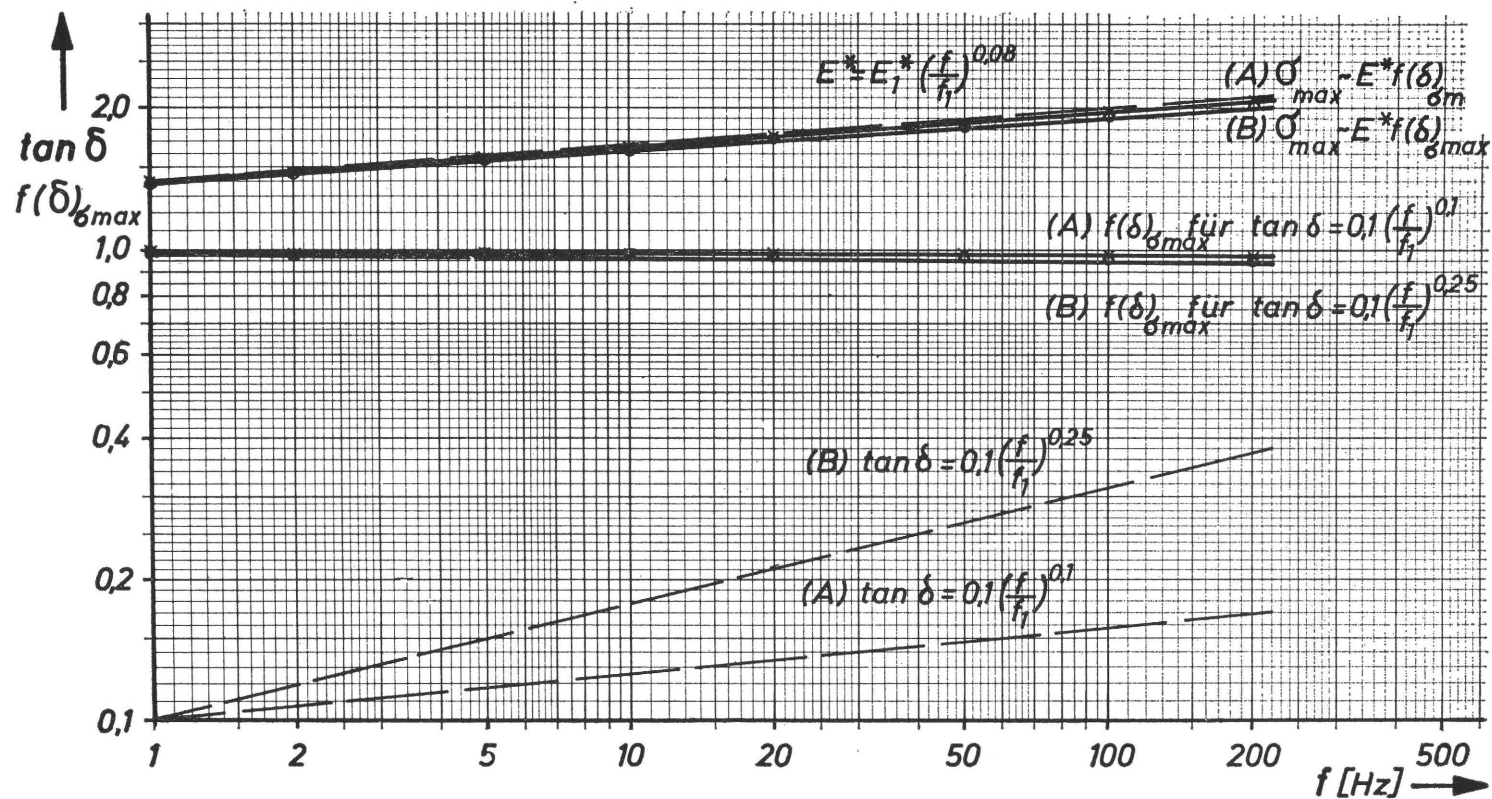


Bild 4.13 Maximale Druckspannung in der Berührungzone in Abhängigkeit von der wirksamen Verformungsfrequenz für die Beläge A und B

Die Verkürzung der Berührungszone an der Auslaufseite ergab sich aus der Bestimmung des Winkels  $\omega t$ , für den die Druckspannung zu Null wurde. Die halbe Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Auslaufseite wird bei einem visko-elastischen Material auf  $a_2$  verkürzt. Das Verhältnis  $a_2/a_1$  ist nur vom Phasenwinkel abhängig, und es gilt:

$$\frac{a_2}{a_1} = f(\delta)_a \quad (4.44)$$

$f(\delta)_a$  wurde mit Gleichung (4.26) berechnet und im Diagramm 4.14\* in Abhängigkeit vom Verlustfaktor für mehrere  $z$ -Werte dargestellt.

Bild 4.15 zeigt den Verlustfaktor  $\tan\delta$  für die Beläge A und B als Funktion der Verformungsfrequenz. Aus Diagramm 4.14\* ergab sich für diese  $\tan\delta$ -Werte jeweils  $f(\delta)_a$ . Mit steigender Verformungsfrequenz wird die Berührungszone an der Auslaufseite kleiner; bei Material B ist, entsprechend der stärkeren Änderung des Verlustfaktors, der Frequenzeinfluß am größten. Dem Frequenzbereich von 1 Hz bis 200 Hz entspricht eine Drehzahländerung um das Zweihundertfache.

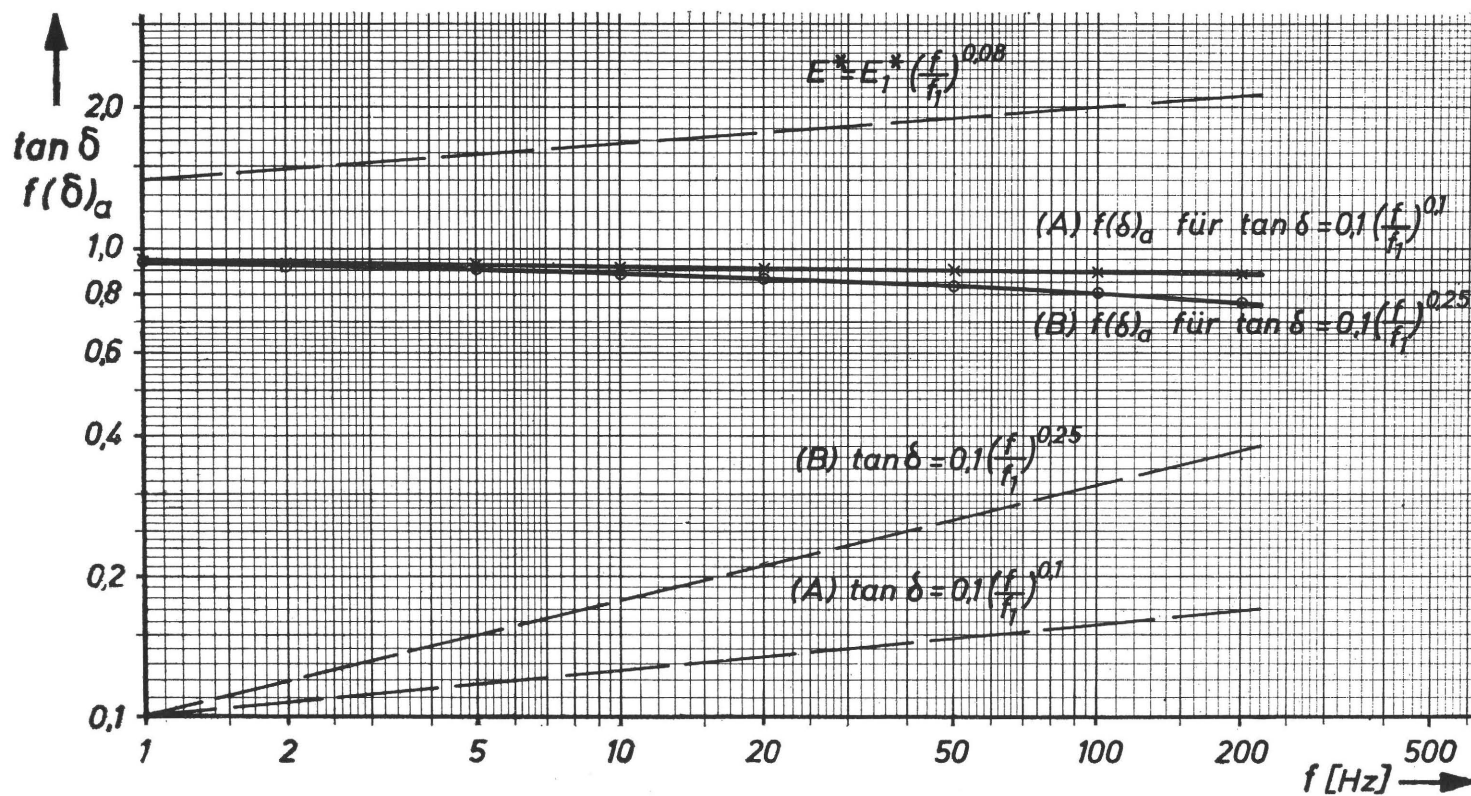


Bild 4.15 Verkürzung der Berührungszone an der Auslaufseite als Funktion der wirksamen Verformungsfrequenz für die Beläge A und B

#### 4.2.5 Anpreßkraft, Tangentialkraft und Rollmoment

Von besonderem Interesse ist der Einfluß der Drehzahl auf die Kraft  $P$ , die bei konstantem Achsabstand zwischen den Walzen wirkt. Gleichung (4.29) beschreibt den Zusammenhang zwischen der Anpreßkraft  $P$ , dem komplexen Elastizitätsmodul und dem Phasenwinkel  $\delta$ .

$$P = \epsilon_a l \frac{2a_1}{\pi} E^* \left[ 1 + \cos \delta - \frac{1}{z} \sin \delta (1 - e^{-(\pi - \delta)z}) \right] \quad (4.29)$$

Eine Geschwindigkeitsänderung beeinflusst nur  $E^*$  und den Klammerausdruck. Letzterer wird zu einer Funktion  $2 f(\delta)_p$  zusammengefaßt. Für  $\delta = 0$  folgt  $f(\delta)_p = 1$ .

$$P = \epsilon_a l \frac{2a_1}{\pi} E^* 2 f(\delta)_p \quad (4.45)$$

$$P \sim E^* f(\delta)_p$$

$f(\delta)_p$  wurde für mehrere  $z$ -Werte als Funktion des Verlustfaktors in Diagramm 4.16\* dargestellt. Mit Hilfe dieses Diagramms ergab sich  $f(\delta)_p$  für die Beläge A und B im Bild 4.17. Mit steigender Verformungsfrequenz wird  $f(\delta)_p$  kleiner; am ausgeprägtesten bei Belag B, da bei ihm der Verlustfaktor schneller ansteigt als bei Belag A. Das Produkt  $E^* f(\delta)_p$  gewinnt man aus der Addition der  $f(\delta)_p$ -Kurve und der  $E^*$ -Kurve in der doppellogarithmischen Darstellung.

Die Anpreßkraft  $P$  als Funktion der Verformungsfrequenz wird hauptsächlich durch die Frequenzabhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls bestimmt.  $f(\delta)_p$  bewirkt einen flacheren Anstieg der Anpreßkraft, als es dem Anstieg des Elastizitätsmoduls entsprechen würde.

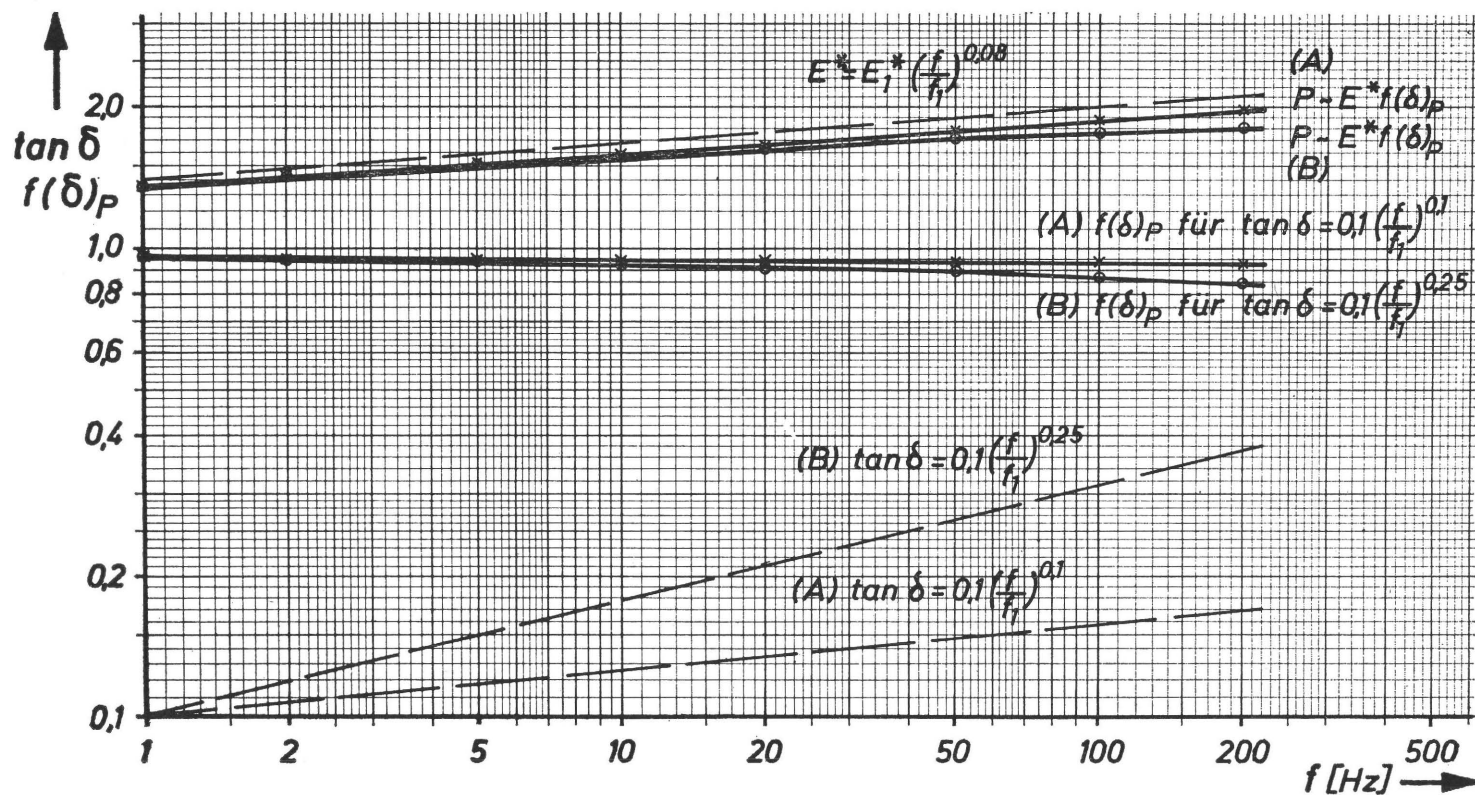


Bild 4.17 Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der wirksamen Verformungsfrequenz für die Beläge A und B

Das Rollmoment, das zum Ausgleich der visko-elastischen Verluste erforderlich ist, ändert sich ebenfalls mit der Drehzahl. Da bei den Rollversuchen Tangentialkräfte gemessen wurden und das Produkt  $T \cdot r_G = M$  dem Rollmoment entspricht, wird der Drehzahleinfluß auf die Tangentialkraft analysiert. Entsprechend Gleichung (4.35), gilt in leicht umgestellter Form:

$$T = \frac{\varepsilon_a l}{r_G} \cdot \frac{4a_f^2}{\pi} E^* \left[ 0,5 \left( 1 + \cos \delta - \frac{1}{z} (1 - e^{-(\pi - \delta)z}) \right) - \frac{1}{\pi} \left( \pi - \delta - \sin \delta \frac{1}{z} \left( \frac{1}{z} - \left( \frac{1}{z} + \pi - \delta \right) e^{-(\pi - \delta)z} \right) \right) \right] \quad (4.46)$$

Der obere Klammerausdruck entspricht  $f(\delta)_P$ ; der untere Teil wird entsprechend seiner Herleitung in den Gleichungen (4.31) und (4.33) mit  $f(\delta)_{MA}$  bezeichnet.

Aus Gleichung (4.46) folgt dann:

$$T = \frac{\varepsilon_a l}{r_G} \cdot \frac{4a_f^2}{\pi} E^* \left[ f(\delta)_P - f(\delta)_{MA} \right] \quad (4.47)$$

Der Einfluß des Phasenwinkels  $\delta$  kann zu einer Funktion zusammengefaßt werden, und es gilt:

$$T = \frac{\varepsilon_a l}{r_G} \cdot \frac{4a_f^2}{\pi} E^* f(\delta)_T \quad (4.48)$$

$$T \sim E^* f(\delta)_T$$

Eine Geschwindigkeitsänderung wirkt in Gleichung (4.48) nur auf  $E^*$  und auf  $f(\delta)_T$ . Die Funktion  $f(\delta)_T$  wurde für mehrere  $z$ -Werte berechnet und in Abhängigkeit von  $\tan \delta$  im Diagramm 4.18\* dargestellt.

Der Einfluß der Verformungsfrequenz auf die Tangentialkraft zeigt Bild 4.19. Die Funktion  $f(\delta)_T$  wurde für die Beläge A und B aus Diagramm 4.18\* bestimmt. Mit steigender Verformungsfrequenz nimmt  $f(\delta)_T$  zu.

Während bei allen bisher untersuchten Größen die Frequenzabhängigkeit des Elastizitätsmoduls in dem Produkt  $E^* f(\delta)$  dominierte, bestimmt  $f(\delta)_T$  entscheidend die Frequenzabhängigkeit der Tangentialkraft. Besonders deutlich wird dies bei dem Belagmaterial B, bei dem  $f(\delta)_T$  als Funktion der Verformungsfrequenz sehr viel stärker ansteigt als  $E^*$ .

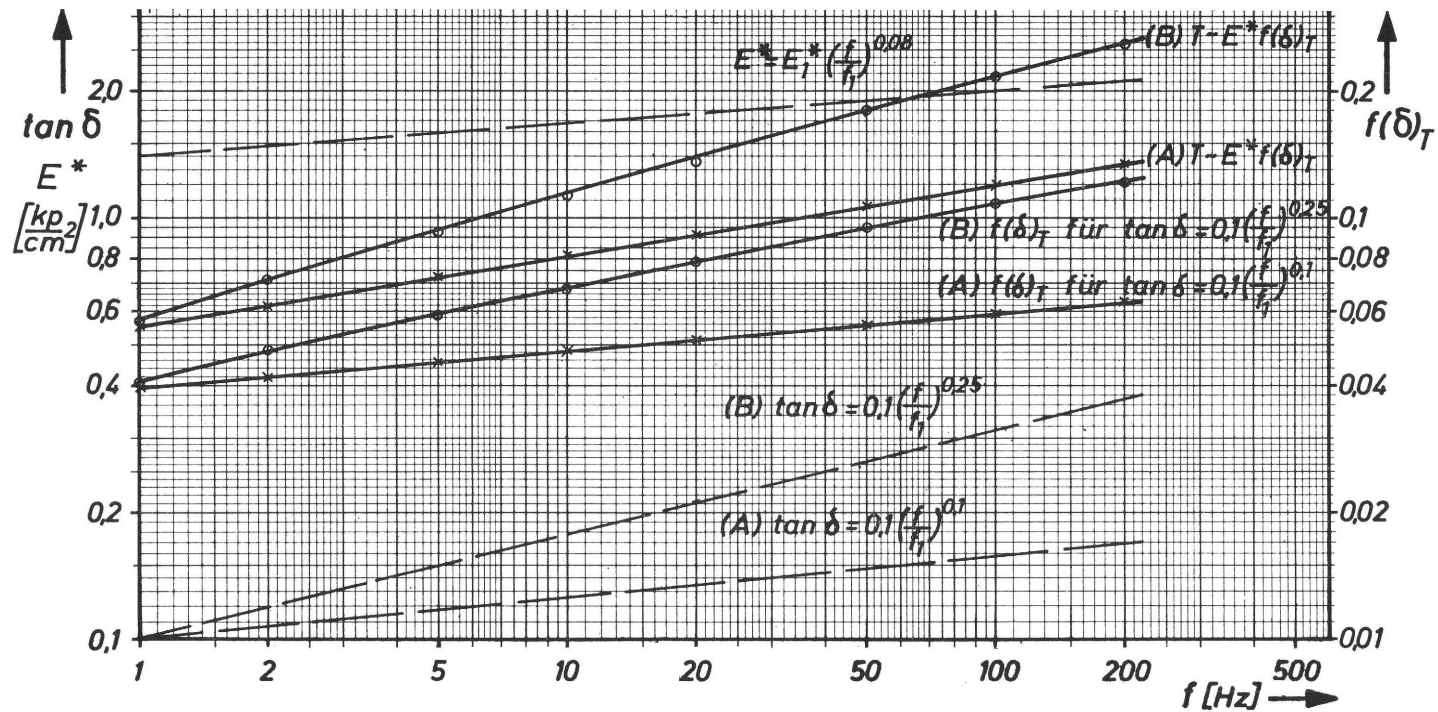


Bild 4.19 Tangentialkraft T in Abhängigkeit von der wirksamen Verformungsfrequenz für die Beläge A und B



Die Anpreßkraft  $P$  und die Tangentialkraft  $T$  wurden unabhängig voneinander untersucht. Das Verhältnis  $T/P$  ist für die Praxis zumindest ebenso wichtig, da damit die Frage beantwortet werden kann, ob bei einer Geschwindigkeitssteigerung  $T$  proportional mit  $P$  wächst. Aus dem Verständnis der visko-elastischen Eigenschaften der Walzenbeläge heraus kann dies sofort verneint werden. Die genauen Zusammenhänge ergeben sich aus den Gleichungen (4.45), (4.47) und (4.48).

$$T = \frac{\varepsilon_a l}{r_G} \cdot \frac{4a_1^2}{\pi} E^* f(\delta)_T \quad (4.45)$$

$$P = \varepsilon_a l \frac{4a_1}{\pi} E^* f(\delta)_P \quad (4.48)$$

Für  $T/P$  folgt:

$$T/P = \frac{a_1 f(\delta)_T}{r_G f(\delta)_P} = \frac{a_1}{r_G} \cdot f(\delta)_{T/P} \quad (4.49)$$

Da aber entsprechend Gleichung (4.34)

$$T \cdot r_G = M = P \cdot a_0 \quad (4.34)$$

folgt aus Gleichung (4.49)

$$\frac{P a_0}{P} = a_1 f(\delta)_{T/P}$$

und

$$\frac{a_0}{a_1} = f(\delta)_{T/P} = f(\delta)_{a_0} \quad (4.50)$$

In Gleichung (4.50) ist  $a_0$  gleich der Verschiebung der Wirkungslinie der Anpreßkraft  $P$  nach der Einlaufseite wie im Bild 4.11.  $f(\delta)_{a_0}$  ist identisch mit  $f(\delta)_{T/P}$ .

Die Funktion  $f(\delta)_{T/P}$  wurde für mehrere  $z$ -Werte zwischen  $z = 1$  und  $z = 2$  bestimmt und im Diagramm 4.20\* als Funktion des Phasenwinkels  $\delta$  dargestellt. Bild 4.21 zeigt für die Beläge A und B den Einfluß der Verformungsfrequenz auf  $f(\delta)_{T/P}$ . Das Verhältnis  $T/P$  ist nur vom Verlustfaktor  $\tan \delta$  abhängig und steigt mit Zunahme der Verformungsfrequenz stark an. Um den Absolutbetrag von  $T/P$  zu erhalten, muß entsprechend Gleichung (4.49),  $f(\delta)_{T/P}$  mit  $a_1/r_G$  multipliziert werden.

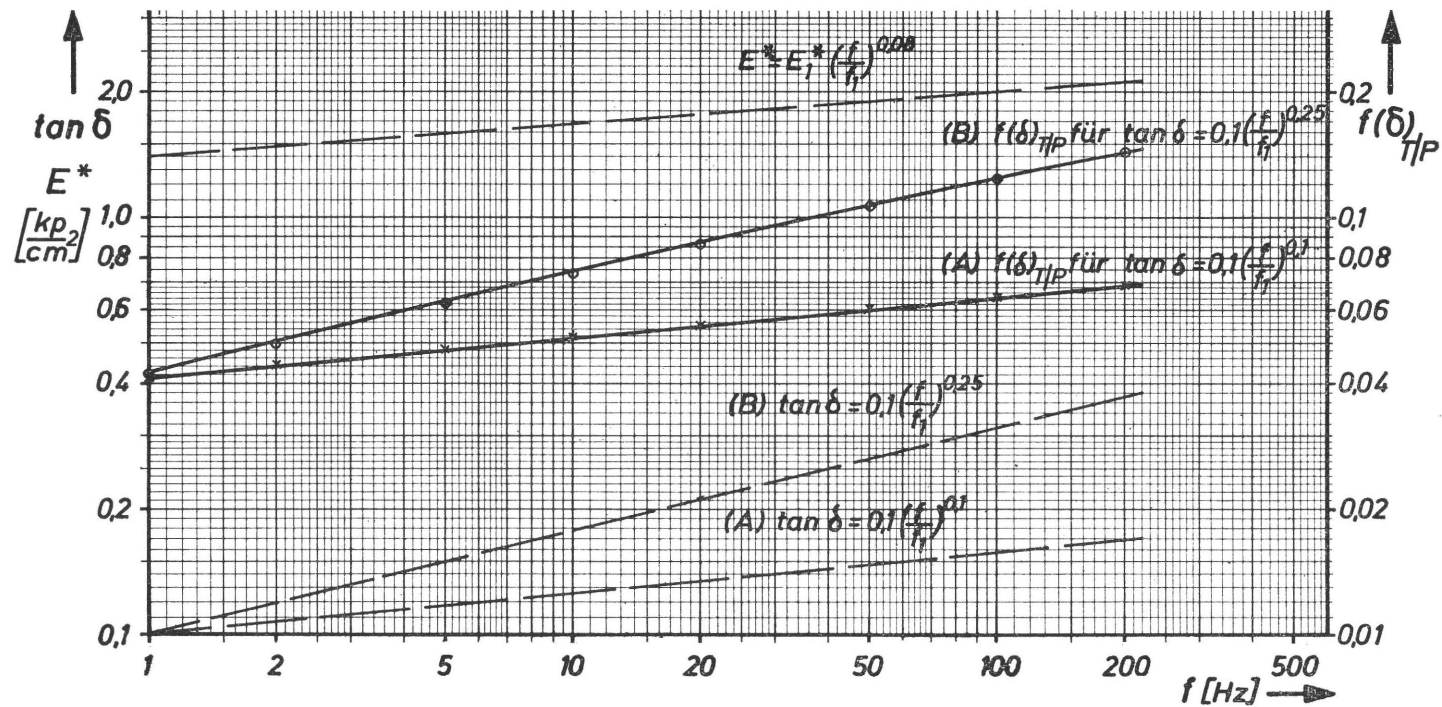


Bild 4.21 Das Verhältnis Tangentialkraft/Anpreßkraft in Abhängigkeit von der wirksamen Verformungsfrequenz für die Beläge A und B

### 4.3 Die Auswirkungen einer Achsabstandsänderung auf den Rollvorgang

#### 4.3.1 Die Bedeutung der durch eine Achsabstandsänderung hervorgerufenen Frequenzänderung

Eine Verkleinerung des Achsabstandes zweier Walzen bewirkt eine Vergrößerung der Anpreßkräfte und der Berührungszonenbreite. Die Zusammenhänge zwischen diesen drei Größen sind selbst bei Walzen aus metallischen Werkstoffen nur teilweise gelöst und stehen hier nicht im Vordergrund des Interesses.

Die Änderung der Berührungszonenbreite beeinflusst jedoch die wirksame Verformungsfrequenz. Geht man von der Annahme aus, daß die Verformung der Berührungszonen der ersten Halbwelle einer Sinusschwingung entspricht, so bedeutet eine Verdoppelung der Berührungszonenbreite eine Halbierung der Verformungsfrequenz und entsprechend Gleichung (4.41) in Kapitel 4.2.3 gilt:

$$f = \frac{\pi}{2} \cdot r_{st} \cdot \frac{n_{st}}{a_1} \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (4.41)$$

Jede Änderung der Anstellung der Walzen bringt andere Materialeigenschaften zur Geltung. Diese Tatsache ist mit ein Grund, warum bis heute keine eindeutigen Zusammenhänge zwischen der Anstellung und der Anpreßkraft gefunden wurden. Je nach der Frequenzabhängigkeit der visko-elastischen Kennwerte ergibt sich eine andere Funktion für Anstellung und Anpreßkraft. Nimmt man beispielsweise an, daß bei einem rein elastischen Material zwischen der Anstellung  $s$  und der Anpreßkraft  $P$  die Beziehung gelten würde,

$$P \sim E \cdot s^W$$

so müßte bei einem visko-elastischen Material an Stelle des konstanten Elastizitätsmoduls  $E$  die Kenngröße  $E^* \cdot f(\delta) P$  gesetzt werden, und es gilt:

$$P \sim E^* f(\delta) P s^W \quad (4.52)$$

Sowohl  $E^*$  als auch  $f(\delta) P$  sind von der Verformungsfrequenz abhängig, die ihrerseits wieder von der Berührungszonenbreite und damit ebenfalls von der Anstellung  $s$  abhängig ist. Da  $E^* = f(s)$  und  $f(\delta) P = f(s)$ , ergibt sich experimentell immer eine von  $P \sim s^W$  abweichende Funktion.

Dieses Beispiel zeigt deutlich, daß die Auswirkungen der mit einer Achsabstandsänderung verbundenen Frequenzänderungen analysiert werden müssen. Hierzu kann man auf die in Kapitel 4.2 behandelte Drehzahl- bzw. Frequenzabhängigkeit zurückgreifen. Gleichung (4.41) gibt die Möglichkeit, jeder Berührungszonenbreite eine Verformungsfrequenz zuzuordnen. Da keine spezielle Walzenkombination betrachtet werden soll, wird als Beispiel ein beliebig gewählter Proportionalitätsfaktor eingeführt. Damit gilt:

$$f = 20 \frac{1}{a_1/\text{mm}} \quad \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (4.53)$$

Die halbe Berührungszonenbreite  $a_1 = 1 \text{ mm}$  entspricht einer Verformungsfrequenz von 20 Hz. In den Bildern 4.13, 4.15, 4.17 und 4.19 ist für die Beläge A und B der Werkstoffeinfluß als Funktion der Verformungsfrequenz dargestellt worden. Jeder Frequenz kann mit Gleichung (4.53) eine halbe Berührungszonenbreite  $a_1$  zugeordnet werden, und die Bilder zeigen dann  $E^*$  und  $f(\delta)$  als Funktion der halben Berührungszonenbreite  $a_1$ .

Im folgenden wird die halbe Berührungszonenbreite  $a_1$  als Basis benutzt und die Auswirkungen einer größer werdenden Berührungszonenbreite auf die maximale Druckkraft, die Verkürzung der Berührungszonenbreite an der Auslaufseite, die Anpreßkraft und die Tangentialkraft untersucht.

#### 4.3.2 Maximale Druckspannung und Berührungszonenbreite

Bei der Untersuchung der Drehzahlabhängigkeit der Vorgänge in der Berührungszone war es entsprechend Gleichung (4.37) in Kapitel 4.2.1

$$X \sim E^* f(\delta)_x \quad (4.37)$$

ausreichend, das Produkt  $E^* f(\delta)_x$  zu analysieren. Die Proportionalitätsfaktoren, die sich für die maximale Druckspannung, die Anpreßkraft oder die Tangentialkraft ergaben, waren für den Verlauf der  $E^*$ - und  $f(\delta)_x$ -Kurven als Funktion der Verformungsfrequenz in der doppellogarithmischen Darstellung ohne Bedeutung.

Der Einfluß der Achsabstandsänderung, der mit zunehmender Anstellung der Walzen eine größere Berührungszonenbreite und damit eine kleinere Verformungsfrequenz bewirkt, macht es jedoch notwendig, eine Beziehung zwischen  $a_1$  und  $X$  festzulegen. In den zu untersuchenden Gleichungen ändert sich mit der Anstellung die maximale Dehnung  $\varepsilon_a$ . Setzt man

$$\varepsilon_a \sim a_1 \quad (4.54)$$

so ändert sich

$$\sigma_{\max} \sim a_1 \quad (4.55)$$

und

$$P \sim a_1^2 \quad (4.56)$$

Ein Zusammenhang, wie er sich aus den HERTZ'schen Gleichungen für zwei Metallwalzen ergibt, wird evident.

Für die maximale Druckspannung in der Berührungszone folgt aus Gleichung (4.43):

$$\sigma_{\max} \sim a_1 \cdot E^* f(\delta) \sigma_{\max} \quad (4.57)$$

$f(\delta) \sigma_{\max}$  und  $E^*$  wurden als Funktion der Verformungsfrequenz für die Beläge A und B im Bild 4.13 dargestellt. Mit Gleichung (4.53) ergeben sich für die Verformungsfrequenzen von 1 Hz bis 200 Hz die halben Berührungszonenbreiten  $a_1 = 20 \text{ mm}$  bis  $a_1 = 0,1 \text{ mm}$ .

Im Bild 4.22 ist  $\sigma_{\max}$  als Funktion der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  wiedergegeben. Die gestrichelte Linie bedeutet  $\sigma_{\max} \sim a_1$  und kennzeichnet das Verhalten eines rein elastischen Materials. Der Einfluß von  $f(\delta) \sigma_{\max}$  wirkt sich nur bei sehr

kleinem  $a_1$  merklich aus. Dominierend ist der Einfluß des Elastizitätsmoduls, der einen flacheren Anstieg von  $\sigma_{\max}$  bewirkt.

Für die Frequenzabhängigkeit des Elastizitätsmoduls galt:

$$E^* = E_1^* \left( \frac{f}{f_1} \right)^{0,08} \quad (4.38)$$

mit  $f_1 = 1$  Hz und  $E_1^*$  dem Elastizitätsmodul bei der Frequenz  $f_1 = 1$  Hz.

Die Verformungsfrequenz und die Berührungszonenbreite sind durch Gleichung (4.53) miteinander verknüpft, und es wird:

$$E^* = E_1^* \left[ \frac{(a_1)_1}{a_1} \right]^{0,08} \sim E_1^* \left( \frac{1}{a_1} \right)^{0,08} \sim E_1^* a_1^{-0,08} \quad (4.58)$$

$$\sigma_{\max} \sim a_1 a_1^{-0,08} E_1^* f(\delta) \sigma_{\max} \quad (4.59)$$

$$\sigma_{\max} \sim a_1^{0,92} E_1^* f(\delta) \sigma_{\max} \quad (4.60)$$

Die maximale Druckspannung in der Berührungszone ändert sich nicht proportional  $a_1$ , sondern wegen der Frequenzabhängigkeit des Elastizitätsmoduls proportional  $a_1^{0,92}$ . Der Einfluß von  $f(\delta) \sigma_{\max}$  tendiert nach einem steileren Anstieg; die Auswirkungen sind jedoch vergleichsweise gering. Bezeichnet man (Gleichung 3.51) den Exponenten der Potenzfunktion des Elastizitätsmoduls mit  $u$ , so gilt allgemein:

$$\sigma_{\max} \sim a_1^{(1-u)} E_1^* f(\delta) \sigma_{\max} \quad (4.61)$$

Die verkürzte Berührungszonenbreite  $a_2$  an der Auslaufseite ändert sich mit zunehmender Anstellung nicht proportional  $a_1$ , sondern wird wegen der Frequenzänderung durch Gleichung (4.43) bestimmt.

$$a_2 = a_1 \cdot f(\delta)_a \quad (4.43)$$

Für die Belagmaterialien A und B ist im Bild 4.13  $f(\delta)_a$  als Funktion der Verformungsfrequenz dargestellt worden. Mit Gleichung (4.53) erhält man für diese Verformungsfrequenzen die entsprechenden Berührungszonenbreiten. Im Bild 4.23 wurde die verkürzte halbe Berührungszonenbreite  $a_2$  an der Auslaufseite über der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite bei konstanter Drehzahl aufgetragen. Die gestrichelte Linie entspräche einem rein elastischen Material, bei dem  $a_2 = a_1$  ist. Bei den viskoelastischen Belägen liegen die Kurven unterhalb dieser Linie. Das Belagmaterial A verläuft fast parallel zur  $a_2 = a_1$ -Kurve; Belagmaterial B zeigt wegen des größeren Verlustfaktors stärkere Abweichungen. Beide Kurven im Bild 4.23 können in guter Näherung durch Geraden ersetzt werden, die ihrerseits durch Potenzfunktionen beschrieben werden können.

$$\text{Belag (A)} \quad a_2 = 0,93 \cdot a_1^{1,005} \quad (4.62)$$

$$\text{Belag (B)} \quad a_2 = 0,88 \cdot a_1^{1,037} \quad (4.63)$$

Die Exponenten weichen nur geringfügig von 1,0 ab; das bedeutet für die lineare Darstellung sehr schwach gekrümmte Kurvenzüge mit entsprechenden Schwierigkeiten bei der Auswertung experimenteller Untersuchungen.

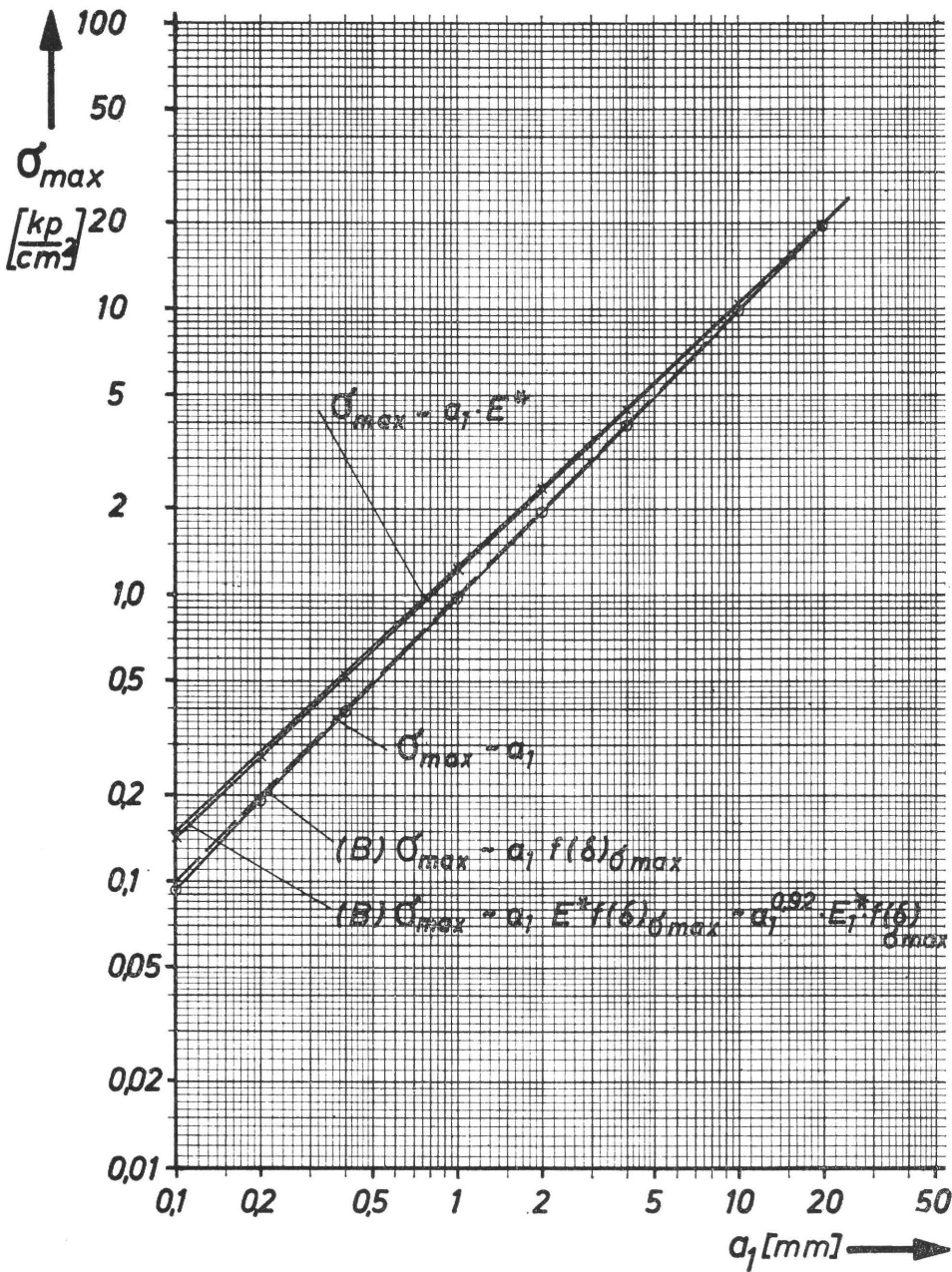


Bild 4.22 Maximale Druckspannung in der Berührungszone in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  für das Belagmaterial B

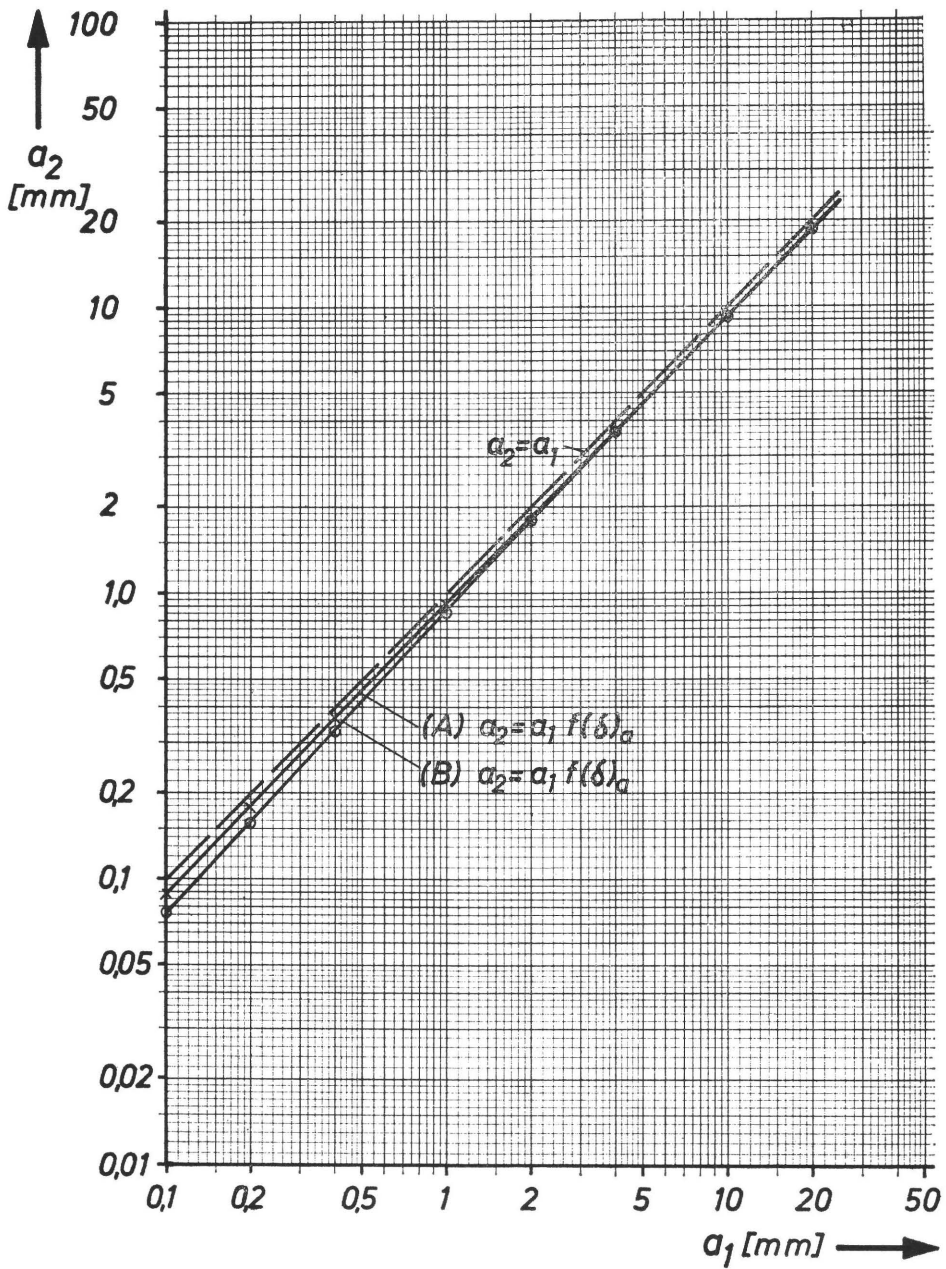


Bild 4.23 Verkürzte halbe Berührungszonenbreite  $a_2$  an der Auslaufseite in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite für die Beläge A und B

### 4.3.3 Anpreßkraft und Tangentialkraft

Ausgehend von Gleichung (4.44)

$$P = \varepsilon_a l \frac{2a_1}{\pi} E^* f(\delta)_P \quad (4.44)$$

wird mit

$$\varepsilon_a \sim a_1$$

$$P \sim a_1^2 \cdot E^* f(\delta)_P \quad (4.62)$$

$f(\delta)_P$  und  $E^*$  für die Beläge A und B können nach der Bestimmung der den jeweiligen Frequenzen zugeordneten Berührungszonenbreiten aus Bild 4.17 entnommen werden.

Bild 4.24 zeigt die für die Anpreßkraft  $P$  maßgebenden Faktoren der Gleichung (4.45) in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  für das Belagmaterial B. Die gestrichelte Linie entspricht  $P \sim a_1^2$  wie bei rein elastischen Werkstoffen.  $P \sim a_1^2 \cdot f(\delta)_P$  verläuft steiler als die vorherige Kurve. Von entscheidendem Einfluß ist wiederum die Frequenzabhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls, die einen flacheren Anstieg bewirkt. In analoger Form wie für die maximale Druckspannung (Gleichung 4.59), kann die Frequenzabhängigkeit des Elastizitätsmoduls durch  $a_1$  ersetzt werden, und es gilt:

$$P \sim a_1^2 a_1^{-0,08} E_1^* f(\delta)_P \quad (4.63)$$

oder

$$P \sim a_1^{1,92} E_1^* f(\delta)_P \quad (4.64)$$

Bei Verwendung des Exponenten  $u$  der Potenzfunktion des komplexen Elastizitätsmoduls wird:

$$P \sim a_1^{(2-u)} \cdot E_1^* f(\delta)_P \quad (4.65)$$



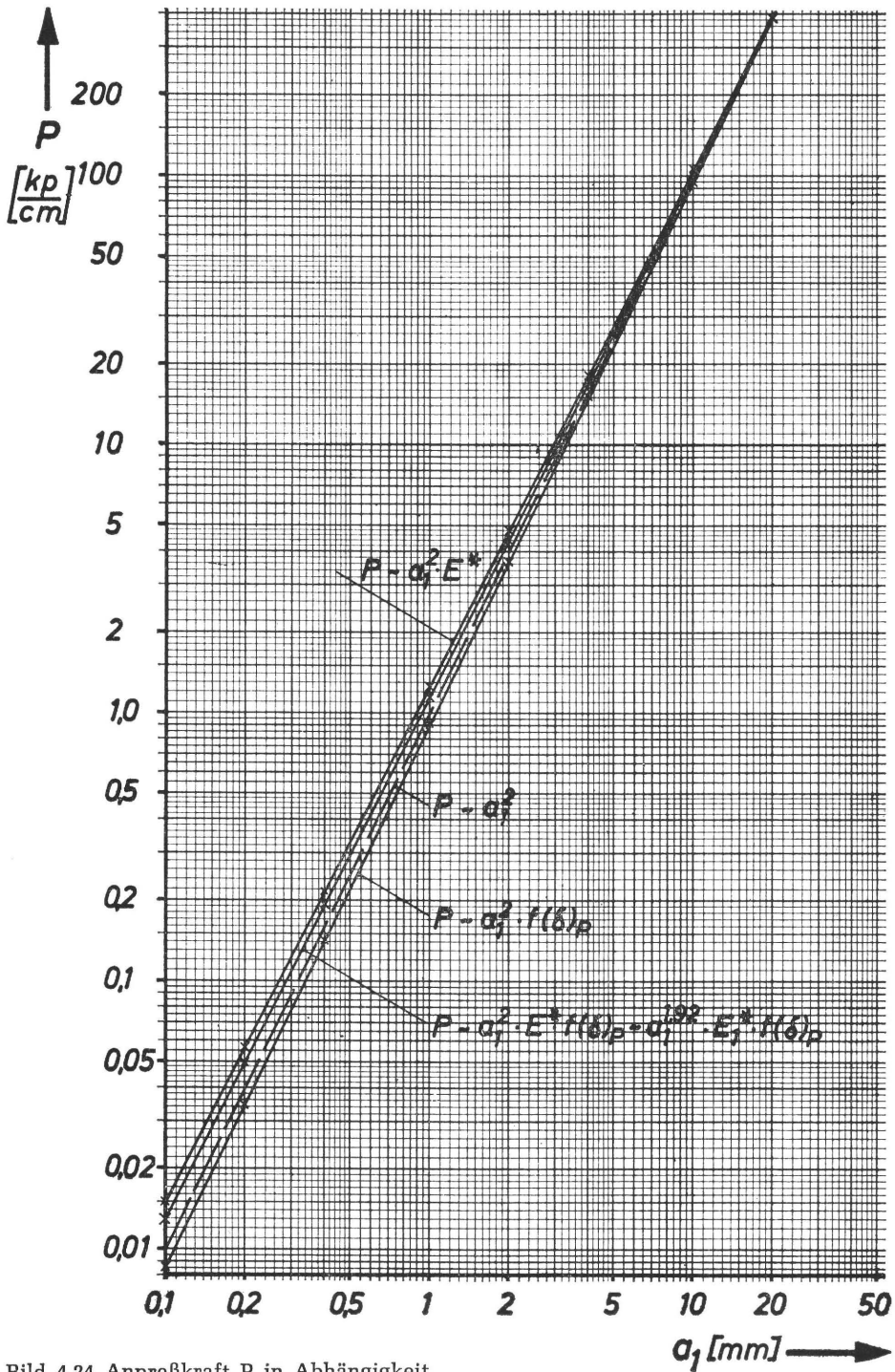


Bild 4.24 Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  für das Belagmaterial B

Mit zunehmender Berührungszonenbreite wird auch die Tangentialkraft, die zum Ausgleich der visko-elastischen Verluste übertragen werden muß, größer. Aus Gleichung (4.48)

$$T = \frac{\epsilon_a L}{r_g} \cdot \frac{4a_1^2}{\pi} \cdot E^* f(\delta)_T \quad (4.48)$$

folgt mit

$$\epsilon_a \sim a_1$$

$$T \sim a_1^3 \cdot E^* f(\delta)_T \quad (4.66)$$

Die Tangentialkraft wächst mit der dritten Potenz der Berührungszonenbreite. Dieses Resultat ist auch gut einzusehen, da  $T \sim P \sim a_1^2$  und außerdem die Wirkungslinie der Kraft P proportional zu  $a_1$  nach der Einlaufseite hin verschoben wird.

In Bild 4.25 wurde gestrichelt  $T \sim a_1^3$  dargestellt. Sowohl der komplexe Elastizitätsmodul als auch  $f(\delta)_T$  bewirken wegen ihrer Frequenzabhängigkeit einen flacheren Anstieg der Tangentialkraft als Funktion von  $a_1$ . Für die Beläge A und B kann die Frequenzabhängigkeit in Gleichung (4.66) eingeführt werden, und es gilt:

$$T \sim a_1^{2,92} E_1^* f(\delta)_T \quad (4.67)$$

oder allgemein mit dem Exponenten  $u$  der Potenzfunktion des komplexen Elastizitätsmoduls:

$$T \sim a_1^{(3-u)} E_1^* \cdot f(\delta)_T \quad (4.68)$$

Für das Verhältnis Druckkraft/Tangentialkraft gilt entsprechend Gleichung (4.49)

$$T/P \sim a_1 f(\delta)_{T/P} \quad (4.69)$$

$T/P$  wächst proportional mit der Berührungszonenbreite  $a_1$ .  $f(\delta)_{T/P}$  wird aus Bild 4.21 nach Umrechnung der Berührungszonenbreite  $a_1$  in die Frequenz  $f$  bestimmt.

Im Bild 4.26 wurde gestrichelt  $T/P \sim a_1$  eingezeichnet.  $f(\delta)_{T/P}$  verändert den Kurvenverlauf sehr deutlich. Ersetzt man für das Belagmaterial B die schwach gekrümmte Kurve durch eine Gerade, so wird

$$T/P \sim a_1^{0,77}$$

und weicht damit merklich von  $\sim a_1^{1,0}$  ab.

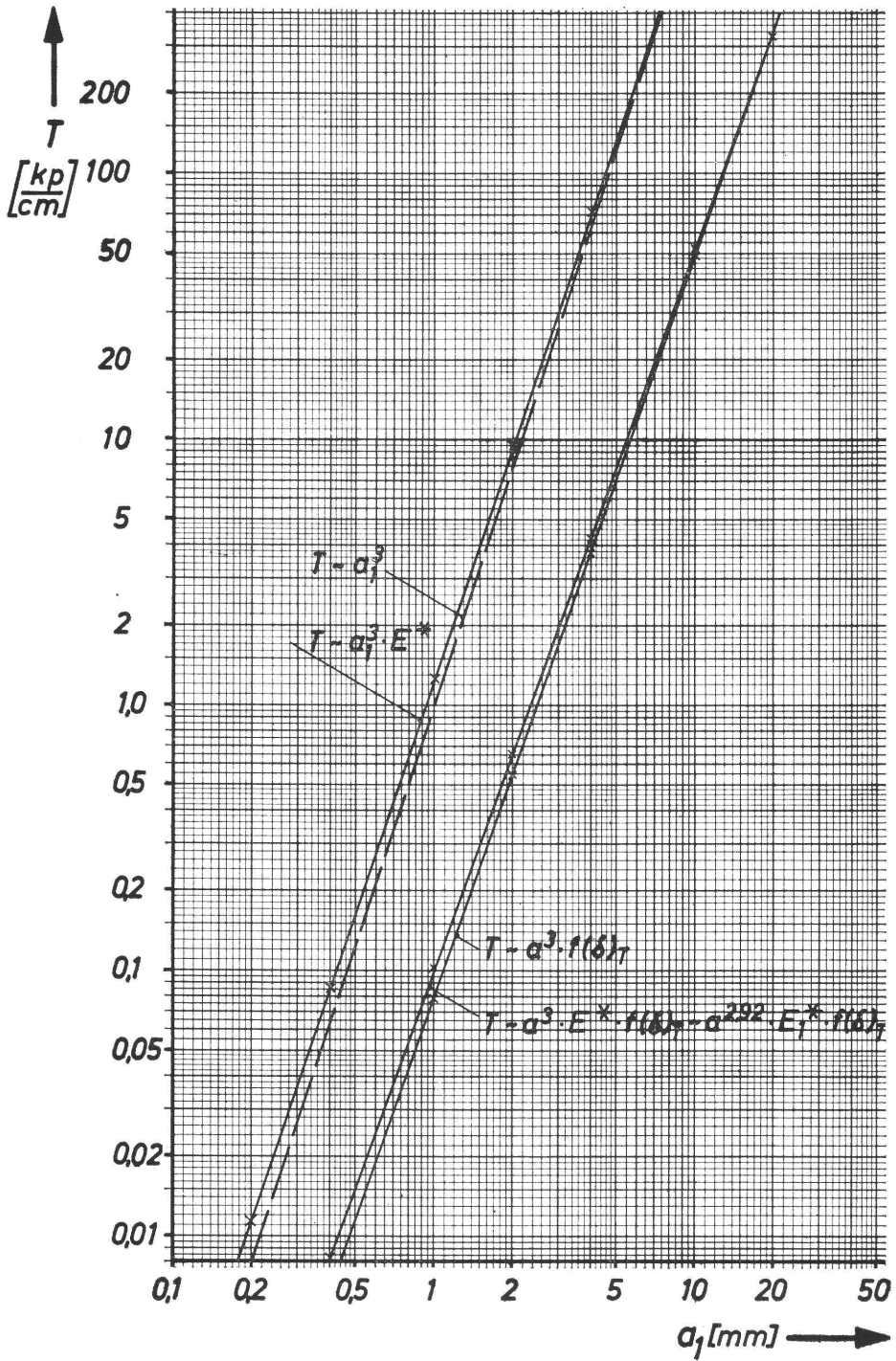


Bild 4.25 Tangentialkraft  $T$  in Abhängigkeit  
von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  für das Belagmaterial B

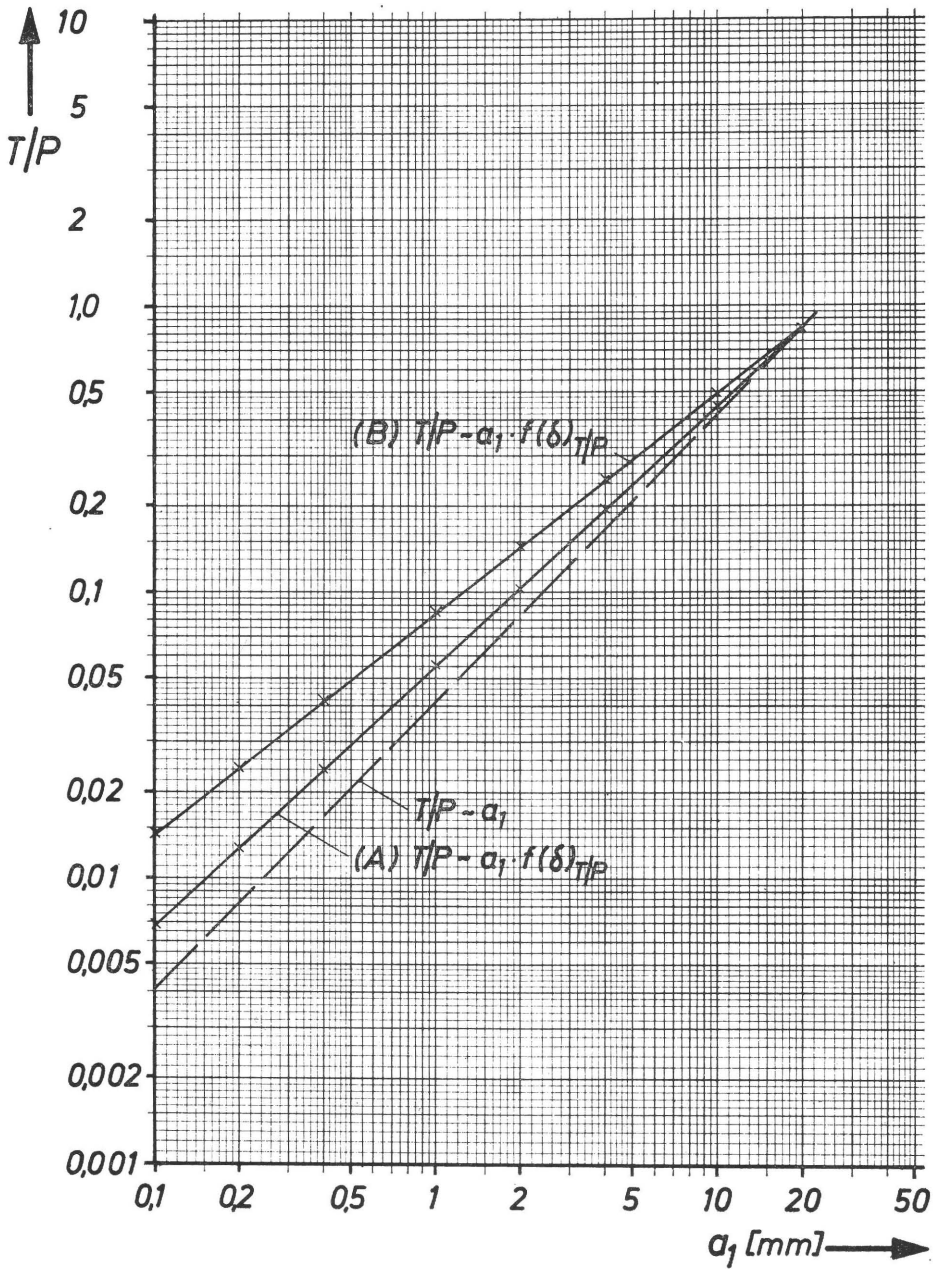


Bild 4.26 Das Verhältnis Tangentialkraft/Anpreßkraft in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  für die Beläge A und B

#### 4.4 Die Rückverformung eines visko-elastischen Belagmaterials außerhalb der Berührungszone

Der Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften auf den Rollvorgang wurde eingehend untersucht. Die Verkürzung der Berührungszone an der Auslaufseite bedeutet eine Restverformung, die sich außerhalb der Berührungszone zurückbildet. Diese Rückverformung wird zunächst bestimmt. Anschließend folgen einige Überlegungen zu den Auswirkungen auf den Rollvorgang.

##### 4.4.1 Untersuchung der Rückverformung des Walzenbelages nach Verlassen der Berührungszone

Die Verkürzung der Berührungszonenbreite wurde aus der Zeitabhängigkeit der Rückverformung eines visko-elastischen Materials erklärt. Die weitere Rückverformung soll nun ebenfalls bestimmt werden, da sie u. a. die Trenngeschwindigkeit zweier beim Verlassen der Berührungszone sich berührender Punkte der Walzenoberfläche stark beeinflußt.

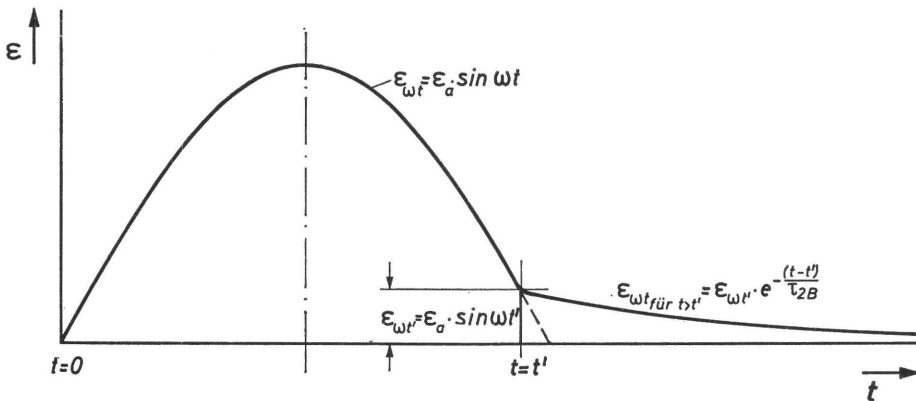


Bild 4.27 Verformung und Rückverformung eines Gummielementes in und nach der Berührungszone

Im Bild 4.27 wurde die Verformung in der Berührungszone und die Rückverformung außerhalb der Berührungszone dargestellt.

Entsprechend den seitherigen Überlegungen ändert sich die Verformung sinusförmig. Zur Zeit  $t = t'$  wird die Kraft, die auf das Gummielement wirkt, zu Null (Gleichung 4.24). Die Restdehnung des Gummielementes ergibt sich aus Gleichung (4.1) zu:

$$\epsilon_{\omega t'} = \epsilon_a \sin \omega t' \quad (4.70)$$

Die Rückfederung wird am anschaulichsten mittels des Modells B im Bild 3.3 beschrieben. Da keine äußere Kraft auf dieses Modell wirkt, ist die Feder  $E_{1B}$  vollkommen

entspannt, und die Rückfederung wird allein durch das Maxwellelement ( $E_{2B}; \eta$ ) bestimmt. Für die Rückfederung zur Zeit  $t > t'$  gilt demnach:

$$\epsilon \omega t_{(t \text{ für } t > t')} = \epsilon \omega t' e^{-\frac{t-t'}{\tau_{2B}}} \quad (4.71)$$

Setzt man Gleichung (4.70) in (4.71) ein, so folgt:

$$\epsilon \omega t_{(t \text{ für } t > t')} = \epsilon_a \sin \omega t' e^{-\frac{t-t'}{\tau_{2B}}} \quad (4.72)$$

Die Rückfederung verläuft nach einer e-Funktion, die durch die Retardationszeit  $\tau_{2B}$  charakterisiert wird.

Mit Hilfe der Übergangsgleichungen (3.1, 3.2 und 3.3) kann  $\tau_{2B}$  durch die Elemente des Modells A ausgedrückt werden und für  $\tau_{2B}$  gilt:

$$\tau_{2B} = \tau_{1B} \frac{E_{1A} + E_{2A}}{E_{2A}} \quad (3.7)$$

Aus Gleichung (4.72) folgt:

$$\epsilon \omega t_{(t > t')} = \epsilon_a \sin \omega t' e^{-\frac{t-t'}{\tau_{1A}}} \cdot \frac{E_2}{E_1 + E_2} \quad (4.73)$$

Hier stellt sich wieder die Aufgabe, die Elemente des Modells durch die visko-elastischen Kennwerte zu ersetzen. Faßt man diese Elemente zur Werkstoffkenngröße  $k$  zusammen, so gilt:

$$\epsilon \omega t_{(t > t')} = \epsilon_a \sin \omega t' e^{-(\omega t - \omega t')k} \quad (4.74)$$

$$k = \frac{1}{\omega \tau_{1A}} \cdot \frac{E_{2A}}{E_{1A} + E_{2A}} \quad (4.75)$$

Aus  $E' = E_{1A} + E_{2A} - \frac{E''}{\omega \tau_{1A}}$  folgt: (4.12)

$$E_{1A} + E_{2A} = E' + \frac{E''}{\omega \tau_{1A}}$$

Aus  $E' = E_{2A} + E'' \omega \tau_{1A}$  folgt: (4.13)

$$E_{2A} = E' - E'' \omega \tau_{1A}$$

Eingesetzt in Gleichung (4.75) wird:

$$k = \frac{1}{\omega \tau_{1A}} \cdot \frac{E' - E'' \omega \tau_{1A}}{E' + E'' \omega \tau_{1A}} = \frac{E' / \omega \tau_{1A} - E''}{E' + E'' \omega \tau_{1A}} \quad (4.76)$$

Greift man auf Gleichung (4.16) zurück, so gilt:

$$\frac{1}{\omega \tau_{1A}} = z \quad (4.16)$$

und

$$k = \frac{z E' - E''}{z E'' + E'} \quad (4.77)$$

da

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'}$$

folgt:

$$k = \frac{z E' - E' \tan \delta}{z \tan \delta E' + E'} = \frac{z - \tan \delta}{z \tan \delta + 1} \quad (4.78)$$

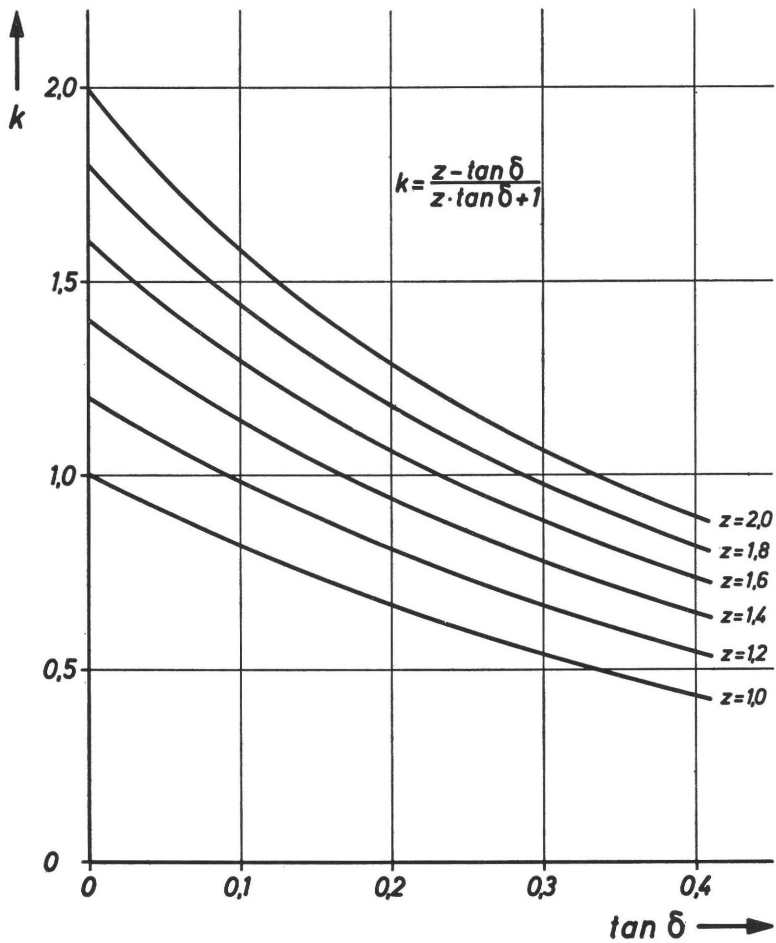


Bild 4.28 Werkstoffkenngröße  $k$  in Abhängigkeit vom Verlustfaktor  $\tan \delta$  für mehrere  $z$ -Werte

Setzt man Gleichung (4.78) wieder in Gleichung (4.74) ein, so gilt für die weitere Rückfederung nach dem Ende der Berührung:

$$\epsilon_{\omega t_{(t,t')}} = \epsilon_a \sin \omega t' \cdot e^{-(\omega t - \omega t')k} \quad (4.74)$$

$$\epsilon_{\omega t_{(t,t')}} = \epsilon_a \sin \omega t' \cdot e^{(\omega t - \omega t') \frac{z - \tan \delta}{z \tan \delta + 1}} \quad (4.79)$$

Bei der Auswertung von Gleichung (4.25) ergab sich, daß die Verkürzung der Berührungszonenbreite im wesentlichen durch den Phasenwinkel  $\delta$  bestimmt wird, und es gilt in erster Näherung:

$$\omega t' = (\pi - \delta)$$

Aus Gleichung (4.74) folgt dann:

$$\epsilon_{\omega t_{\omega t > \pi - \delta}} = \epsilon_a \sin(\pi - \delta) e^{-[\omega t - (\pi - \delta)]k} \quad (4.80)$$

Zur Auswertung wurde  $k$  als Funktion von  $\tan \delta$  für jeweils konstante  $z$ -Werte bestimmt und im Bild 4.28 dargestellt. Mit Zunahme des Phasenwinkels  $\delta$  wird  $k$  kleiner.



#### 4.4.2 Die Auswirkungen der Rückverformungen auf den Rollvorgang

Für mehrere Beläge wurde die Rückverformung berechnet und im Bild 4.29 dargestellt. Der Phasenwinkel  $\delta$  bestimmt den Betrag der Restverformung. Die Werkstoffkenngröße  $k$  beeinflusst den Verlauf der Rückverformung; je größer  $k$ , desto schneller geht die Verformung zurück.

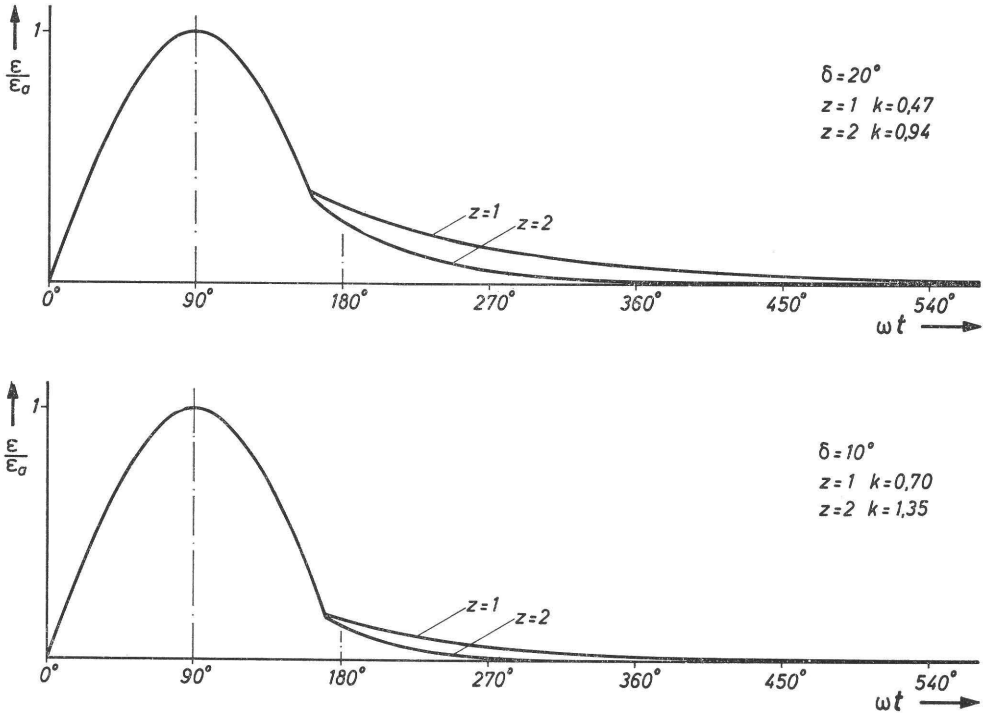


Bild 4.29 Verformung in der Berührungszone und Rückverformung nach Verlassen der Berührungszone

Bei  $\omega t = 540^\circ = 6a_1$  ist die sichtbare Rückverformung weitgehend zum Abschluß gekommen. Es muß jedoch beachtet werden, daß nach einer Umdrehung der Walze ein kleiner Verformungsrest übrig sein wird, der die erneute Verformung in der Berührungszone beeinflusst. Diese Restverformungen überlagern sich bei weiteren Umdrehungen und werden schließlich einen Grenzwert erreichen. Ein Rollvorgang, an dem ein visko-elastisches Material beteiligt ist, kann erst nach einer gewissen Einlaufzeit als quasi-statisch betrachtet werden.

Diese Überlegung gilt unabhängig von Temperatureinflüssen, die ebenfalls eine gewisse Einlaufzeit bedingen.

## 5. Experimentelle Rolluntersuchungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, daß der Rollvorgang zwischen einer starren Metallwalze und einer gummibeschichteten Metallwalze durch die Eigenschaften des Walzenbelages bestimmt wird. Zur Charakterisierung der Belagmaterialien wurden die visko-elastischen Kennwerte herangezogen. Der komplexe Elastizitätsmodul und der Verlustfaktor mehrerer in Druckmaschinen verwendeter Beläge wurden bestimmt. Das vorige Kapitel enthält theoretische Überlegungen, die den Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften der Walzenbeläge auf die Vorgänge in der Berührungszone zweier Walzen erfassen. Diese theoretischen Betrachtungen müssen nun durch experimentelle Rolluntersuchungen bestätigt und ergänzt werden.

Die Rollversuche erfolgen an einem Zwei-Walzen-System, bestehend aus einer Metallwalze und einer gummibeschichteten Walze. Als Belagmaterialien werden Werkstoffe verwendet, deren visko-elastischen Kennwerte in Kapitel 3 bestimmt wurden. Die Meßeinrichtungen des Versuchsaggregates ermöglichen die Bestimmung der Anpreßkräfte zwischen den Walzen, der Tangentialkraft — die von der Stahlwalze auf die Gummiwalze übertragen wird —, der Druck- und Tangentialkraftverteilung in der Berührungszone und der Berührungszonenbreite. Außerdem können die geometrische Anstellung der Walzen, die Drehzahl sowie der Schlupf zwischen den Walzen ermittelt werden.

Die Rolluntersuchungen sollen zunächst die Richtigkeit der Theorie beweisen. Hierbei ist zu beachten, daß die Theorie keine Absolutwerte, sondern Relativwerte ergibt. Die Verkürzung der Berührungszonenbreite ist nur vom Verlustfaktor  $\tan \delta$  des Belagmaterials abhängig und kann somit unabhängig von ihrer absoluten Größe bei jeder beliebigen Anstellung und Drehzahl bestimmt werden. Das gleiche gilt für die Verschiebung der maximalen Druckspannung nach der Einlaufseite hin. Die drucktechnisch so bedeutenden Auswirkungen der Materialeigenschaften auf Anpreßkraft, Tangentialkraft und Rollmoment werden anhand der Änderungen der visko-elastischen Kennwerte untersucht. Diese Änderungen der visko-elastischen Eigenschaften können entweder durch unterschiedliche Temperaturen oder durch unterschiedliche Verformungsfrequenzen realisiert werden. Experimentell erwies es sich am einfachsten, bei konstanter Temperatur die wirksame Verformungsfrequenz zu variieren. Dementsprechend werden bei konstanter geometrischer Anstellung der Einfluß der Drehzahl auf den Rollvorgang und bei konstanter Drehzahl der Einfluß einer Abstandsänderung auf den Rollvorgang bestimmt.

Aus dem Verständnis des Einflusses der Belagmaterialien werden dann weitere mit dem Rollvorgang verbundene Probleme analysiert.

## 5.1 Versuchseinrichtung zur Bestimmung der den Rollvorgang beeinflussenden Faktoren

### 5.1.1 Aufbau des Versuchsaggregats

Die Rolluntersuchungen werden an einem Zwei-Walzen-System durchgeführt. Eine Stahlwalze von 100 mm Durchmesser und 100 mm Länge wird durch einen stufenlos regelbaren Elektromotor mit Drehzahlen zwischen 0,5 und 20 Umdrehungen pro Sekunde angetrieben. Die Gummiwalze wird gegen die Stahlwalze gedrückt und durch Reibung mitgenommen. Diese Walzenkombination entspricht in ihrer Geometrie einer Walzenkombination aus einem Rotationsfarbwerk.

Bild 5.1 zeigt schematisch den Aufbau der Versuchsanlage (Seite 101). Die Kräfte, mit denen die Gummiwalze gegen die Stahlwalze gepreßt wird, können mittels eines Zwei-Komponentenaufnehmers unabhängig voneinander in vertikaler Richtung als Anpreßkraft  $P$  und in horizontaler Richtung als Tangentialkraft  $T$  erfaßt werden. Das Grundprinzip dieses Aufnehmers (38) beruht auf einem modifizierten Kreisring mit zwei voneinander unabhängigen DMS-Vollbrückenschaltungen. Berechnungsunterlagen für derartige Aufnehmer wurden neuerdings von BÜTTNER und SYDON (39) veröffentlicht.

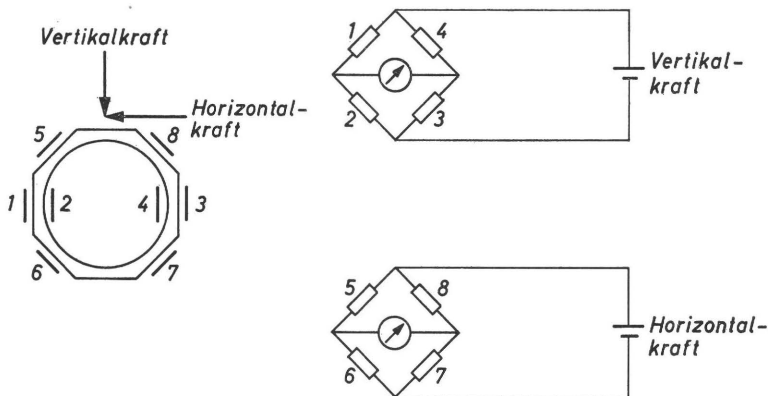


Bild 5.2 Prinzipskizze des Zwei-Komponentenaufnehmers zur getrennten Erfassung von vertikalen und horizontalen Kräften

Im Bild 5.2 ist das Meßprinzip dieses Aufnehmers wiedergegeben. Die vier DMS an den senkrechten Flächen erfassen die Anpreßkraft; die vier DMS an den unter 45° geneigten Flächen die Tangentialkraft. Obwohl für die Druck- und Tangentialkraftmessung der gleiche Aufnehmer verwendet wird, ist die wechselseitige Beeinflussung sehr gering. Sie liegt bei den hier verwendeten Aufnehmern unter 1% und ist nur von der erreichten Symmetrie des Aufnehmers und der exakten Klebung der DMS abhängig.

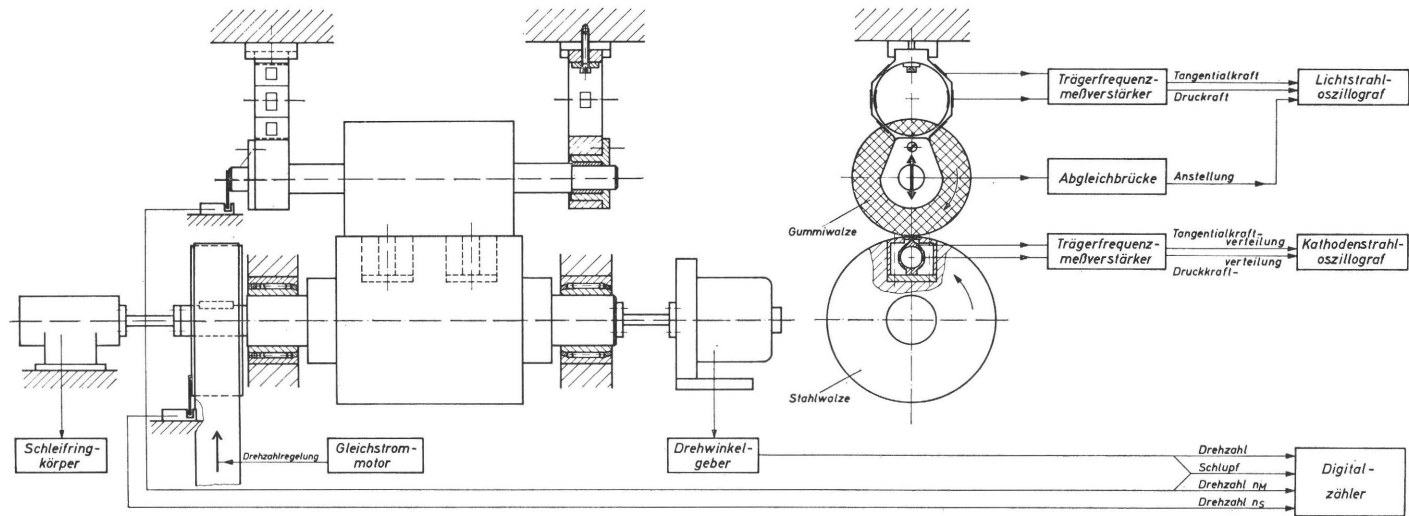


Bild 5.1 Prinzip der Versuchseinrichtung zur meßtechnischen Bestimmung der den Rollvorgang beeinflussenden Faktoren

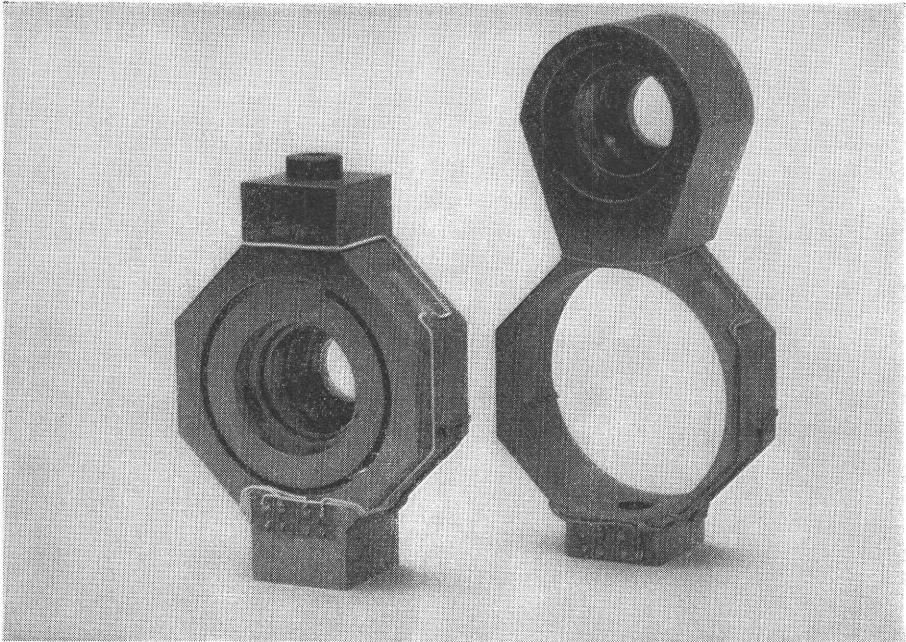


Bild 5.3 Konstruktive Gestaltung der Zwei-Komponentenaufnehmer

Bild 5.3 zeigt zwei verschiedene konstruktive Ausführungen des Zwei-Komponentenaufnehmers. Der linke Aufnehmer wurde für hohe Anpreßkräfte gebaut und für Messungen an Presseurmaterialien eingesetzt (Meßbereich 0 bis 250 kp). Der rechte Aufnehmer wurde für Messungen an Farbwalzenbelägen verwendet (Meßbereich 0 bis 25 kp).

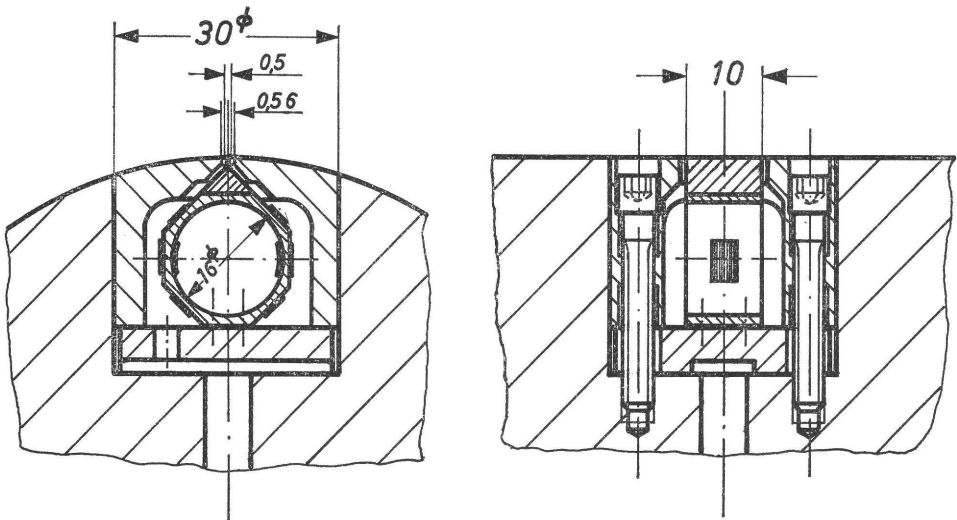


Bild 5.4 Aufnehmer zur Erfassung der Druckkraft- und Tangentialkraftverteilung in der Berührungszone (Maßstab: 1 : 1)

Zur Messung der Druckkraft- und Tangentialkraftverteilung in der Berührungszone wurden Aufnehmer nach demselben Meßprinzip in die Stahlwalze eingebaut. Die Speisespannung für die DMS-Brücken und die Meßsignale werden über einen Schleifringkörper geführt. Die konstruktive Ausbildung des Aufnehmers ist im Bild 5.4 wiedergegeben. Die Aufnehmerschneide ist 0,5 mm breit und 10 mm lang. Die Spaltbreite zwischen der Aufnehmerschneide und der Walze beträgt 0,03 mm. Der Schlitz, durch den die Schneide an die Oberfläche der Walze geführt wird, wurde mittels Funkenerosion eingebrannt. Nach dem Einbau des Aufnehmers wurde die Stahlwalze überschleift und dynamisch ausgewuchtet. Auf einige grundsätzliche Probleme bei der Druckverteilungsmessung wird in Kapitel 5.1.2 noch ausführlich eingegangen werden.

Zur Darstellung der Druckverteilung in der Berührungszone wird ein Kathodenstrahloszillograph benutzt. Aus der Drehzahl der Stahlwalze, der Zeitablenkung des Oszillographen und dem Durchmesser der Stahlwalze kann der Maßstab für die Druckzonbreite bestimmt werden. Zur exakten Maßstabsbestimmung wurde an die Stahlwalze ein Drehwinkelgeber angeflanscht, der jede Umdrehung in 360 Winkelimpulse zerlegt. Diese Impulse wurden zusammen mit den Druckverteilungskurven fotografiert und ermöglichen eine einwandfreie Wegzuordnung. Da die Drehzahl nicht absolut konstant gehalten werden kann, weichen die Maßstabsfaktoren geringfügig voneinander ab.

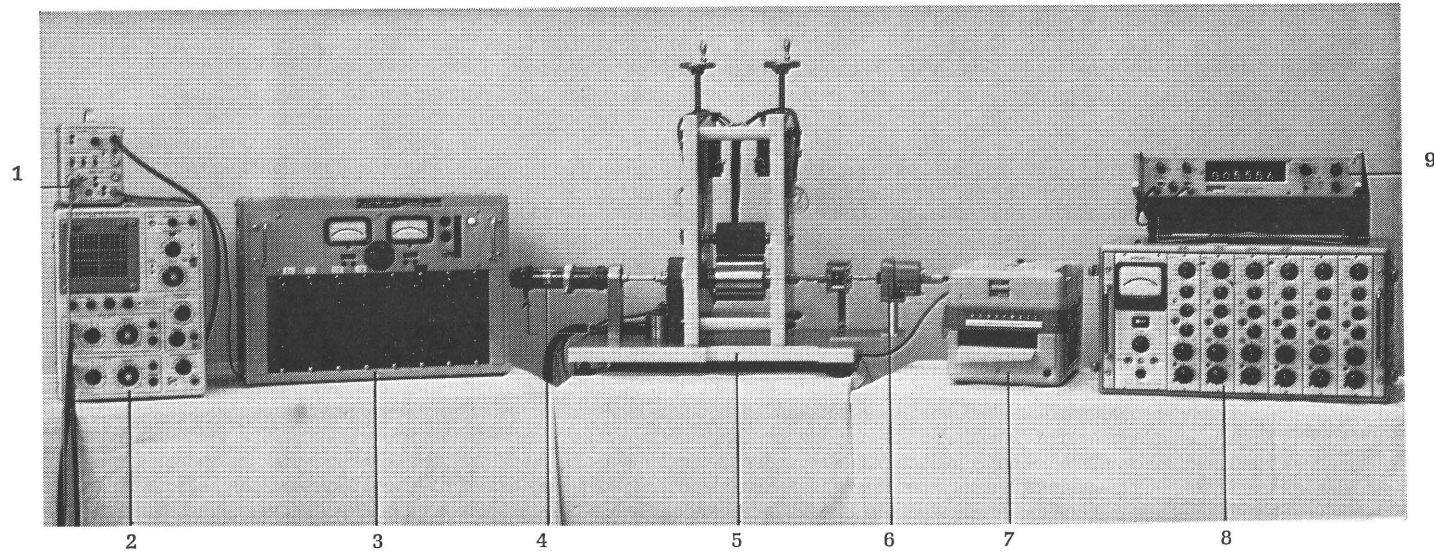
Um jeweils denselben Maßstab zu erhalten, wurde für einen Teil der Messungen ein Spezialoszillograph verwendet. Anstelle der Zeitablenkung werden die Impulse des Drehwinkelgebers summiert, und es wird so eine geschwindigkeitsunabhängige, dem Umfang der Stahlwalze proportionale X-Ablenkung des Kathodenstrahls, erzeugt. Bei diesen Messungen wurde eine feinere Unterteilung als  $360^\circ$  pro Umdrehung benötigt und deshalb ein Zwischengetriebe eingebaut, so daß  $360 \times 9 = 3240$  Impulse pro Umdrehung zur Verfügung standen.

Die Drehzahl der Stahlwalze wird bei den Messungen als Bezugsgröße verwendet. Mittels eines elektronischen Zählers wird die Zeit zwischen zwei Impulsen einer Fotodiode an der Stahlwalze ermittelt und hieraus die Drehzahl errechnet.

Zwischen der Drehzahl der Stahlwalze und der Drehzahl der Gummiwalze tritt ein Schlupf auf; d. h. das Drehzahlverhältnis weicht vom Übersetzungsverhältnis der Walzendurchmesser ab. Diese Abweichungen betragen nur wenige Prozent und werden am einfachsten über ein Impulsverhältnis bestimmt. Jede Umdrehung der Gummiwalze bewirkt über eine Fotodiode einen Impuls, der als Start- und Stop-Signal für einen Digitalzähler dient. Der Drehwinkelgeber an der Stahlwalze zerlegt jede Umdrehung in 360 Impulse, die nach dem Start des Zählers durch einen Impuls der Gummiwalze über eine, zehn oder hundert Umdrehungen der Gummiwalze gezählt werden. Aus dem Impulsverhältnis kann der Schlupf berechnet werden.

Die Messung der geometrischen Anstellung der Gummiwalze an die Stahlwalze erfolgt mittels zweier Karbon-Schiebepotentiometer. An einem Lichtstrahloszillograph werden die Druckkraft, die Tangentialkraft und die geometrische Anstellung aufgezeichnet. Auf die Wiedergabe von einfachen Meßschaltungen und linearen Eichkurven wurde verzichtet.

Bild 5.5 zeigt die Gesamtansicht des Versuchstandes. Die Lagerung der Walzen wurde so vorgenommen, daß Zeitlupenaufnahmen des Deformationsmechanismus eines in eine transparente Kunststoffwalze einvulkanisierten Polarkoordinatensystems möglich waren.



1. Steuergerät für Drehwinkelgeber
2. Oszillograph für Druckverteilungsmessung
3. Trägerfrequenzmeßverstärker
4. Schleifringkörper

5. Zweiwalzenstuhl
6. Drehwinkelgeber
7. Visicorder
8. Trägerfrequenzmeßverstärker
9. Zähler

Bild 5.5 Meßplatz zur Durchführung von Rollversuchen

### 5.1.2 Grundsätzliche Überlegungen zu den Druckverteilungsmessungen in der Berührungszone

Die Messung der Druckverteilung in der Berührungszone ist mit einigen grundsätzlichen Schwierigkeiten verbunden. Die Breite der Aufnehmerschneide führt zur Verfälschung der Meßkurven; die Berührungszonenbreite wird um die Schneidenbreite größer, die Druckspannung gibt den Mittelwert der auf die Schneidenfläche wirkenden Druckspannung wieder. Die Aufnehmerbreite Null würde die Druckverteilung richtig erfassen; jedoch gibt eine Druckspannung auf der Fläche Null keine meßbare Größe. Die bei diesen Versuchen benutzte Schneidenbreite von 0,5 mm stellt einen Kompromiß dar zwischen der Verzerrung der Meßkurven und der gerade noch meßbaren Kraft. Die Auswirkungen der Schneidenbreite lassen sich anhand der Bilder 5.6 leicht verfolgen. Sie wurden für eine Schneidenbreite von 0,5 mm und für eine Berührungszonenbreite von 5 mm bestimmt und derart vergrößert dargestellt, daß sie im Maßstab mit den aufgenommenen Kurven übereinstimmen. Die gestrichelten Kurven entsprechen der tatsächlichen Druckverteilung; die voll ausgezogenen Linien der Druckverteilung, die der Aufnehmer anzeigen würde.

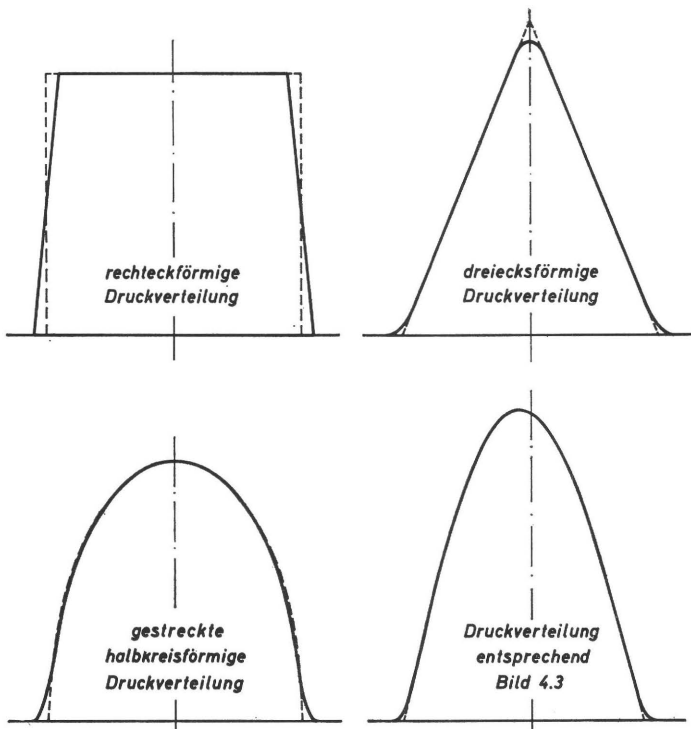


Bild 5.6 Druckverteilungskurven zur Beurteilung des Einflusses der Schneidenbreite des Aufnehmers



Der Aufnehmer wirkt als Mittelwertsbilder der auf der Schneide ruhenden Druckverteilung. Dementsprechend erhält man bei einer rechteckigen Lastverteilung ein trapezförmig verlaufendes Meßsignal. Die konstante Lastverteilung wird erst dann richtig wiedergegeben, wenn die ganze Schneidenfläche belastet ist. Bei einer dreiecksförmigen Spannungsverteilung führt die allmähliche Schneidenbedeckung zu einem Verschleifen der Meßkurve am Belastungsanfang. Dasselbe gilt für das Ende des Spannungsverlaufes. Ist die Schneide ganz bedeckt, so ergibt ein linearer Spannungsanstieg einen linearen Anstieg des Meßsignals. Eine gestreckte halbkreisförmige Druckverteilung wird mit Ausnahme des Anfangs und des Endes der Belastung weitgehend verzerrungsfrei wiedergegeben. Für eine Druckverteilung, entsprechend der theoretischen Druckverteilung nach Bild 4.3, gilt dasselbe.

Aus diesen Überlegungen läßt sich schließen, daß die gemessenen Druckverteilungskurven in der Berührungszone sehr gut mit der tatsächlichen Druckverteilung übereinstimmen werden. Abweichungen treten nur am Anfang und am Ende des Kurvenverlaufs auf. Die Berührungszonenbreite wird um die Schneidenbreite zu groß gemessen und muß bei der Auswertung der Druckverteilungsbilder korrigiert werden. Bei der Integration der Druckverteilungskurven wird die gesamte wirksame Kraft ohne Korrekturwerte richtig erfaßt.

Die Schlitzbreite von 0,03 mm zwischen Schneide und Walzenkörper kann in ihrem Einfluß nur abgeschätzt werden. Bei einer Schneidenfläche von  $0,5 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} = 5 \text{ mm}^2$  ergibt sich um die Schneide eine unbelastete Fläche von  $0,64 \text{ mm}^2$ . Aufgrund der Stützwirkung der Schneide wird die Kraft, die auf den Aufnehmer wirkt, etwas größer sein, als es der Schneidenfläche entspricht. Die Durchbiegung des Aufnehmers von einigen  $\mu\text{m}$  dürfte sich kaum auswirken, da die Rauhtiefe des Walzenbelages mindestens in der gleichen Größenordnung liegt. Wird die Eichung über das Integral der Spannungsverteilung im Vergleich zur Anpreßkraft durchgeführt, so entfällt die Wirksamkeit dieser Einflüsse.

### 5.1.3 Spezielle Probleme bei Rolluntersuchungen

Die eigentlichen Schwierigkeiten bei den Rolluntersuchungen beginnen mit der Vorbereitung der Walzen. Die Walzen müssen möglichst zylindrisch geschliffen werden. Doch waren Unrundheiten von 0,01 – 0,03 mm, die sich zum Teil von Tag zu Tag änderten, nicht zu vermeiden. An den Walzenenden kann das Belagmaterial in Achsrichtung ausweichen, und der zweiachsige Verformungszustand längs der Walze geht in einen dreiachsigen über. Bei der Verwendung von Stützscheiben an den Walzenenden beeinflusst die Reibung zwischen Walzenbelag und Scheibe undefiniert den Rollvorgang. Es erwies sich experimentell als günstiger, auf die Stützscheiben zu verzichten. Bei einem Teil der Messungen wurden gegen die Stahlwalze von 100 mm Länge Gummiwalzen von 120 mm Länge gepreßt. Die Stützwirkung des nicht direkt belasteten Belagmaterials an den Achsenden wirkt dabei dem seitlichen Ausweichen entgegen, und die Meßresultate sind gut reproduzierbar.

In alle Rollversuche geht die Erwärmung der Walzen unvermeidbar ein. Eine Kühlung, die entweder vom Kern oder von der Oberfläche aus erfolgen müßte, würde wegen der schlechten Wärmeleitfähigkeit der Belagmaterialien nur eine komplizierte Wärmeverteilung in der Walze erzeugen. Bei den Rollversuchen wurde das Walzensystem bei

konstanter Drehzahl und konstanter Anstellung solange eingefahren, bis sich keine Meßgröße mehr änderte. Der Schlupf zwischen den Walzen erwies sich als bestes Kriterium für den Gleichgewichtszustand, der sich bei Temperaturen zwischen  $3^{\circ}\text{C}$  und  $5^{\circ}\text{C}$  über der Raumtemperatur einstellte. Von diesem Gleichgewichtszustand aus wurden jeweils als Variable die Drehzahl oder die Anstellung geändert, die Meßwerte möglichst schnell registriert und dann der Ausgangszustand einreguliert. Den Meßergebnissen kann demnach ein Temperaturbereich zwischen  $25^{\circ}\text{C}$  und  $28^{\circ}\text{C}$  zugeordnet werden.

Die Reibungsverhältnisse zwischen Gummi- und Stahlwalze wurden als konstant vorausgesetzt und nicht näher betrachtet. Die Stahlwalze wurde feingeschliffen und poliert; alle Gummiwalzen wurden mit derselben Schleifscheibe bearbeitet und mit demselben Walzenwaschmittel gereinigt. Die Messungen begannen jeweils nach mehrstündigem Einlaufen der Walzenpaarung.

Andere Reibungsverhältnisse in der Berührungszone, wie sie z.B. durch Farbe und Papier hervorgerufen werden, bleiben einer getrennten Untersuchung vorbehalten. Sie sind für die hier vorliegende Arbeit nur von sekundärer Bedeutung, da der Rollvorgang im wesentlichen durch die visko-elastischen Eigenschaften der Belagmaterialien bestimmt wird.

## 5.2 Untersuchung des Einflusses der Belagmaterialien auf den Rollvorgang

Um den Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften der Belagmaterialien auf den Rollvorgang zu analysieren, wurden Walzenkombinationen ausgewählt, die sich nur durch das Belagmaterial unterscheiden. Bei Walzenkombinationen gleicher Geometrie müssen bei gleichen Versuchsbedingungen die Unterschiede in den Meßresultaten allein auf den unterschiedlichen Eigenschaften der Walzenbeläge beruhen.

### 5.2.1 Der Einfluß der Drehzahl auf den Rollvorgang

#### 5.2.1.1 Versuchsbeschreibung

Die Rolluntersuchungen wurden an vier Walzenkombinationen mit den Belagmaterialien 154 N, 6210 DE, 6300 AC und Artex durchgeführt. Der Durchmesser der Stahlwalze beträgt jeweils 100 mm, der Durchmesser der visko-elastischen Walzen 70 mm. Die Belagstärke ist mit 17,5 mm ebenfalls bei sämtlichen Walzen gleich. Alle Walzen sind 100 mm lang.

Die visko-elastischen Kennwerte der Walzenbeläge sind in den Diagrammen 3.21\* bis 3.28\* in Abhängigkeit von der Temperatur und der Verformungsfrequenz wiedergegeben. Da die Rolluntersuchungen bei Raumtemperatur vorgenommen werden, sind der komplexe Elastizitätsmodul  $E^*$  und der Verlustfaktor  $\tan \delta$  als Funktion der Verformungsfrequenz jeweils bei  $t = 20^\circ \text{C}$  und  $t = 30^\circ \text{C}$  für die vier Beläge in den Diagrammen 3.29\* bis 3.32\* zusammengefaßt worden. Die Walzenbeläge und die untersuchten Materialproben tragen dieselbe Materialkennzeichnung des Herstellers. Gewisse Abweichungen sind jedoch möglich, da beide nicht in einem Arbeitsgang gefertigt wurden.

Als variable Größe wurde die Drehzahl der Stahlwalze jeweils zwischen  $n = 0,5$  (1/sec) und  $n = 20$  (1/sec) geändert. Die geometrische Anstellung  $s$  der Walzen blieb bei jeder Messung konstant und lag zwischen  $s = 0$  mm und  $s = 1$  mm. Bei allen Versuchen wurden die Walzenkombinationen bei  $n = 2$  (1/sec) und  $s = 0,6$  mm eingefahren, um das Wärmegleichgewicht zu erzielen. Dann wurde die Anstellung der Walzen auf den gewünschten Wert einreguliert und — von der höchsten Drehzahl ausgehend — die Anpreßkraft  $P$  und die Tangentialkraft  $T$  in Abhängigkeit von der Drehzahl bestimmt.

#### 5.2.1.2 Die Anpreßkraft $P$ in Abhängigkeit von der Drehzahl

Die Versuchsergebnisse sind im Teil II auf doppellogarithmischem Papier dargestellt. Diagramm 5.2.1\* zeigt die Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl der Stahlwalze für das Belagmaterial 154 N. Bei allen Anstellungen steigt mit Zunahme der Drehzahl die Anpreßkraft  $P$  an. Insbesondere bei großen Anstellungen erfolgt dieser Kraftanstieg annähernd linear und kann somit durch eine Potenzfunktion einfach beschrieben werden:

$$P = P_1 \left( \frac{n}{n_1} \right)^q \quad [\text{kp/cm}] \quad (5.1)$$

Der Exponent  $q$  entspricht dem Steigungsmaß einer Geraden in der doppellogarithmischen Darstellung.  $P_1$  ist identisch mit der Anpreßkraft bei der Drehzahl  $n = n_1$ . Die Anpreßkraft  $P$  wird jeweils auf einen cm Walzenlänge bezogen. Für die Anstellung  $s = 1$  mm ergibt sich beispielsweise hieraus:

$$P = 1,33 \cdot \frac{n^{0,072}}{1/\text{sec}} \quad [\text{kp/cm}] \quad (5.2)$$

In Gleichung 5.2 ist  $n$  in  $1/\text{sec}$  einzusetzen.

Für die Anstellung  $s = 0,2$  mm verläuft der Drehzahlanstieg zwischen  $n = 0,5$  ( $1/\text{sec}$ ) und  $n = 5$  ( $1/\text{sec}$ ) linear; bei der weiteren Steigerung der Drehzahl steigt  $P$  jedoch stärker an. Die Steigungsmaße im Drehzahlbereich von  $0,5$  ( $1/\text{sec}$ ) bis  $5$  ( $1/\text{sec}$ ) wurden für mehrere Anstellungen zusammengefaßt.

Anstellung $s$ (mm)	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Steigung $q$	0,08	0,078	0,080	0,07	0,07

Die Steigungen werden mit zunehmender Anstellung geringfügig kleiner.

Die Walzenkombinationen mit den Belagmaterialien 6210 DE (Diagramm 5.2.2\*) und 6300 AC (Diagramm 5.2.3\*) zeigen ein ähnliches Verhalten. Die Anpreßkraft  $P$  nimmt mit steigender Drehzahl zu; der Anstieg erfolgt annähernd linear und kann damit ebenfalls durch eine Potenzfunktion wiedergegeben werden. Bei kleinen Anstellungen und hohen Drehzahlen treten geringfügige Abweichungen von diesem Verhalten auf.

Im Diagramm 5.2.4\* wurde die Anpreßkraft für die Walzenkombination mit dem Belagmaterial Artex als Funktion der Drehzahl dargestellt. Im Vergleich zu den anderen Walzenkombinationen verläuft der Kraftanstieg merklich steiler. Alle Kurven sind schwach gekrümmt; diese Krümmung ist am stärksten bei kleiner Anstellung der Walzen.

#### 5.2.1.3 Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten Anpreßkraftverläufen

Der qualitativen Beschreibung der Meßergebnisse folgt nun ein Vergleich mit der Theorie. Nach Gleichung (4.45) gilt für die Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl:

$$P \sim E^* \cdot f(\delta)_P \quad (4.45)$$

Für die Belagmaterialien 154 N, 6210 DE, 6300 AC und Artex sind der Verlustfaktor  $\tan \delta$  und der komplexe Elastizitätsmodul jeweils für die Temperaturen  $t = 20^\circ \text{C}$  und  $t = 30^\circ \text{C}$  als Funktion der Verformungsfrequenz in den Diagrammen 3.29\* bis 3.32\* dargestellt. Aus den Steigungsmaßen dieser Kurven wurde  $z$  bestimmt und aus Diagramm 4.16\* die Funktion  $f(\delta)_P$  für die Verformungsfrequenzen  $1$  Hz bis  $200$  Hz entnommen. Das Produkt  $E^* \cdot f(\delta)_P$  ist für  $t = 20^\circ \text{C}$  in Diagramm 5.2.5\* und für  $t = 30^\circ \text{C}$  in Diagramm 5.2.6\* wiedergegeben. Mit Zunahme der Verformungsfrequenz steigt  $E^* \cdot f(\delta)_P$  an, am stärksten für das Belagmaterial Artex. Der Einfluß von  $f(\delta)_P$  auf den Kurvenverlauf ist verhältnismäßig gering, wie ein Vergleich mit den  $E$ -Modulverläufen in den Diagrammen 3.31\* und 3.32\* zeigt. Dieses Ergebnis konnte aufgrund der Überlegungen in Kapitel 4.2.5 erwartet werden. Der Unterschied im Kurvenverlauf zwischen  $t = 20^\circ \text{C}$  und  $t = 30^\circ \text{C}$  bewirkt keine nennenswerte Änderung im

Gesamtbild. Da die Meßtemperaturen im Mittel nahe bei 30° C liegen, wird im folgenden nur Diagramm 5.2.6\* benutzt. Ein qualitativer Vergleich von  $E^* \cdot f(\delta)_P$  als Funktion der Verformungsfrequenz mit der Anpreßkraft  $P$  als Funktion der Drehzahl ergibt eine gute Übereinstimmung in den Kurvenverläufen. Die Steigungsmaße sind annähernd gleich. Das deutliche Abweichen des Belagmaterials Artex gegenüber den anderen Belägen ist sowohl bei den gemessenen als auch bei den berechneten Anpreßkräften offensichtlich.

Für die Drehzahlabhängigkeit der berechneten Kurvenverläufe im Diagramm 5.2.6\* kann bei dem Belagmaterial 154 N geschrieben werden:

$$E^* \cdot f(\delta)_P = (E^* \cdot f(\delta)_P)_{f=f_1} \cdot \left(\frac{f}{f_1}\right)^{0,068} \quad (5.3)$$

Der Exponent 0,068 ergab sich aus dem Steigungsmaß der Geraden im Diagramm 5.2.6\*. Da die Drehzahl sich proportional der Verformungsfrequenz ändert und  $P \sim E^* \cdot f(\delta)_P$ ,

$$\text{wird:} \quad P \sim P_1 \left(\frac{n}{n_1}\right)^{0,068} \quad (5.4)$$

Der berechnete Kraftanstieg folgt einer Potenzfunktion mit dem Exponenten 0,068; der gemessene Kraftanstieg, entsprechend Gleichung (5.2), ändert sich mit dem Exponenten 0,072. Aus der Tabelle (S.110) ergibt sich, daß der Exponent bei allen Anstellungen etwas größer ist als es der Theorie entspricht. In analoger Form kann bei den Gummimaterialien auch für andere Anstellungen  $s$  die Drehzahlabhängigkeit der Anpreßkraft durch Potenzfunktionen erfaßt werden. Die Steigungsmaße aus den Rollversuchen sind bei kleinen Anstellungen bis zu 20% größer als es der Theorie entspricht. Für das Belagmaterial Artex ist dieser direkte Vergleich nicht möglich, da sowohl die berechneten als auch die gemessenen Kurven gekrümmt verlaufen. In das Diagramm 5.2.7\* wurde die Anpreßkraft  $P$  als Funktion der Drehzahl  $n$  bei der Anstellung  $s = 0,6$  mm für die vier Walzenkombinationen eingetragen. Da diese Walzenkombinationen die gleiche Geometrie aufweisen, müssen bei gleicher Anstellung  $s$  der Walzen die Unterschiede zwischen den jeweiligen Anpreßkräften auf den Unterschieden der Produkte  $E^* \cdot f(\delta)_P$  beruhen. In der doppellogarithmischen Darstellung zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit Diagramm 5.2.6\*. Die Zuordnung einer Verformungsfrequenz zu einer Drehzahl kann durch die gemeinsame Verschiebung der Kurven  $P = f(n)$  im Diagramm 2.2.6\* vorgenommen werden. Besonders charakteristisch ist der Schnittpunkt der Kurven für die Beläge 154 N und Artex. In diesem Schnittpunkt müßte die Verformungsfrequenz von 150 Hz einer Drehzahl von 15 (1/sec) entsprechen. Diese Drehzahlzuordnung stellt jedoch nur eine Annäherungslösung dar.

Würden die gemessenen Werte  $P = f(n)$  mit den berechneten Werten  $P \sim f(\delta)_P$  voll übereinstimmen, so müßten beide Diagramme durch Parallelverschiebung längs ihrer Achsen zur Deckung gebracht werden können. Dies ist jedoch nur teilweise möglich. Die Steigungsmaße der Kurven stimmen gut überein; die Abstände zwischen den Kurven, die in beiden Diagrammen jeweils gleich sein müßten, zeigen jedoch bei dem Belagmaterial 6300 AC Abweichungen. Die berechneten Werte sind bei diesem Belagmaterial größer als die gemessenen.

Im Diagramm 5.2.8\* wurde die Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl für die Anstellung  $s = 1,0$  mm dargestellt. Die Übereinstimmung mit den theoretischen

Werten im Diagramm 5.2.6\* ist mit Ausnahme des Belagmaterials 6200 AC gut, dessen Abstand gegenüber der Walzenkombination mit dem Belagmaterial 6210 DE zu klein ist.

Diagramm 5.2.9\* zeigt die Anpreßkraft  $P$  als Funktion der Drehzahl für die Anstellung  $s = 0,2$  mm. Bei dieser kleinen Anstellung ist  $P = f(n)$  nicht mehr linear; besonders das Belagmaterial Artex zeigt bei hohen Drehzahlen einen stark gekrümmten Kurvenverlauf. Im Drehzahlbereich von 0,5 (1/sec) bis 5 (1/sec) können für die vier Beläge die Kurven sehr gut durch Geraden ersetzt werden, die im Diagramm 5.2.9\* gestrichelt eingezeichnet wurden. Die Abweichungen bei hohen Drehzahlen sind vermutlich in Massenkraften begründet, die sich bei der großen Schichtdicke des Belagmaterials und der vergleichsweise kurzen Länge der Walzen störend bemerkbar machen. Diese Annahme von Massenkraften stützt sich auch auf die Beobachtung, daß viele Meßkurven bei der Drehzahl  $n = 20$  (1/sec) eine leichte Krümmung aufweisen. Sind die Anpreßkräfte groß wie bei  $s = 1,0$  mm, so werden die Massenkraften vernachlässigbar klein. Sind die Anpreßkräfte klein, so führen die Massenkraften, die bei steigender Drehzahl quadratisch ansteigen müssen, zu einer Krümmung des Kurvenverlaufs. Da die Massenkraften bei gleicher Anstellung  $s$  unabhängig vom Belagmaterial wirksam sind, macht sich ihr Einfluß beim weichsten Belagmaterial — Artex — am stärksten bemerkbar.

Ergänzend zu diesen Überlegungen wurde in den Diagrammen 5.2.10\* und 5.2.11\* die Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl für das Belagmaterial Artex — jedoch bei wesentlich geringerer Schichtdicke — wiedergegeben. Die Kurven verlaufen annähernd als Geraden. Ein Masseneinfluß, der sich bei hohen Drehzahlen durch einen gekrümmten Kurvenverlauf bemerkbar machen würde, tritt bei den geringen Schichtstärken von 5 mm bzw. von 7,5 mm nicht mehr auf.

Zusammenfassung: Bei konstanter Anstellung  $s$  einer gummibeschichteten Walze an eine Stahlwalze steigt mit zunehmender Drehzahl die Anpreßkraft  $P$  an. Die qualitative Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung ist gut. Die gemessene Drehzahlabhängigkeit der Anpreßkraft kann bei den Gummimaterialien durch Potenzfunktionen erfaßt werden, deren Exponenten bei kleinen Anstellungen bis zu 20% größer sind als die berechneten Werte.

#### 5.2.1.4 Die Tangentialkraft $T$ in Abhängigkeit von der Drehzahl

Die Tangentialkraft  $T$  wurde bei den vier Walzenkombinationen gleicher Geometrie und den Belagmaterialien 154 N, 6210 DE, 6300 AC und Artex gleichzeitig mit der Anpreßkraft  $P$  gemessen. Die Ergebnisse sind in den Diagrammen 5.2.12\* bis 5.2.15\* dargestellt. Mit steigender Drehzahl werden die Tangentialkräfte, die zum Ausgleich der visko-elastischen Verluste von der Stahlwalze auf die Gummiwalze übertragen werden, größer. Bei kleinen Anstellungen der Walzen verläuft der Kraftanstieg am steilsten.

Die gemessenen Tangentialkräfte sind im Vergleich zu den Anpreßkräften sehr gering. Bei niedrigen Drehzahlen betragen sie zwischen 2% und 5% der Anpreßkräfte; steigen dann bei hohen Drehzahlen bis auf maximal 10% an. Das hat meßtechnisch zur Folge, daß die Lagerreibungskräfte der Gummiwalzen, die nicht getrennt von den visko-elastisch bedingten Tangentialkräften erfaßt werden können, den Tangentialkraft-

verlauf sehr beeinflussen. Für kleine Drehzahlen liegt die Lagerreibung der hier verwendeten Gleitlager im Mischreibungsgebiet und geht bei hohen Drehzahlen allmählich in das Flüssigkeitsreibungsgebiet über. Die Reibungskräfte sind demnach bei niedrigen Drehzahlen größer als bei hohen Drehzahlen. Mit dem Einfluß dieser Lagerreibung kann auch der Tangentialkraftverlauf des Belagmaterials 6300 AC, Diagramm 5.2.14\*, erklärt werden. Bei mittleren und großen Anstellungen der Walzen fällt zunächst mit steigender Drehzahl die Tangentialkraft ab, um dann wieder anzusteigen. Die Reibungskräfte im Mischreibungsgebiet verfälschen bei niedrigen Drehzahlen offensichtlich den Kurvenverlauf.

#### 5.2.1.5 Vergleich der gemessenen mit den berechneten Tangentialkräften

Um die experimentellen Tangentialkraftverläufe mit der Theorie zu vergleichen, wurde für die vier Belagmaterialien 154 N, 6210 DE, 6300 AC und Artex nach Gleichung (4.48)

$$T \sim E^* f(\delta)_T \quad (4.48)$$

bestimmt und im Diagramm 5.2.16\* als Funktion der Verformungsfrequenz dargestellt. Mit Zunahme der Verformungsfrequenz und — da  $n \sim f$  — mit Zunahme der Drehzahl steigt die Tangentialkraft  $T$  an. Der Tangentialkraftanstieg verläuft deutlich steiler als der Druckkraftanstieg in Diagramm 5.2.7\*.

Ein Vergleich zwischen den berechneten und den gemessenen Tangentialkräften ist wegen des Einflusses der Lagerreibung nur beschränkt möglich. Rechnung und Messung führen zu einem Anstieg der Tangentialkräfte mit steigender Drehzahl. Bei großer Anstellung  $s$  ist bei hohen Drehzahlen eine qualitative Übereinstimmung im Steigungsmaß vorhanden.

#### 5.2.1.6 Zusammenfassende Bemerkungen zum Einfluß der Drehzahl auf den Rollvorgang

Die experimentellen Rolluntersuchungen zeigten für die Drehzahlabhängigkeit der Anpreßkraft eine gute Übereinstimmung mit der Rechnung. Im Kapitel 4.2.5 wurden für die Belagmaterialien A und B der Einfluß der Drehzahl auf die Anpreßkraft berechnet und im Bild 4.17 dargestellt. Dabei zeigte sich, daß der Verlauf der Anpreßkraft in erster Linie durch die Frequenzabhängigkeit des komplexen Elastizitätsmoduls bestimmt wird. Der Einfluß der Funktion  $f(\delta)_P$  ist vergleichsweise gering. Um das Verhalten eines Belagmaterials ohne komplizierte Berechnung beurteilen zu können, gilt näherungsweise für die Anpreßkraft in Abhängigkeit von der Drehzahl bei konstanter Anstellung:

$$P \sim E^* \quad (5.5)$$

Bei kleinem Phasenwinkel  $\delta$  ist der Speichermodul  $E' = E^* \cos \delta$  annähernd dem komplexen Modul, und für die Beurteilung eines Belagmaterials kann auch

$$P \sim E' \quad (5.6)$$

verwendet werden.

Die Anpreßkraft  $P$  ändert sich proportional mit dem komplexen Elastizitätsmodul. Dieser einfache Zusammenhang ist durch Rechnung und Messung gesichert. Für genauere Berechnungen muß die Funktion  $f(\delta)_P$  berücksichtigt werden.

Eine ähnliche einfache Beziehung gilt auch für die Drehzahlabhängigkeit der Tangentialkraft. Die Funktion  $f(\delta)_T$  im Bild 4.19 verläuft annähernd parallel der  $\tan\delta$ -Kurve. Da für kleine Winkel  $\tan\delta = \sin\delta$  und  $E^* \sin\delta = E''$ , gilt in erster Näherung:

$$T \sim E'' \quad (5.7)$$

Die Tangentialkraft ändert sich bei einer Drehzahländerung proportional dem Verlustmodul. Da die Tangentialkraftmessungen wegen der Lagereinflüsse nur zu einer qualitativen Übereinstimmung mit der Theorie führten, ist es nach dem gegenwärtigen Stand der Untersuchungen für die Beurteilung eines Walzenbelages ausreichend, Gleichung (5.7) zu verwenden.

## 5.2.2 Die Auswirkungen einer Achsabstandsänderung auf den Rollvorgang

### 5.2.2.1 Versuchsbeschreibung

Der Einfluß der Drehzahl auf den Rollvorgang wurde an vier Walzenkombinationen gleicher Geometrie untersucht. Die dort verwendeten Gummiwalzen mit den Belagmaterialien 154 N, 6210 DE und 6300 AC wurden für die neuen Rollversuche nochmals überschliffen. Die Kunststoffwalze mit dem Belagmaterial Artex mußte gegen eine neue Kunststoffwalze mit derselben Materialbezeichnung ausgetauscht werden. An diesen vier Walzenkombinationen soll nun der Einfluß einer Achsabstandsänderung auf den Rollvorgang analysiert werden.

Die Untersuchung der Drehzahlabhängigkeit führte bei hohen Drehzahlen im Kurvenverlauf der Anpreßkraft zu Abweichungen, die durch Massenkräfte erklärt wurden. Um diesen Einfluß auszuschalten, wurden die folgenden Messungen bei  $n = 2$  (1/sec) vorgenommen. Das Einlaufen jeder Walzenkombination erfolgte bei der Anstellung  $s = 0,6$  mm. Dann wurden jeweils die gewünschten Anstellungen zwischen  $s = 0$  und  $s = 1$  mm einreguliert, die Anpreßkraft  $P$  und die Tangentialkraft  $T$  registriert und die Druckverteilungskurve fotografiert. Um das Wärmegleichgewicht möglichst zu erhalten, wurde nach einer großen Anstellung eine kleine Anstellung, dann wieder eine große Anstellung usw. einreguliert.

### 5.2.2.2 Vergleichsmessung zu den Drehzahlversuchen und Festlegung der wirksamen Verformungsfrequenz

Die Untersuchung der Auswirkungen einer Achsabstandsänderung auf den Rollvorgang erfolgte mehrere Monate nach den ersten Rollversuchen. Um zu prüfen, ob sich in dieser Zeit die Eigenschaften der Walzenbeläge geändert hatten, und ob die neue Artexwalze sich von der alten unterscheidet, wurde zunächst der Einfluß der Drehzahl auf die Anpreßkraft  $P$  bei der Anstellung  $s = 0,6$  mm untersucht. Im Diagramm 5.2.17\* sind die Meßergebnisse dargestellt. Die gestrichelten Linien sind identisch mit den im Diagramm 5.2.7\* gemessenen Anpreßkraftverläufen für die Beläge 6210 DE und Artex. Bei den Belagmaterialien 154 N und 6300 AC liegen die Meßpunkte auf einer Kurve. Das Belagmaterial 6210 DE ist um 4% härter, die neue Kurve verläuft jedoch parallel



der alten. Bei der Artexwalze ergibt sich jeweils derselbe Kurvenverlauf; der Absolutbetrag der Anpreßkraft ist bei der neuen Walze jedoch um 10% größer. Ein Vergleich der beiden Messungen zeigt, daß sich die Materialeigenschaften der Gummiwalzen offensichtlich nicht geändert haben. Auch das erneute Überschleifen der Walzen hat die Reibungsverhältnisse in der Berührungszone nicht beeinflusst. Die Abweichungen der neuen Artexwalze liegen vermutlich in einem unterschiedlichen Polymerisationsgrad begründet.

Die Festlegung der wirksamen Verformungsfrequenz kann nur näherungsweise erfolgen. Aus den Anpreßkraftverläufen im Diagramm 5.2.6\*, die aufgrund der gemessenen visko-elastischen Eigenschaften berechnet worden waren, ergibt sich für die Beläge 154 N und Artex bei einer Verformungsfrequenz von 160 Hz die gleiche Anpreßkraft. Bei gleicher Geometrie der Walzenkombinationen und gleichen Versuchsbedingungen muß der Schnittpunkt der Anpreßkraftverläufe im Diagramm 2.2.17\* die gleiche wirksame Verformungsfrequenz bedeuten. Nach den neuen Meßwerten entspricht die Drehzahl  $n = 9,5$  (1/sec) und nach den alten Messungen die Drehzahl  $n = 16$  (1/sec) der wirksamen Verformungsfrequenz von 160 Hz.

Jetzt kann ein Vergleich mit den im Kapitel 4.23 aufgestellten Überlegungen über die wirksame Verformungsfrequenz vorgenommen werden. Die halbe Berührungszonenbreite beträgt bei der Anstellung  $s = 0,6$  mm für beide Walzenkombinationen  $a_1 = 3,1$  mm. Mit Gleichung (4.41) gilt für die wirksame Verformungsfrequenz unter der Annahme einer sinusförmigen Verformung in der Berührungszone:

$$f = \frac{\pi}{2} \cdot r_{st} \cdot \frac{n_{st}}{a_1} \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (4.41)$$

Für  $n = 9,5$  (1/sec) ergibt sich hieraus eine Verformungsfrequenz von 240 Hz und für  $n = 16$  (1/sec) eine Verformungsfrequenz von 405 Hz. Diese Verformungsfrequenzen sind im Mittel doppelt so groß wie die Verformungsfrequenz von 160 Hz, die sich aus dem Schnittpunktvergleich ergab.

Unter Annahme, daß die wirksame Verformungsfrequenz mit der Drehzahl der Gummiwalzen identisch ist, gilt entsprechend Gleichung (4.42):

$$f = n_{st} \frac{r_{st}}{r_g} \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right] \quad (4.42)$$

Für die Drehzahl  $n = 9,5$  (1/sec) ergibt sich eine Verformungsfrequenz von 13,8 Hz und für  $n = 16$  (1/sec) eine Verformungsfrequenz von 23,2 Hz. Diese Werte sind gegenüber den 160 Hz viel zu klein.

Die wirksame Verformungsfrequenz beim Rollvorgang wird durch Gleichung (4.41) am besten wiedergegeben. Sie wird für die späteren Rechnungen verwendet, obwohl die tatsächlich wirksamen Verformungsfrequenzen vermutlich um die Hälfte kleiner sein werden. Bei den vier untersuchten Belagmaterialien bedeutet dies je nach Frequenzabhängigkeit einen um 5 bis 10% kleineren Elastizitätsmodul.

### 5.2.2.3 Die Druckverteilung in der Berührungszone

Die Druckverteilung in der Berührungszone wurde bei konstanter Drehzahl der Stahlwalze  $n = 2$  (1/sec) für die Anstellungen der Walzen von  $s = 0$  mm bis  $s = 1$  mm bestimmt. Bild 5.2.18\* im Meßanhang zeigt die mit einer Polaroidkamera fotografierten Druckverteilungskurven der vier Walzenkombinationen bei der Anstellung  $s = 0,6$  mm. Die Einlaufseite befindet sich bei allen Bildern jeweils links; die Verbindungslinie der Achsmitten stimmt annähernd mit der Mittellinie des Koordinatensystems überein. Die genaue Mittellinie ergibt sich aus den Wegimpulsen des Drehwinkelgebers und liegt jeweils in der Mitte des Wegimpulses, der von der Mittellinie des Koordinatensystems geschnitten wird. Die Druckverteilungskurven lassen alle theoretisch vorgegebenen Merkmale erkennen. Sie sind nicht mehr symmetrisch zur Mittellinie, sondern zur Einlaufseite hin verschoben. Das Maximum der Druckspannung liegt links neben der Mittellinie; die Berührungszonenbreite ist an der Auslaufseite verkürzt. Nach der Theorie sind diese Charakteristika allein vom Verlustfaktor  $\tan \delta$  abhängig. Dem Diagramm 3.30\* kann man entnehmen, daß das Belagmaterial Artex einen weitaus größeren Verlustfaktor aufweist als die anderen Beläge. Dementsprechend deutlich zeigt die Druckverteilungskurve die Verschiebung zur Einlaufseite und die Verkürzung der Berührungszone an der Auslaufseite.

Die Überlegungen zum Einfluß der Schneidenbreite des Aufnehmers auf die Meßkurven in Kapitel 5.1.2 haben ergeben, daß die tatsächliche Druckverteilung, mit Ausnahme eines kleinen Bereiches am Anfang und Ende der Berührungszone, richtig wiedergegeben wird. In diesem Maßstab erstreckt sich der Wirkungsbereich der Schneide auf etwa 3,4 mm. Der zunächst zögernde Kraftanstieg entfällt in Wirklichkeit; die Druckspannung steigt von der Nulllinie aus steil an. An der Auslaufseite zeigen die Druckverteilungskurven eine kleine Zugspannung. Durch Pudern der Walzen — die Zugspannung verschwand dabei — konnte nachgewiesen werden, daß keine Meßfehler, sondern die Adhäsion zwischen Walzenbelag und Aufnehmerschneide die Zugspannung hervorruft.

Um die Abhängigkeit der Druckverteilung und der Berührungszonenbreite von der Anstellung der Walzen anschaulich darzustellen, wurden Druckverteilungskurven jeweils für eine Walzenkombination in den Bildern 5.2.19\*, 5.2.20\*, 5.2.21\* und 5.2.22\* zusammengefaßt. Alle Kurven zeigen die schon beschriebene Verschiebung zur Einlaufseite und die Verkürzung der Berührungszone an der Auslaufseite. Besonders deutlich ist dies bei dem Belagmaterial Artex (Bild 5.2.22\*) wegen des doppelt so großen Verlustfaktors.

Diese zunächst rein qualitative Beurteilung der Druckverteilungskurven zeigt, daß die in Kapitel 4 aufgestellten theoretischen Überlegungen den Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften der Belagmaterialien auf die Vorgänge in der Berührungszone richtig wiedergeben. Die Gestalt der gemessenen Druckverteilungskurven ist jedoch etwas voller als es der sinusförmigen Druckverteilung der Theorie entspricht. Dies war jedoch zu erwarten, da die sinusförmige Verteilung nur als erste Näherung der für metallische Werkstoffe nach HERTZ halbkreisförmigen Druckkurve angenommen wurde.

#### 5.2.2.4 Vergleich zwischen den berechneten und den gemessenen Berührungszonenbreiten

Für die qualitative Auswertung der Druckverteilungsmessungen wird die linke Seite bis zur Mittellinie, die mit  $a_1$  bezeichnet wird, und die verkürzte rechte Seite, die die Bezeichnung  $a_2$  trägt, ausgemessen. Die mit der Druckverteilung gleichzeitig fotografierten Wegimpulse des Drehwinkelgebers ermöglichen eine eindeutige Wegzuordnung. Der Durchmesser der Stahlwalze beträgt 99,37 mm; bei 360 Impulsen pro Umdrehung folgt für den Abstand zweier Impulse eine Strecke von 0,867 mm. Die Festlegung der Mittellinie der Druckverteilungskurven wurde bei der kleinsten Anstellung, bei der die Gummiwalze gerade noch mitdrehte, vorgenommen. Die kleinste sichtbare Druckverteilungskurve markierte die Mittellinie.

Im Diagramm 5.2.23\* wurden  $a_2$  für die Walzenkombinationen mit den Belagmaterialien 154 N und 6210 DE, im Diagramm 5.2.24\* für die Belagmaterialien 6300 AC und Artex, die halbe Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite und die verkürzte halbe Berührungszonenbreite  $a_2$  an der Auslaufseite über der gesamten Berührungszonenbreite  $a_1 + a_2$  dargestellt. In der doppellogarithmischen Darstellung liegen die Meßwerte sehr gut auf einer Geraden.  $a_2$  ist deutlich kleiner als  $a_1$ ; bei dem Belagmaterial Artex sind die Unterschiede am größten.

Den experimentellen Ergebnissen werden die aufgrund der visko-elastischen Eigenschaften der Belagmaterialien berechneten Berührungszonenbreiten gegenübergestellt. Mit Gleichung (4.41), deren annähernde Gültigkeit in Kapitel 5.2.2.3 nachgewiesen wurde, kann die bei jeder Berührungszonenbreite wirksame Verformungsfrequenz bestimmt werden. Die einander zugeordneten Berührungszonenbreiten und Verformungsfrequenzen zeigt folgende Zusammenstellung:

Verformungsfrequenz (Hz)	200	100	50	20
Berührungszonenbreite $a_1$ (mm)	0,785	1,57	3,14	7,85

Von der kleinsten Anstellung  $s = 0,05$  mm bis zur größten Anstellung  $s = 1,0$  mm ändert sich die wirksame Verformungsfrequenz von ungefähr 200 Hz auf 40 Hz.

Für jedes Belagmaterial wird aus dem bei dieser Verformungsfrequenz und bei der Temperatur  $t = 30^\circ\text{C}$  wirksamen Verlustfaktor  $\tan\delta$ , entsprechend Gleichung (4.43), Kapitel 4.3.2, die verkürzte Berührungszonenbreite  $a_2$  berechnet. Diese berechneten Kurven wurden ebenfalls in die Diagramme 5.2.23\* und 5.2.24\* eingetragen. Die Übereinstimmung ist bei dem Belagmaterial 154 N sehr gut. Bei den Belagmaterialien 6210 DE und 6300 AC treten Abweichungen auf, die bei der größten Berührungszonenbreite von 8 mm maximal 0,2 mm betragen. Das Belagmaterial Artex weicht bis zu 0,4 mm von den berechneten Werten ab. Für die Beurteilung der Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung muß die Wirkungsweise des Druckkraftaufnehmers betrachtet werden. Die 0,5 mm breite Druckaufnehmerschneide verursacht, wie im Kapitel 5.1.2 gezeigt wurde, ein Verschleifen der Druckverteilungskurve am Anfang und am Ende. Dieser Einfluß begrenzt die Genauigkeit auf ca.  $\pm 0,1$  mm. Bei der Festlegung der Mittellinie können ebenfalls Abweichungen auftreten, die jedoch, wie im folgenden gezeigt wird, kompensiert werden können. Bei einer Abweichung der Mittellinie ändert sich die gesamte Berührungszonenbreite nicht.

Für das Belagmaterial 6210 DE zeigt Tabelle 5.2.25\* in der zweiten Spalte die bei den verschiedenen Anstellungen  $s$  gemessenen halben Berührungszonenbreiten  $a_1$ . In die dritte Spalte wurde jeweils die Differenz zwischen dem Meßwert und dem berechneten Wert eingetragen. Diese Differenz ist bei allen Anstellungen annähernd gleich groß und schwankt um den Wert 0,1 mm. Da im Vergleich zu den berechneten Werten  $a_1$  zu groß,  $a_2$  dagegen zu klein gemessen wurde, ist die Korrektur der durch den kleinsten Peak gegebenen Lage der Mittellinie durch eine Mittelpunktverschiebung um einen konstanten Wert für alle Anstellungen zulässig. Alle gemessenen  $a_1$ -Werte werden um 0,1 mm verkleinert und die  $a_2$ -Werte um denselben Betrag vergrößert. Für das Belagmaterial 6300 AC wurden ebenfalls die Abweichungen von  $a_1$  gegenüber dem theoretischen Wert bestimmt. Wie aus Tabelle 5.2.25\* zu ersehen ist, kann ebenfalls eine Korrektur der Mittellinie um 0,1 mm vorgenommen werden. Bei dem Belagmaterial Artex sind die Abweichungen von den Rechenwerten nicht mehr für alle Anstellungen konstant, sondern werden mit steigenden Anstellungen größer (Tabelle 5.2.25\*).

Zur Erklärung dieses Verhaltens müssen andere Belageigenschaften oder sich ändernde Reibungsverhältnisse in der Berührungszone angenommen werden. Da die Anstellungen  $s = 0,05$  mm und  $s = 0,1$  mm eine konstante Verschiebung erfordern, wurden auch bei dem Belagmaterial Artex  $a_1$  um 0,1 mm verkleinert und  $a_2$  um 0,1 mm vergrößert. Für die Walzenkombination mit dem Belagmaterial 154 N ist keine Änderung des Nullpunkts erforderlich.

Diese korrigierten Werte werden den weiteren Untersuchungen zugrunde gelegt.

Im Diagramm 5.2.26\* und 5.2.27\* wurden für die vier Walzenkombinationen die verkürzte halbe Berührungszonenbreite  $a_2$  an der Auslaufseite über der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite dargestellt. Die gestrichelten Kurven wurden aufgrund der Materialeigenschaften berechnet. Bei den Belagmaterialien 154 N, 6210 DE und 6300 AC fallen die Meßwerte mit den Rechenwerten zusammen. Das Belagmaterial Artex zeigte eine stärkere Verkürzung von  $a_2$ , als es der Theorie entspricht.

#### 5.2.2.5 Vergleich zwischen den gemessenen und den berechneten maximalen Druckspannungen und Anpreßkräften

Die maximale Druckspannung  $\sigma_{max}$  in der Berührungszone und die Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite wurden gemessen und berechnet. Die Ergebnisse sind in den Diagrammen 5.2.28\* bis 5.2.31\* enthalten. Für die maximale Druckspannung gilt nach Gleichung (4.57):

$$\sigma_{max} \sim q_f E^* \cdot f(\delta) \sigma_{max} \quad (4.57)$$

Mit Gleichung (4.57) ist die maximale Druckspannung in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  und den Materialeigenschaften festgelegt. Für das Belagmaterial 154 N wurde durch einen Meßwert der maximalen Druckspannung der Proportionalitätsfaktor bestimmt. Da dieser Proportionalitätsfaktor nur von der Geometrie der Walzenkombination abhängig ist, wurde er auch für die Berechnung der maximalen Druckspannung bei den anderen Belagmaterialien verwendet.

Die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung ist in den Diagrammen 5.2.28\* und 5.2.31\* bei den Belagmaterialien 154 N und Artex gut. Die berechneten maximalen Druckspannungen sind für das Belagmaterial 6210 DE im Diagramm 5.2.29\* etwas größer als die gemessenen. Im Diagramm 5.2.30\* bei dem Belagmaterial 6300 AC sind die Rechenwerte bis zu 20% größer.

Für die Anpreßkraft in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite gilt nach Gleichung (4.62):

$$P \sim \frac{2}{a_1} \cdot E^* \cdot f(\delta)_P \quad (4.62)$$

Der Proportionalitätsfaktor wurde bei dem Belagmaterial 154 N durch einen Meßwert der Anpreßkraft bestimmt und auch für die Berechnung der Anpreßkraftverläufe bei den anderen Belagmaterialien verwendet. Die Diagramme 5.2.28\* bis 5.2.31\* zeigen, daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung gut ist. Nur bei dem Belagmaterial 6300 AC sind die Rechenwerte wieder zu groß.

#### 5.2.2.6 Die Tangentialkraft in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite $a_1$

Im Diagramm 5.2.32\* wurde für die vier Walzenkombinationen die Tangentialkraft in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite dargestellt. Die Meßwerte streuen wegen des Einflusses der Lagerreibung sehr stark; trotzdem liegen sie bei größeren Berührungszonenbreiten im Bereich der berechneten Tangentialkraftverläufe.

#### 5.2.2.7 Die Berührungszonenbreite in Abhängigkeit von der Anstellung

Wird eine mit einem visko-elastischen Belag beschichtete Walze gegen eine Metallwalze gepreßt, so sind die Verformungen auf das Belagmaterial beschränkt. Bei gleicher Geometrie der Walzenkombinationen muß bei gleicher Anstellung der Walzen die Berührungszone gleich groß sein. Wegen der Verkürzung der Berührungszonenbreite an der Auslaufseite kann beim Rollvorgang nur die halbe Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite bei gleicher Anstellung übereinstimmen.

Im Diagramm 5.2.33\* wurde die halbe Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite in Abhängigkeit von der Anstellung  $s$  für die vier Walzenkombinationen eingetragen. Die Meßwerte fallen sehr gut aufeinander und bestätigen obige Überlegungen.

In demselben Diagramm wurden auch die gesamten Berührungszonenbreiten  $a_1 + a_2$  in Abhängigkeit von der Anstellung  $s$  dargestellt. Bei dem Belagmaterial Artex ist die Berührungszone deutlich kleiner als bei den anderen Belägen.

Der Zusammenhang zwischen der Anstellung  $s$  und der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  wird durch die Geometrie der Walzenkombination bestimmt. Der Einfluß der Walzendurchmesser und der Schichtdicke des Belagmaterials muß noch durch weitere Untersuchungen geklärt werden.

## 6. Zusammenfassung

Für den Druckprozeß sind Walzen, die aufeinander abrollen, von elementarer Bedeutung. Diese Rollvorgänge in Druckmaschinen sind dadurch charakterisiert, daß bei jeder Walzenkombination mindestens eine Walze mit einem im Vergleich zu einer Metallwalze weichen visko-elastischen Belag beschichtet ist. Da in der Berührungszone allein die Belagmaterialien verformt werden, wurde ihr dynamisches Verhalten bei sinusförmiger Druckwechselverformung untersucht.

In dieser Arbeit wird eine Versuchseinrichtung beschrieben, mit der der komplexe Elastizitätsmodul  $E^*$  und der Verlustfaktor  $\tan\delta$  von Presseurbelägen und Farbwalzenbelägen im Frequenzbereich von 1 Hz bis 200 Hz und im Temperaturbereich von 20°C bis 80°C bestimmt wurden. Bei allen untersuchten Belagmaterialien werden mit steigender Verformungsfrequenz der komplexe Elastizitätsmodul  $E^*$  und der Verlustfaktor  $\tan\delta$  größer, mit steigender Temperatur dagegen kleiner. Die Frequenzabhängigkeit dieser Größen kann bei vielen Belagmaterialien durch Potenzfunktionen mathematisch beschrieben werden. Bei diesen Untersuchungen zeigte sich, daß die Eigenschaften der Walzenbeläge bei Raumtemperatur keinen Aufschluß darüber geben, welche Eigenschaften bei der Gebrauchstemperatur, die oft zwischen 35°C und 70°C liegt, vorhanden sind.

Um den Einfluß der Materialeigenschaften auf den Rollvorgang zu analysieren, wurde eine Näherungstheorie entwickelt, die unter der Annahme einer sinusförmigen Verformung in der Berührungszone zweier Walzen zu Gleichungen führte, die nur die experimentell bestimmten visko-elastischen Kennwerte enthalten. Diese theoretischen Überlegungen wurden mit Hilfe von Drei-Parameter-Modellen durchgeführt, die aus zwei Federn und einem Dämpfer bestehen und das Verhalten eines visko-elastischen Stoffes qualitativ richtig wiedergeben. Die Elemente des Modells können für den Fall der sinusförmigen Verformung durch die meßtechnisch bestimmbaren visko-elastischen Kennwerte ersetzt werden.

Die Theorie zeigt, daß beim Rollvorgang einer Metallwalze und einer visko-elastischen Walze die Druckverteilung in der Berührungszone nicht mehr wie bei rein elastischen Werkstoffen symmetrisch zur Verbindungslinie der Walzenmitten liegt, sondern zur Einlaufseite hin verschoben wird. An der Auslaufseite tritt eine Verkürzung der Berührungszone auf, da wegen der zeitlichen Verzögerung der Rückverformung eines visko-elastischen Materials der Kontakt zwischen Metallwalze und Gummiwalze schon vor Erreichen der theoretischen Berührungszonenbreite verlorengeht. Die Wirkungslinie der aus der Druckverteilung resultierenden Gesamtkraft liegt außermittig und führt zu einem Moment, das zur Aufrechterhaltung des Rollvorgangs aufgebracht werden muß. Die Antriebsleistung entspricht den visko-elastischen Verlusten in der Gummiwalze.

Der Einfluß des Phasenwinkels ( $\delta$ ) auf die verschiedenen Vorgänge in der Berührungszone wurde jeweils zu einer Funktion  $f(\delta)$  zusammengefaßt. Für die Anpreßkraft, die Tangentialkraft, die maximale Druckspannung in der Berührungszone und die Verkürzung der Berührungszonenbreite wurden die Funktionen  $f(\delta)$  berechnet und in Diagrammen dargestellt.

Jede Änderung der Arbeitsgeschwindigkeit der Druckmaschinen und jede Änderung der Anstellung zweier Walzen bedeuten eine Änderung der wirksamen Verformungsfrequenz. Die Auswirkungen der damit verbundenen Änderung der Materialeigenschaften wurden anhand zweier charakteristischer Werkstoffe, deren Eigenschaften mit denen der gebräuchlichen Walzenbeläge gut übereinstimmen, berechnet. Bei dieser Untersuchung wurde für die Bestimmung der wirksamen Verformungsfrequenz die Berührungszonenbreite als die erste Halbwelle einer Sinusschwingung angenommen.

Mit Zunahme der Drehzahl steigt bei gleichem Achsabstand der Walzen die Anpreßkraft an. Dieser Kraftanstieg ist im wesentlichen durch den Anstieg des komplexen Elastizitätsmoduls mit der zunehmenden Verformungsfrequenz bestimmt. Die Änderung des Verlustfaktors wirkt sich vergleichsweise wenig aus.

Mit zunehmender Anstellung der beiden Walzen ändert sich die wirksame Verformungsfrequenz umgekehrt proportional der Berührungszonenbreite. Wegen der damit verbundenen Änderung des Elastizitätsmoduls wird verständlich, warum bisher keine eindeutigen Beziehungen zwischen der Anstellung zweier Walzen und der hierfür erforderlichen Kraft gefunden wurden.

Um den theoretisch bestimmten Einfluß der visko-elastischen Eigenschaften von Belagmaterialien auf den Rollvorgang experimentell zu bestätigen, wurden Rollversuche an einem Zwei-Walzensystem vorgenommen.

Es wurden die Druckverteilung in der Berührungszone, die Anpreßkraft und die Tangentialkraft in Abhängigkeit von der Drehzahl und der Anstellung untersucht. Die qualitative Übereinstimmung der Meßergebnisse mit den aufgrund der visko-elastischen Kennwerte der Walzenbeläge berechneten Verhaltensweisen konnte nachgewiesen werden. Die quantitative Übereinstimmung ist in mehreren Fällen unerwartet gut.

## Literaturverzeichnis

1. Hertz, H.: Über die Berührung elastischer Körper. Ges. Werke, Bd. I (1895), Leipzig
2. Bufler, H.: Beanspruchung und Schlupf beim Rollen elastischer Walzen. Forsch. Ing.-Wes., Bd. 27 (1961), S. 121 – 126
3. Bauerfeind, E.: Untersuchungen an zylindrischen Gummiwälzrädern. Diss. TH Braunschweig (1966)
4. Funk, G.: Triebkraft und Drehmoment bei Hochdruck-Rotationsmaschinen. Ein Beitrag zur Theorie des Rollwiderstandes an Walzenpaaren. Diss. Deutsche Zentraldruckerei, (1938), Berlin SW 11
5. Fromm, H.: Berechnung des Schlupfes beim Rollen deformierbarer Scheiben. Z. angew. Math. Mech. 7 (1927), Nr. 1, S. 27 – 58
6. Poritzky, H.: Stresses and deflections of cylindrical bodies in contact of gears and locomotive wheels. J. Appl. Mech. 17 (1950), Nr. 2 S. 191 – 201 u. Nr. 4 S. 465 – 468
7. Föppl, L.: Die strenge Lösung für die rollende Reibung. (1947), München
8. Heinrich, G.: Zu L. Föppls Theorie der rollenden Reibung. Österr. Ing. Arch. 4 (1950), Nr. 5 S. 363 – 375
9. Bufler, H.: Zur Theorie der rollenden Reibung. Ing. Arch. 27 (1959), Nr. 3 S. 137 – 152
10. Reynolds, O.: On Rolling-Friction. Philosophical Transactions of The Royal Society of London. Vol. 166 (1876), S. 155 – 174
11. Borchardt, H. A.: Rolling Radius of Rubber-Covered Cylinders. Machine Design Nr. 9,31. Jg., (1959), S. 120 – 122
12. Tabor, T.: The Mechanism of Rolling Friction. Phil. Mag., 43 (1952), S. 1055 – 1059
13. Tabor, T.: Elastic work involved in rolling a sphere on another surface. Brit. J. Appl. Phys. 6, (1959), S. 79
14. Evans, I.: The rolling resistance of a wheel with a solid rubber tyre. Brit. J. Appl. Phys. Vol. 5, (1954), S. 187 – 188
15. Flom, D. G.: Rolling Friction of Polymeric Materials. J. Appl. Phys. Vol. 32, Nr. 8, Aug. (1961), S. 1426 – 1436



16. May, W. D.,  
Morris, E. L.,  
and Atack, D.: Rolling Friction of a Hard Cylinder Over a Viscoelastic Material. J. Appl. Phys. Vol. 30, (1959), S. 1713—1724
17. Hunter, S. C.: The Rolling Contact of a Rigid Cylinder With a Viscoelastic Half Space. J. Appl. Mech. 28, (1961), S. 611—617
18. Morland, L. W.: A Plane Problem of Rolling Contact in Linear Viscoelasticity Theory. J. Appl. Mech., Vol. 28, (1962), S. 345—352
19. Morland, L. W.: Exact Solutions for Rolling Contact between Viscoelastic Cylinders. Quart. Journ. Mech. and Appl. Math., Vol. 20, (1967), Pt. 1
20. Saumweber, E.: Der Spannungs- und Verschiebezustand in homogenen und inhomogenen elastischen Ringen. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech., Bd. 46, (1966), Nr. 1
21. Hannah, M.: Contact Stress and Deformation in a Thin Elastic Layer. Quart. J. Mech. and Appl. Math., Vol. 4, (1951), S. 94—105
22. Parish, G. J.: Apparent slip between metal and rubber-covered pressure rollers. Brit. J. Appl. Phys. 9, (1958), S. 428—433
23. Parish, G. J.: Calculation of the behaviour of rubber-covered pressure rollers. Brit. J. Appl. Phys., 12, (1961), S. 333—335
24. Miller, R. D. W.: Variations of line pressure and rolling speed with indentation of covered rollers. Brit. J. Appl. Phys. 15, (1964), S. 1423—1435
25. Miller, R. D. W.: Some effects of compressibility on the indentation of a thin elastic layer by a smooth rigid cylinder. Appl. Sci. Res. Vol. 16 (1967), S. 405—424
26. Stuart, H. A.: Die Physik der Hochpolymeren, Bd. 4 (1956), Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg
27. Nitsche, R. u.  
Wolf, K.: Kunststoffe. Bd. 1 u. 2, (1962), Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg
28. Ferry, J.: Viscoelastic Properties of Polymers. (1961), John Wiley & Sons, New York - London
29. Oberst, H.: Elastische und viskose Eigenschaften von Werkstoffen, Grundlagen und Begriffe. (1963), Beuth-Vertrieb GmbH., Berlin-Köln-Frankfurt
30. Becker, G. W.  
Schreuer, E.: In Nitsche, R. und Wolf, K., Kunststoffe. Bd. 1 (1962), Springer-Verlag, Berlin - Göttingen - Heidelberg, S. 343

31. Roelig, H.: Dynamische Bewertung der Dämpfung und Dauerfestigkeit von Vulkanisaten. Kautschuk 15 (1939), S. 7—10. u. S. 32—34
32. Roelig, H. u. Schmahl, J.: Weiterentwicklung einer Prüfmaschine zur Bestimmung des Dämpfungsverhaltens von Polymeren. Kautschuk und Gummi 13 (1960), WT S. 221—228
33. Kainradl, P. u. Händler, F.: Messung der dynamischen Eigenschaften von Vulkanisaten. Kautschuk und Gummi 11 (1958), Nr. 7, S. 193—199 WT, Nr. 8, S. 222—229 WT
34. Heckel, K.: Ermittlung des komplexen Elastizitätsmodul von hochmolekularen Stoffen. Kunststoffe 53 (1963), S. 899—906
35. Leaderman, H.: Elastic and creep properties of filamentous materials. (1943), Textil Foundation, Washington D. C.
36. Ferry, J. D.: Viscoelastic properties of polymers. (1960), John Wiley & Sons, New York-London
37. Tobolsky, A. V.: Properties and structure of polymers. (1960), John Wiley & Sons, New York-London
38. Cook, N. H., Loewen, E. G. u. Shaw, M. C.: Machine-Tool Dynamometers. American Machinist 98 (1954), May 10, S. 125—129
39. Büttner, A. u. Sydow, W.: Praktische Auslegung eines Schnittkraftmessers für schleiftechnische Untersuchungen. Messtechnische Briefe, Hottinger Baldwin Messtechnik 3 (1967), S. 37—40

## Lebenslauf

25.7.1934 in Darmstadt geboren

Eltern: Friedrich Pfeiffer, Angestellter, und Marie, geb. Huxhorn

1940 – 1946 Volksschule in Darmstadt

1946 – 1955 Ludwigs-Realgymnasium, Darmstadt

1955 Reifeprüfung

1955 – 1961 Studium an der Technischen Hochschule Darmstadt,  
Fakultät Maschinenbau

1961 Abschluß des Studiums mit der Diplom-Hauptprüfung am 20.12.1961

seit 1962 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl und Institut für Druck-  
maschinen und Druckverfahren der Technischen Hochschule Darmstadt

## 2. Teil

Tabellen, Bilder und Diagramme zu den Versuchsergebnissen

(Im Textteil sind diese mit einem Stern (\*) angeführt).

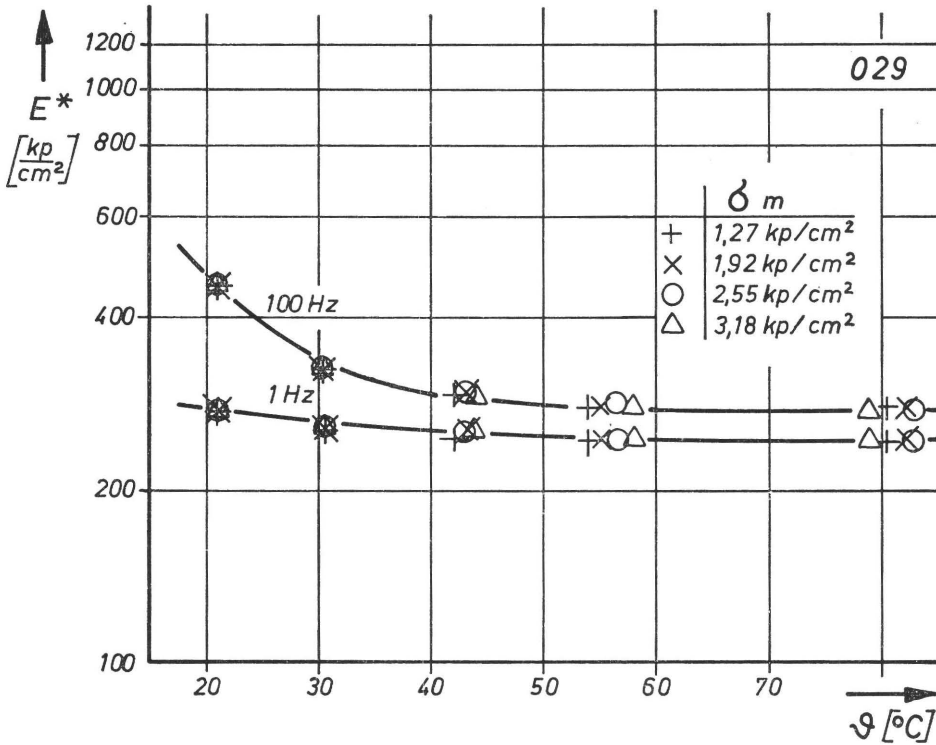
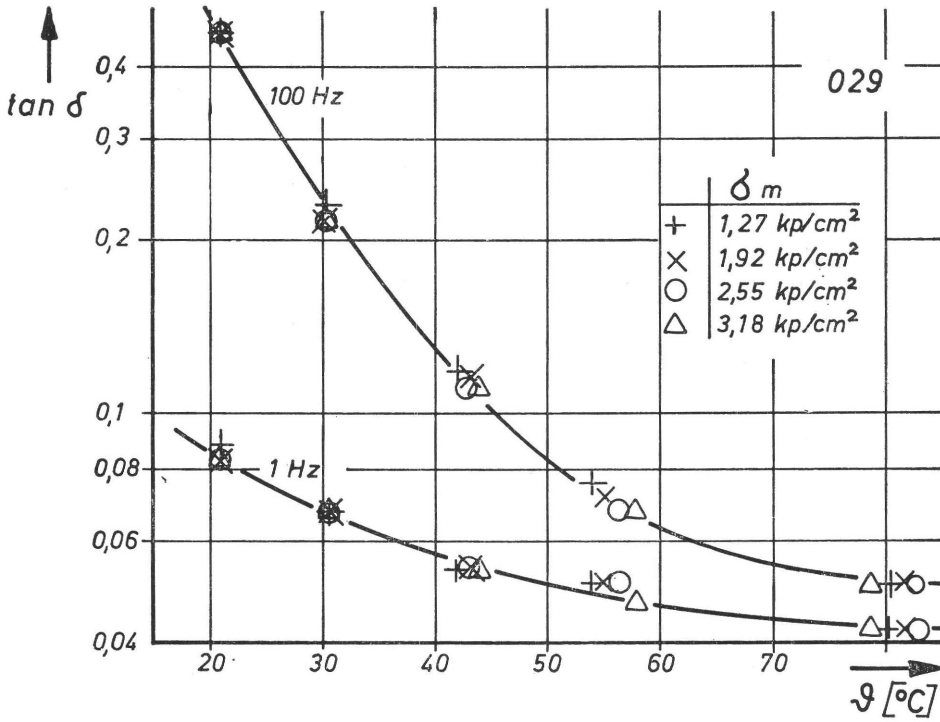


Diagramm 3.1\* Der Einfluß der Mittelspannung auf den Verlustfaktor  $\tan \delta$  und den Elastizitätsmodul  $E^*$  in Abhängigkeit von der Temperatur. (Belag 029)

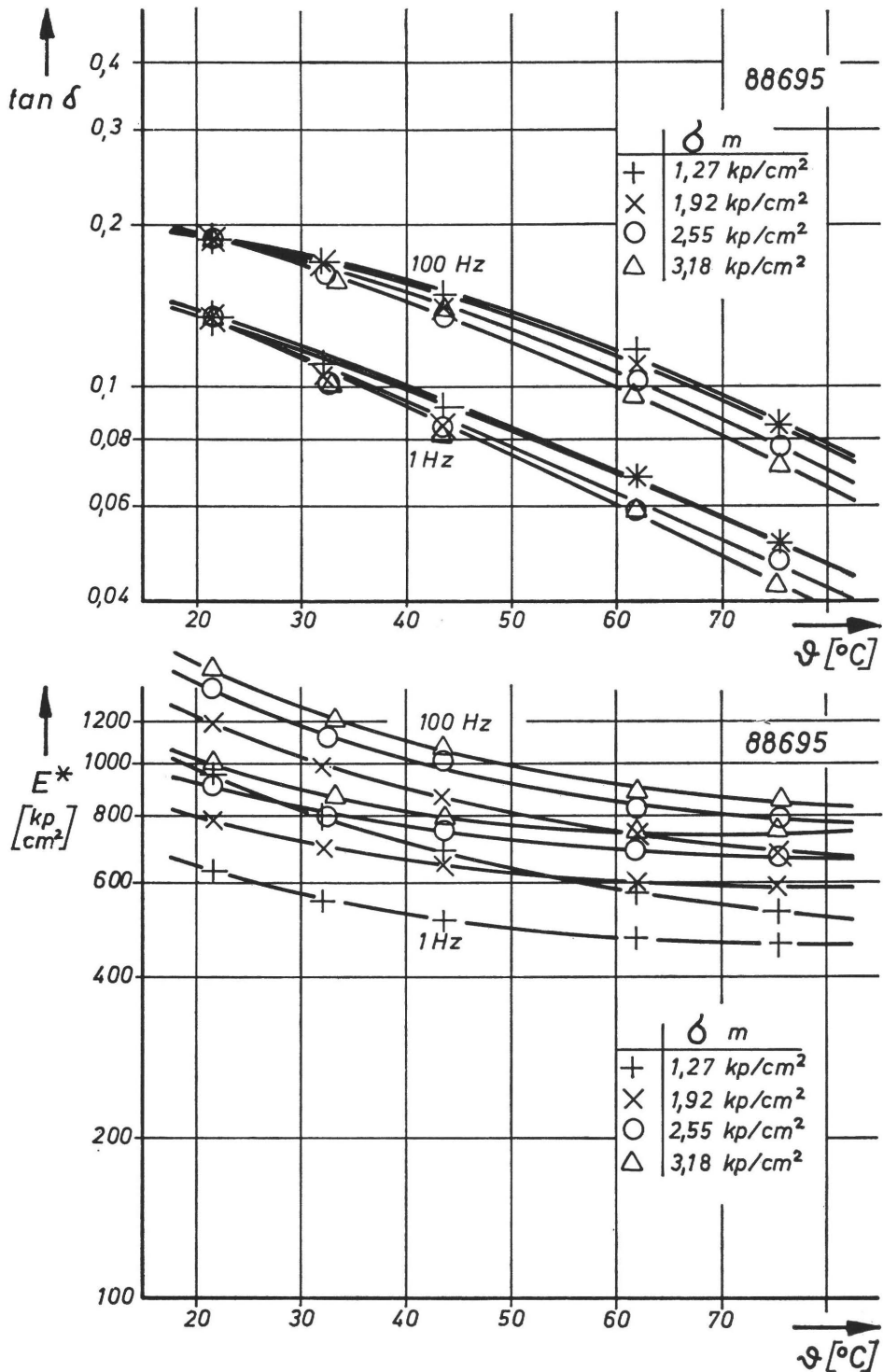


Diagramm  
3.2\*

Der Einfluß der Mittelspannung auf den Verlustfaktor  $\tan \delta$  und den Elastizitätsmodul  $E^*$  in Abhängigkeit von der Temperatur. (Belag 88695)

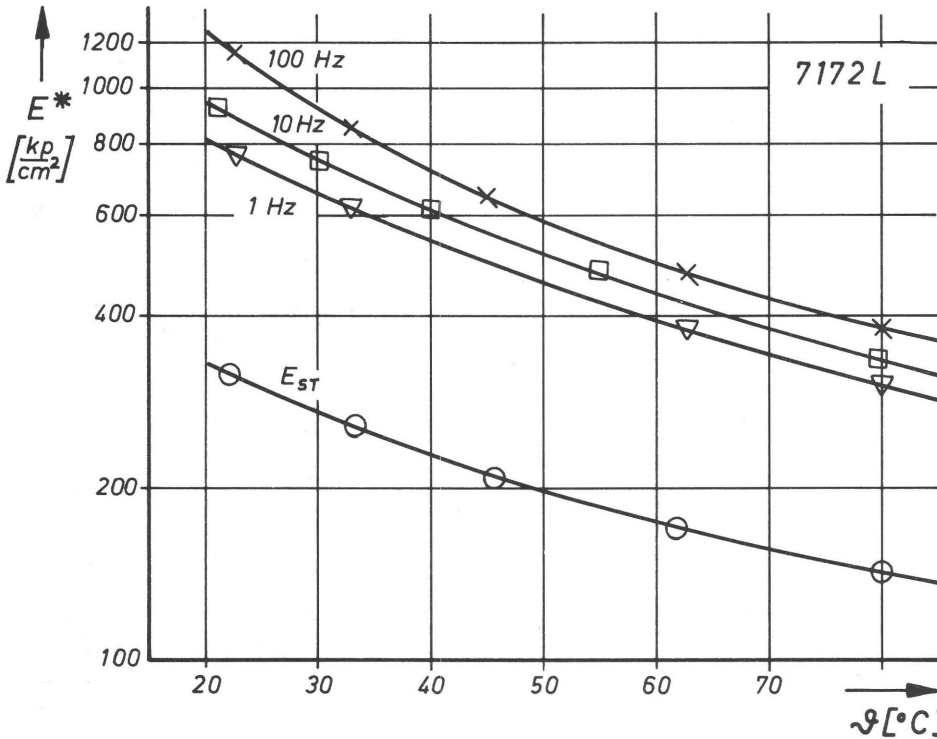
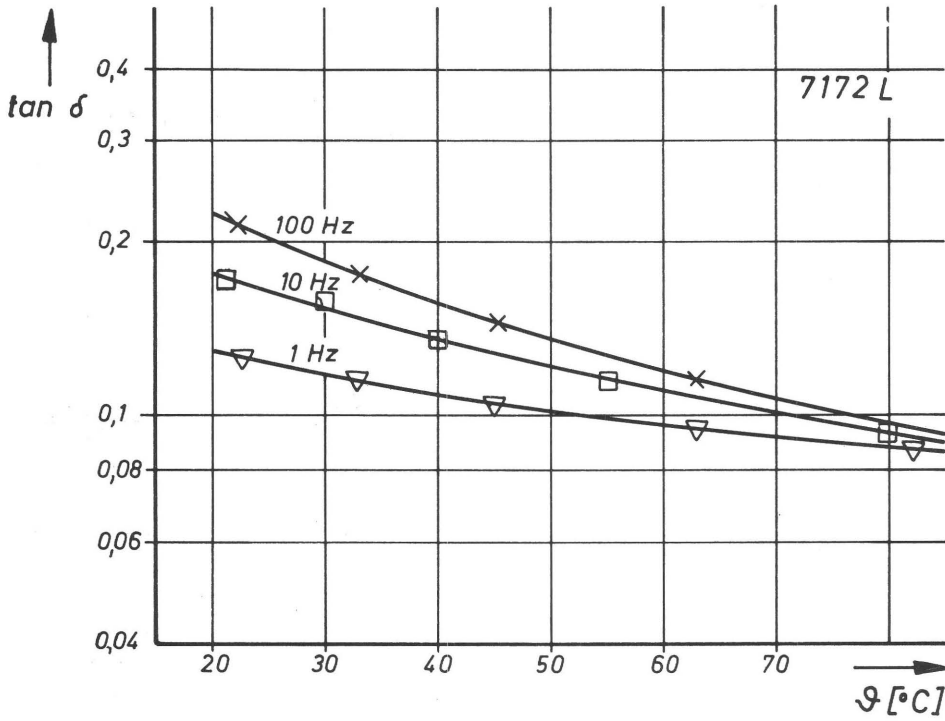


Diagramm 3.3\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 7172 L.

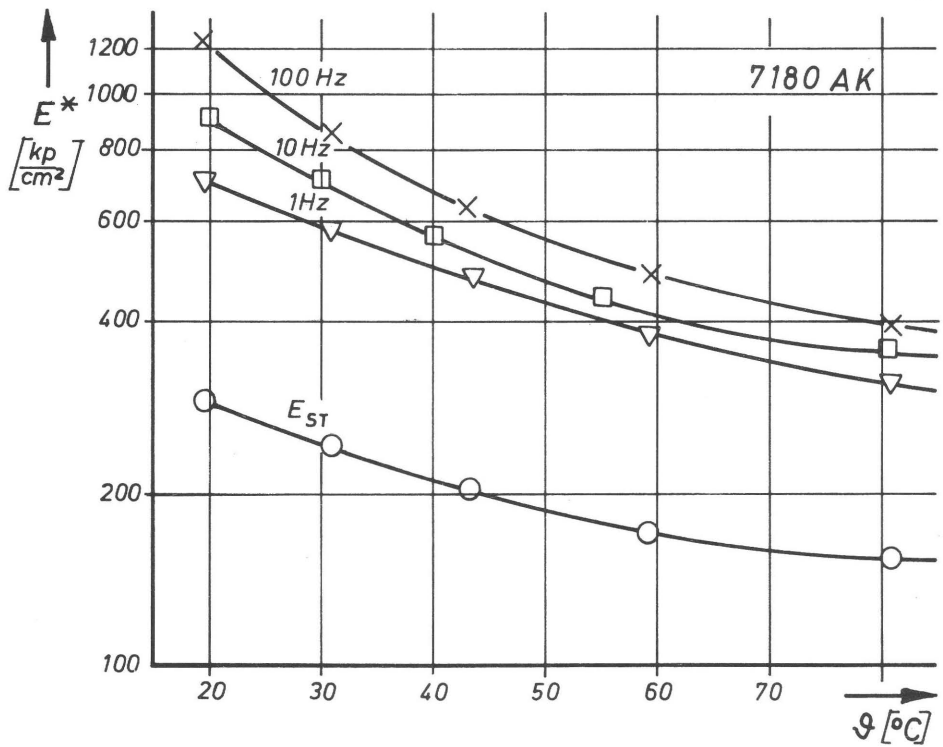
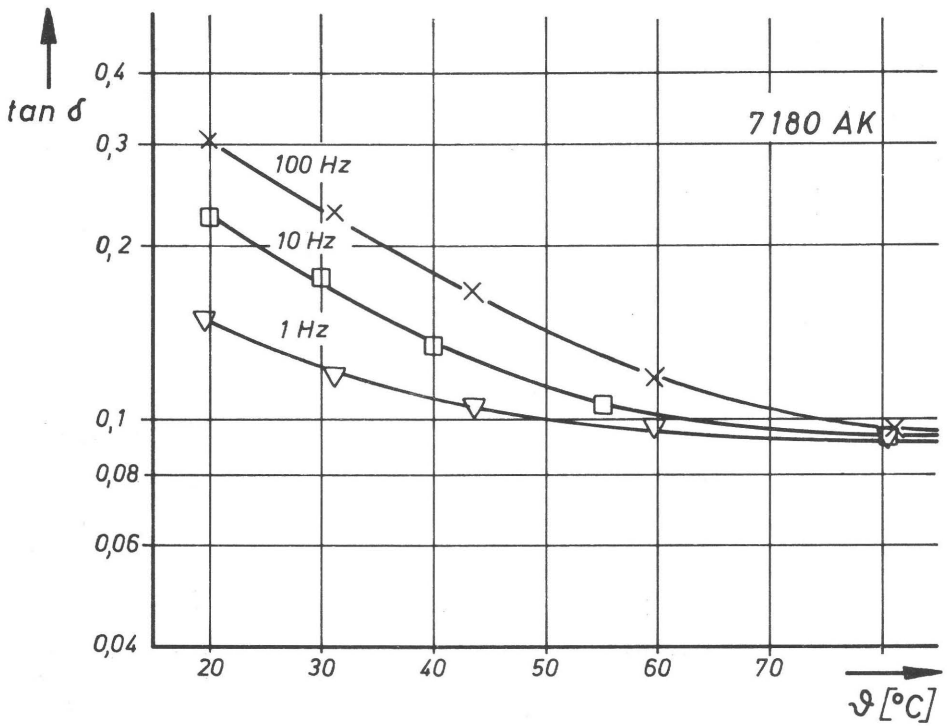


Diagramm 3.4\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 7180 AK



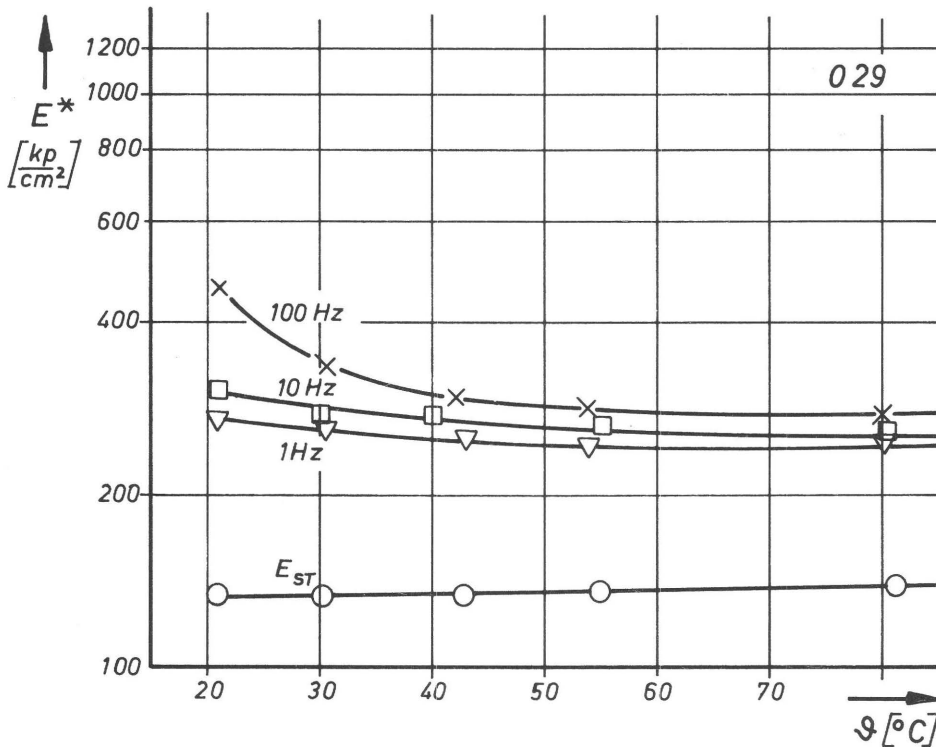
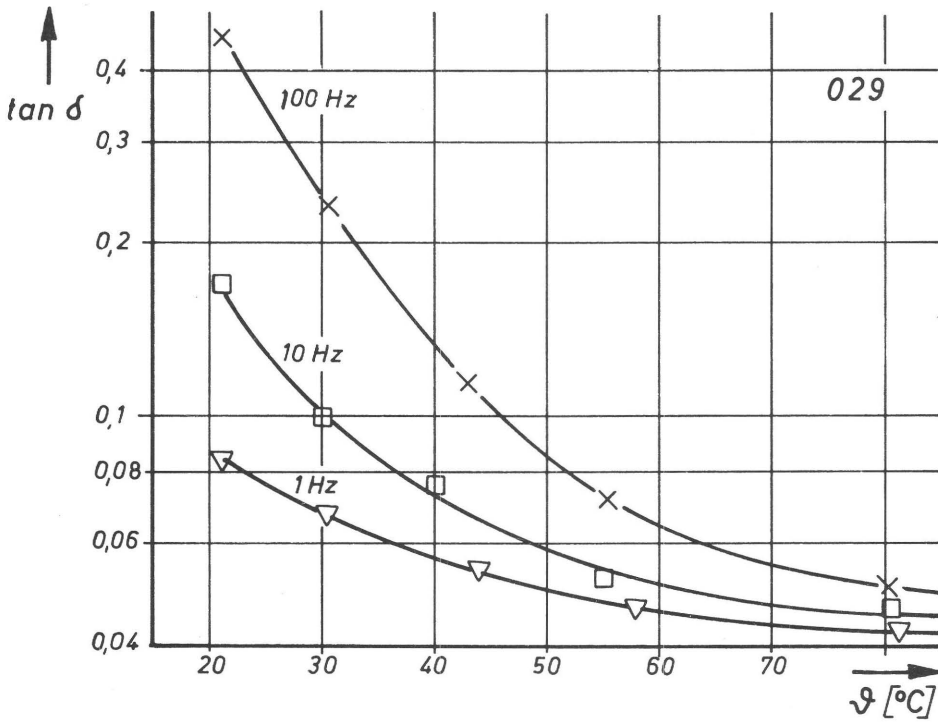


Diagramm 3.5\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 029

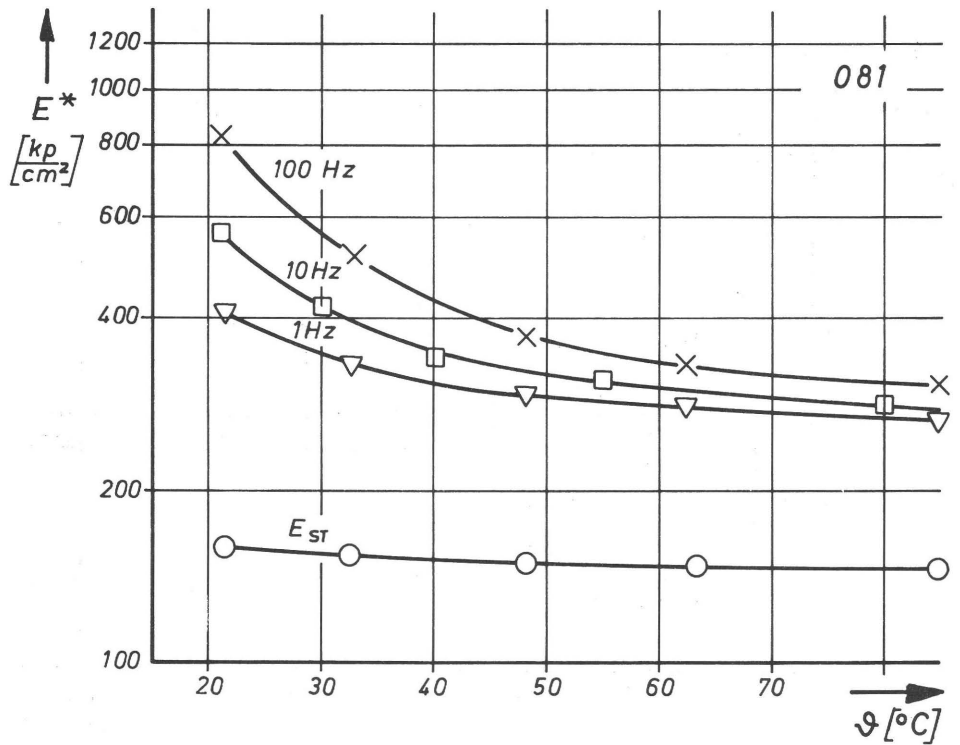
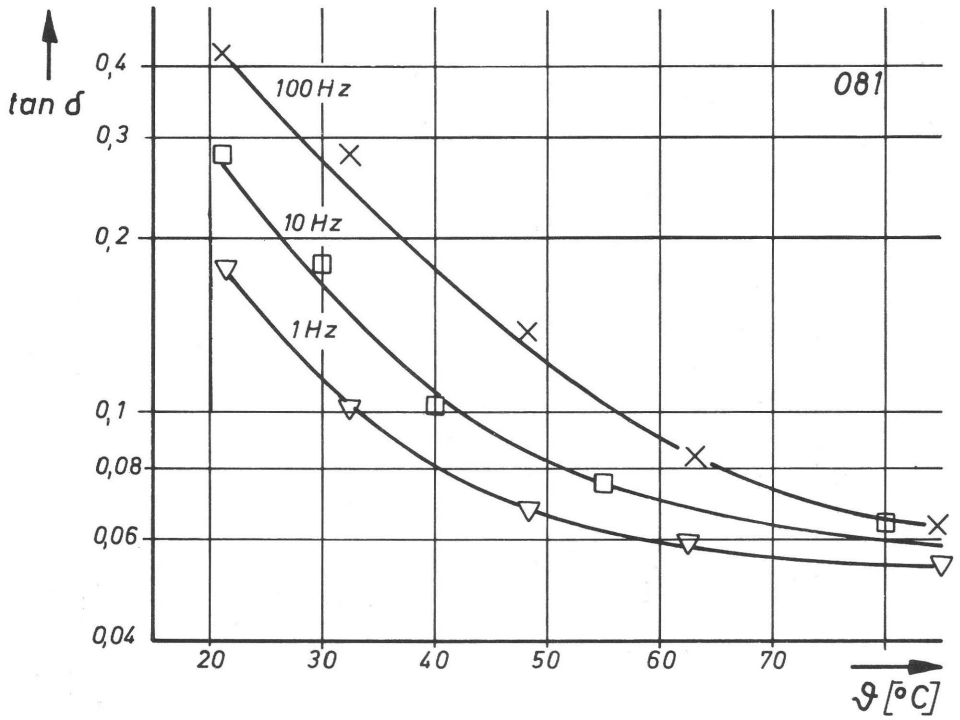


Diagramm 3.6\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 081

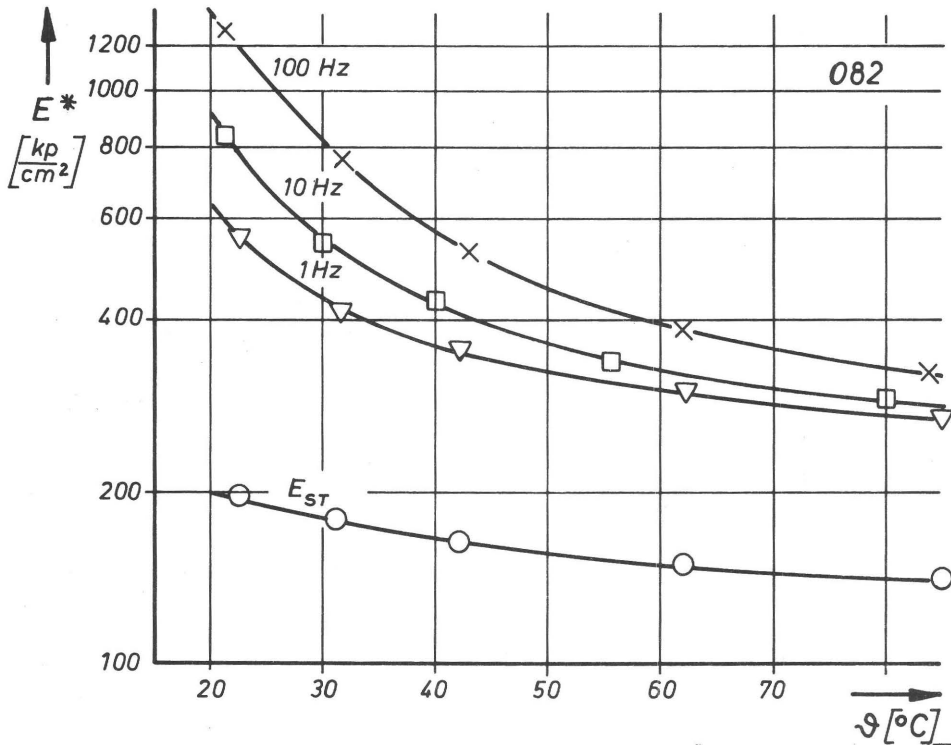
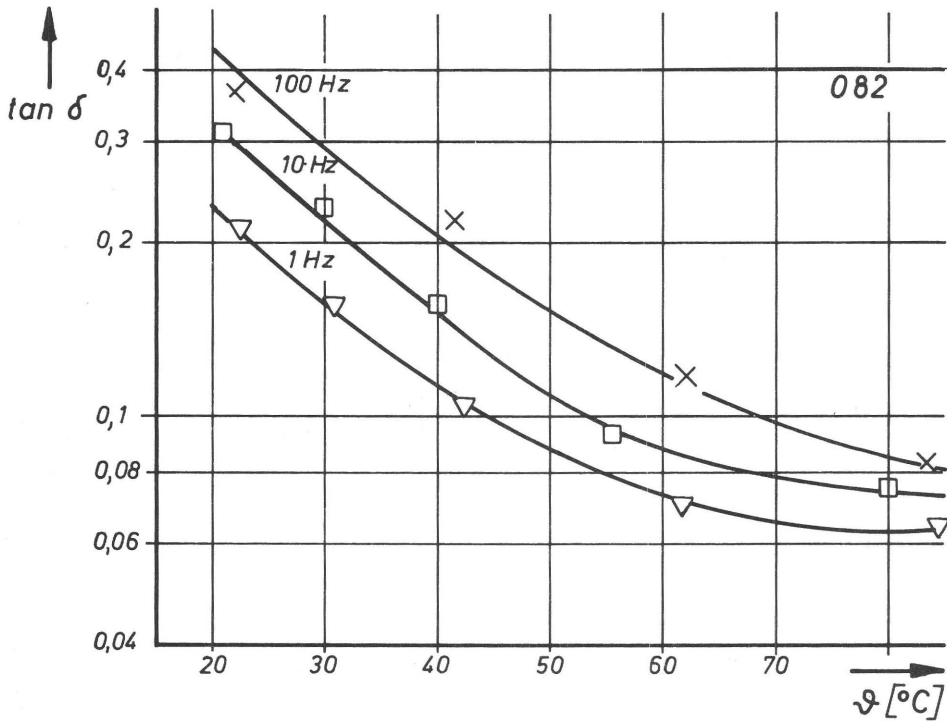


Diagramm 3.7\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 082

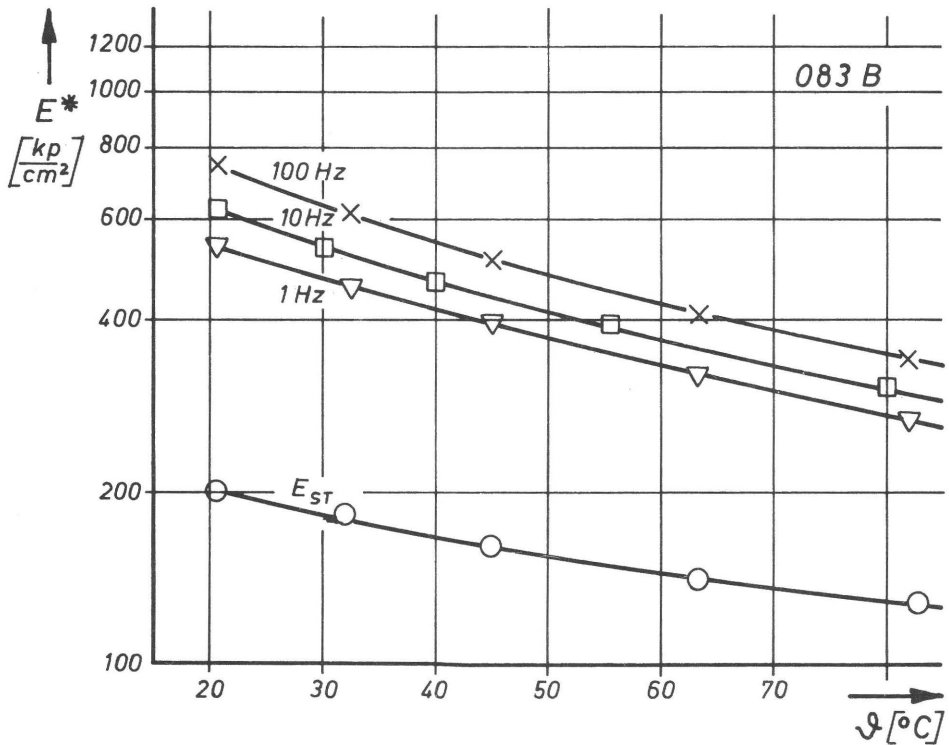
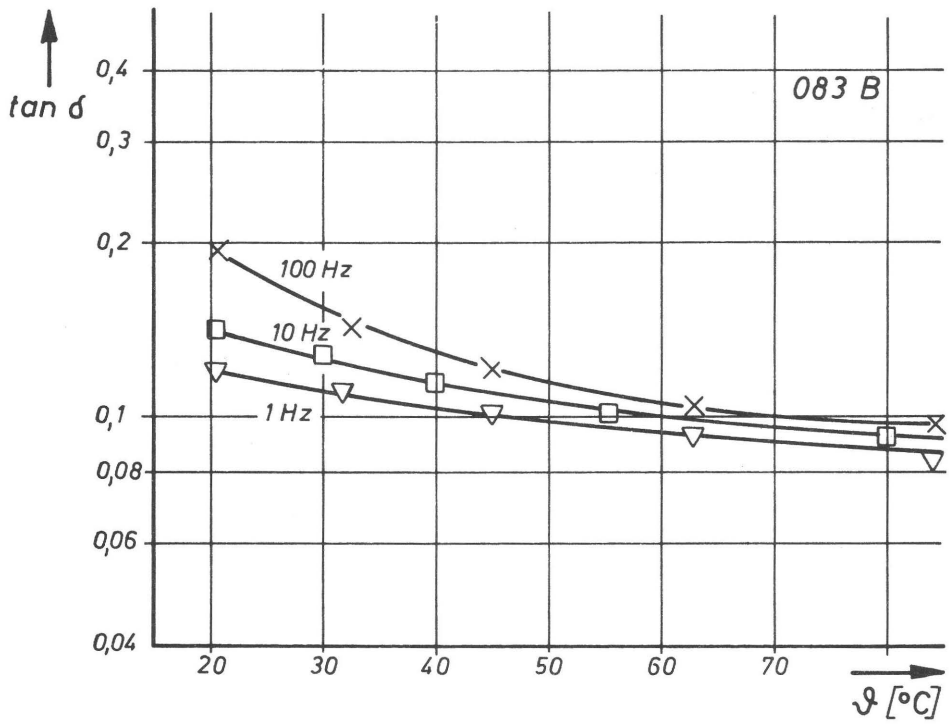


Diagramm 3.8\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 083 B

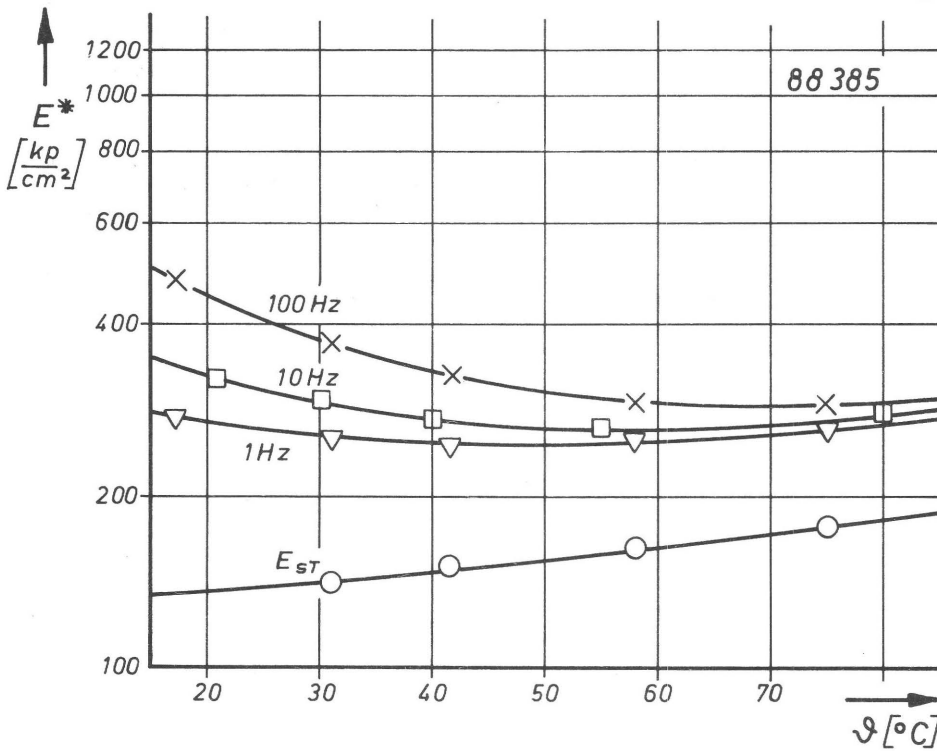
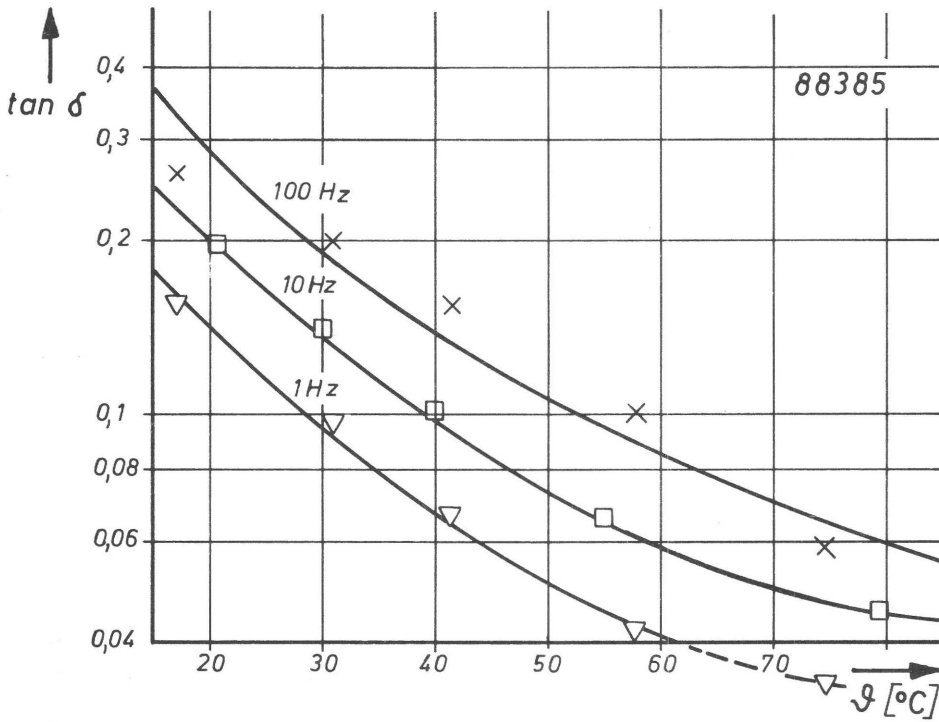


Diagramm 3.9\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 88385

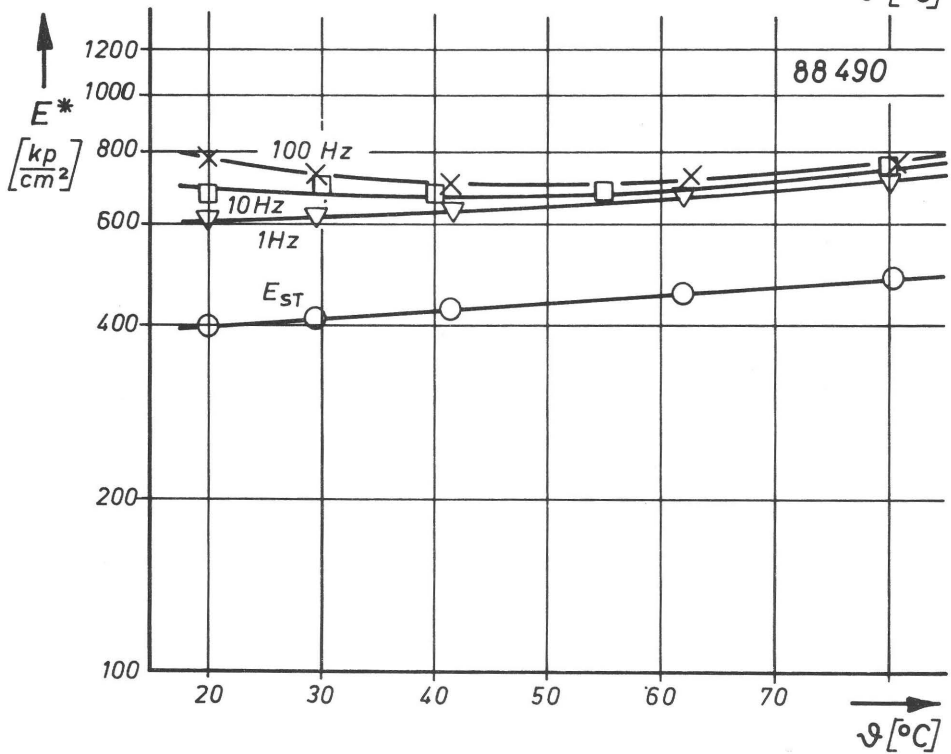
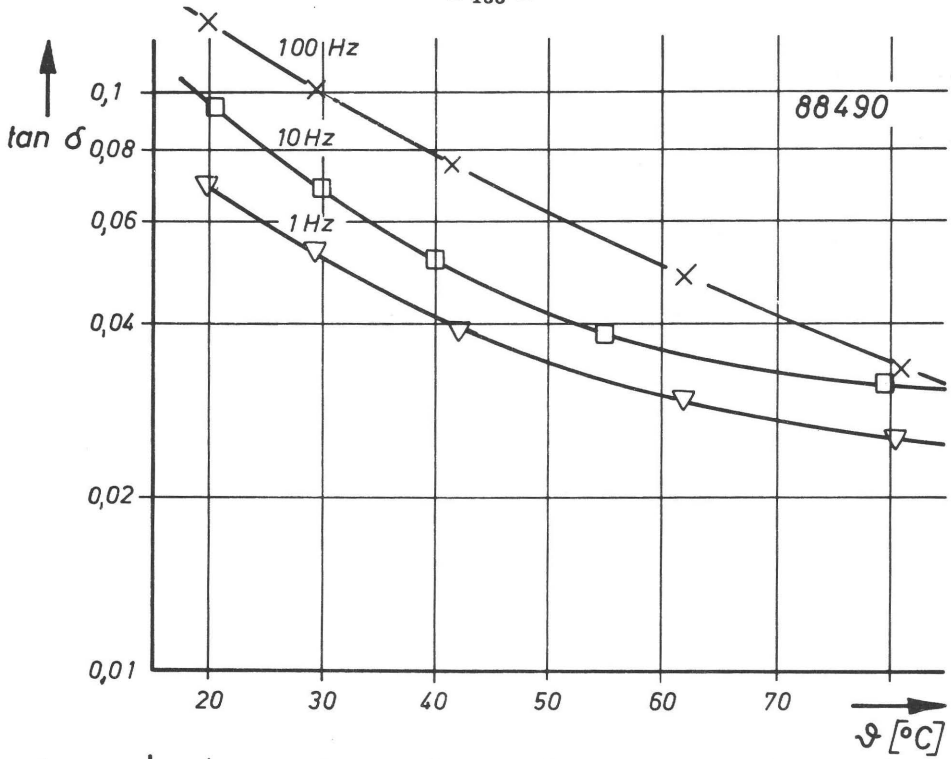


Diagramm 3.10\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 88490

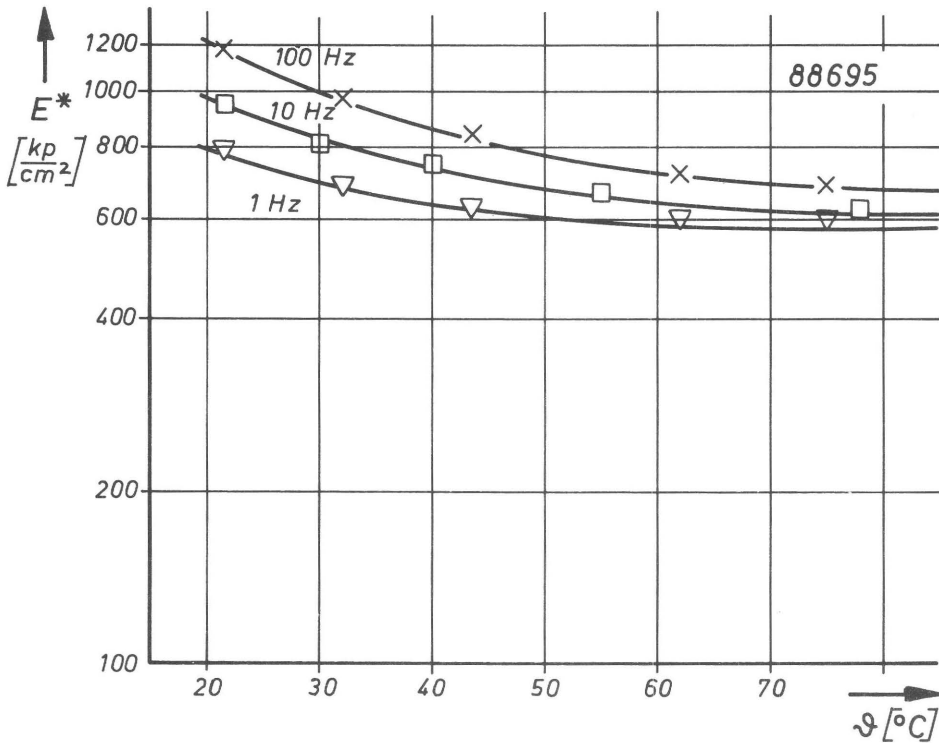
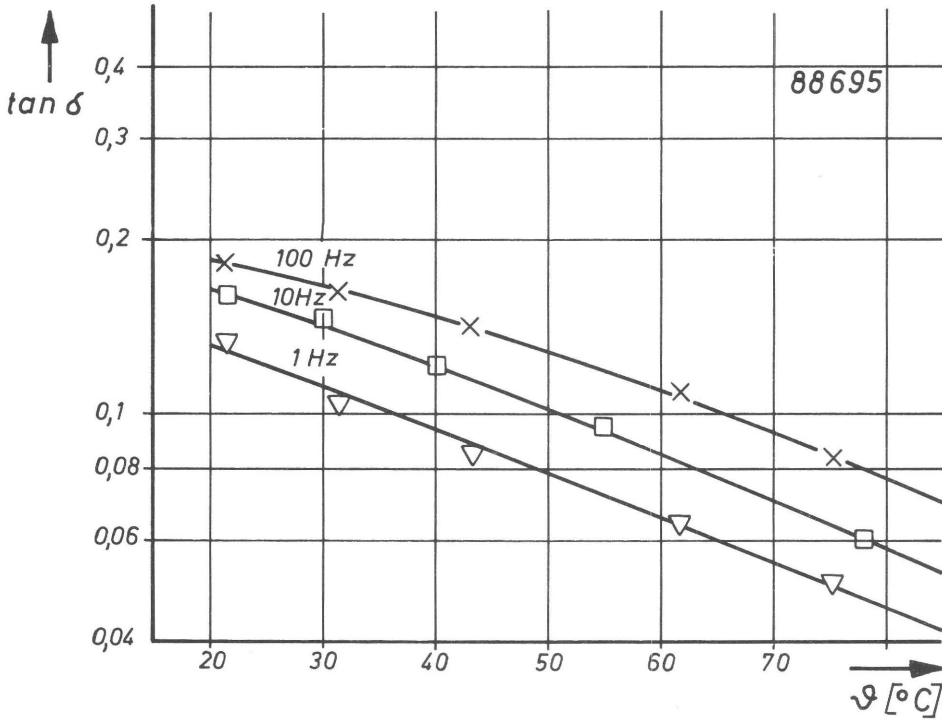


Diagramm 3.11\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 88695

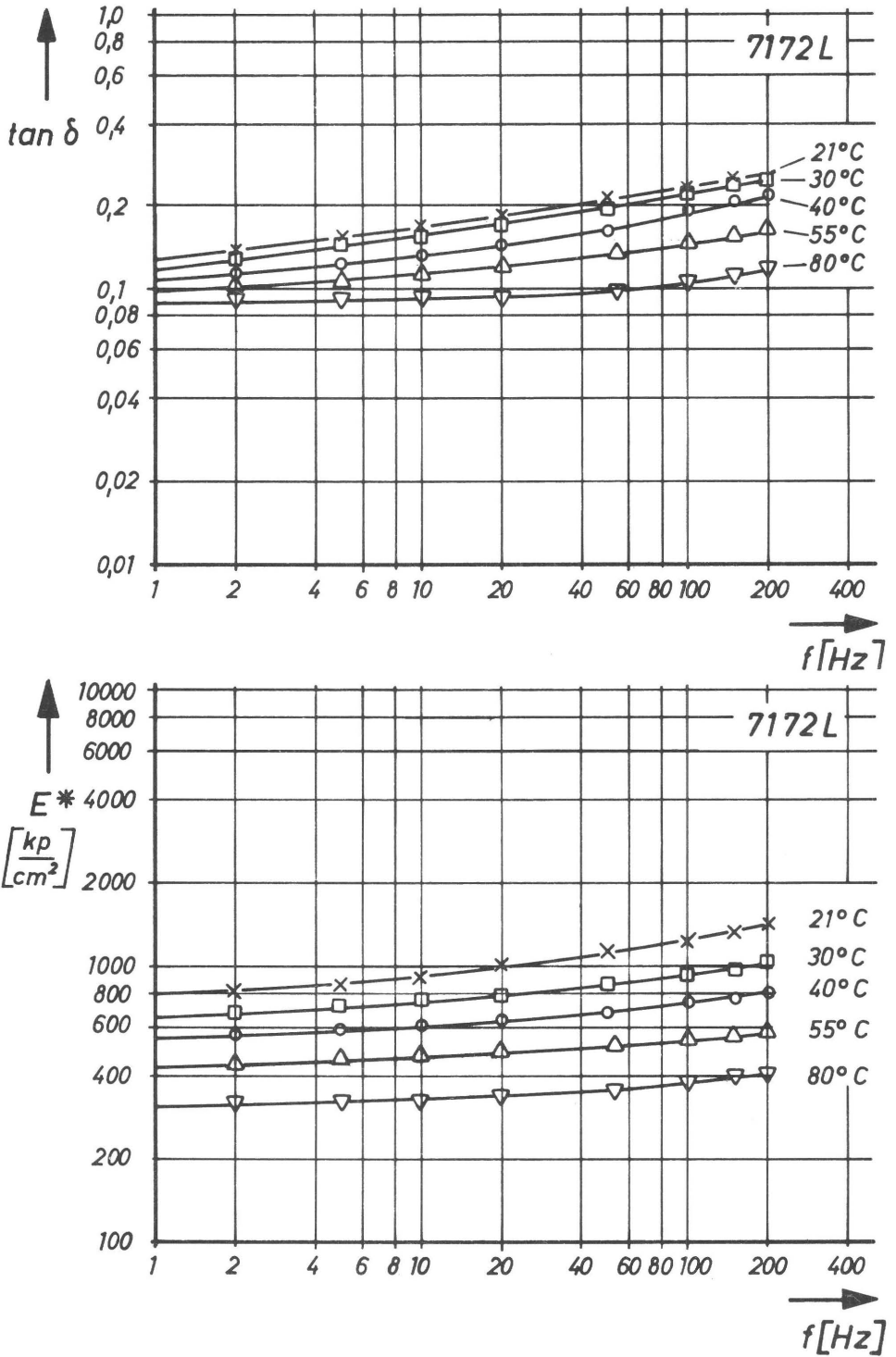


Diagramm 3.12\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 7172 L



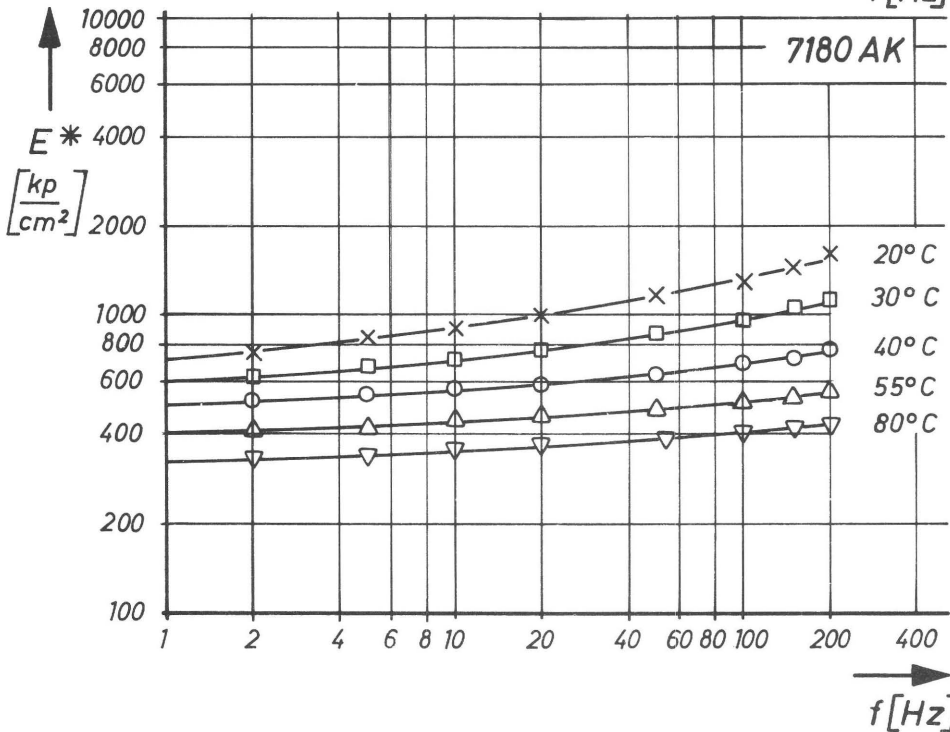
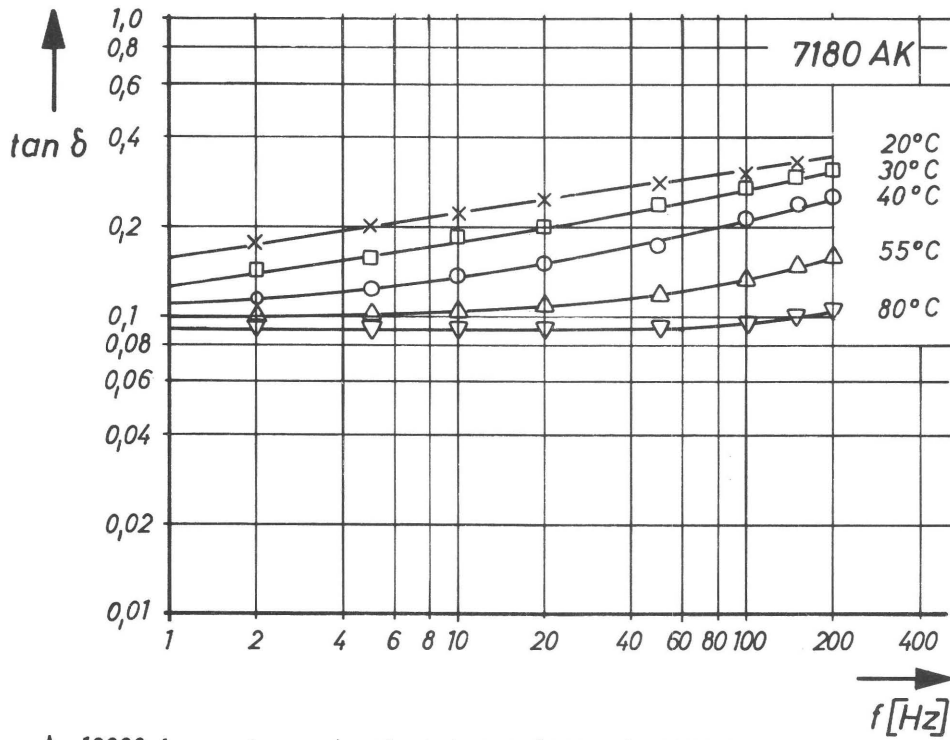


Diagramm  
3.13\*

Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 7180 AK

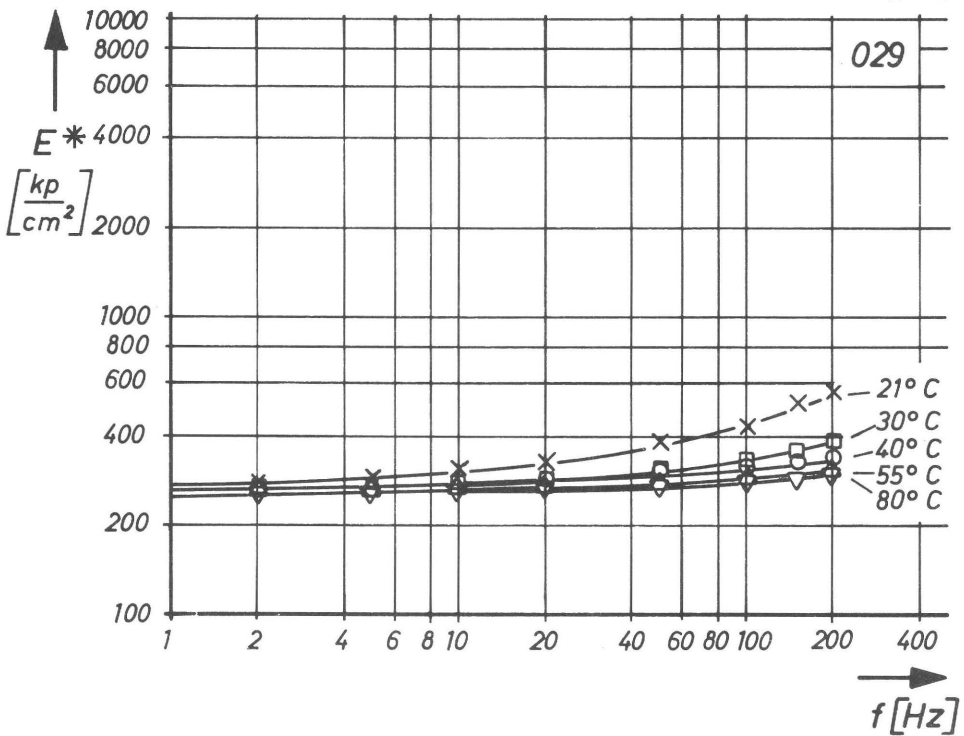
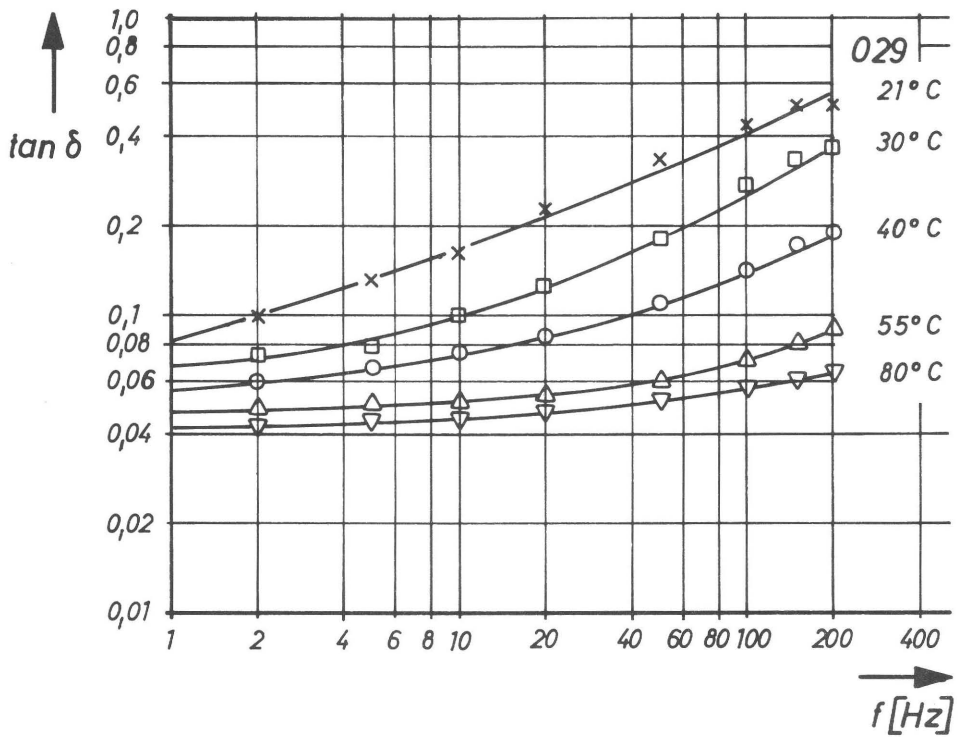


Diagramm  
3.14\*

Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 029

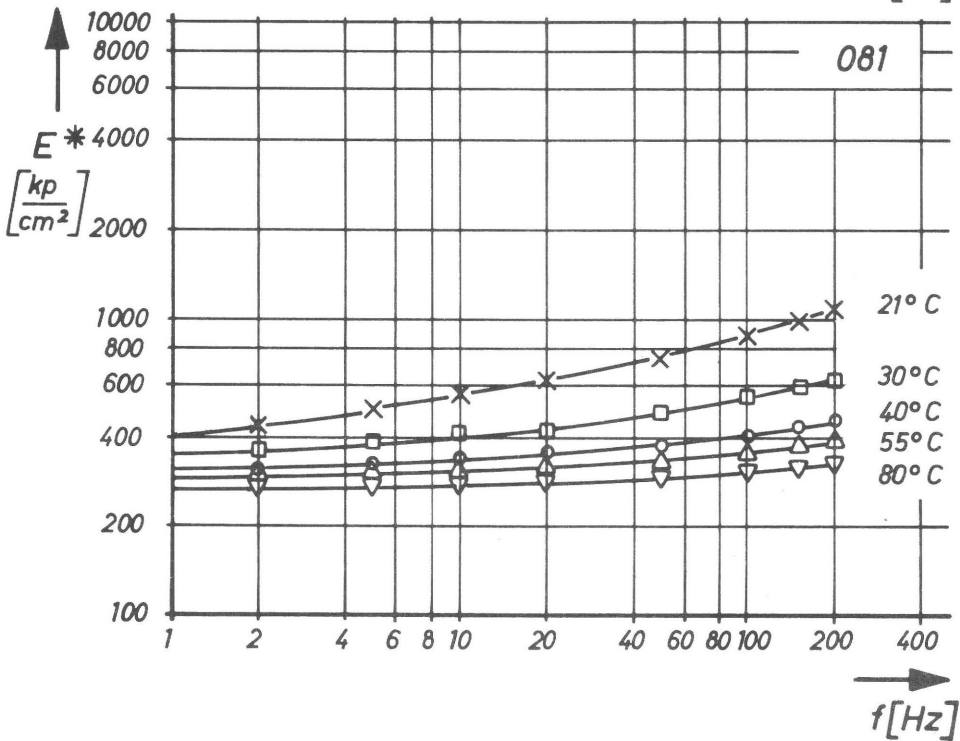
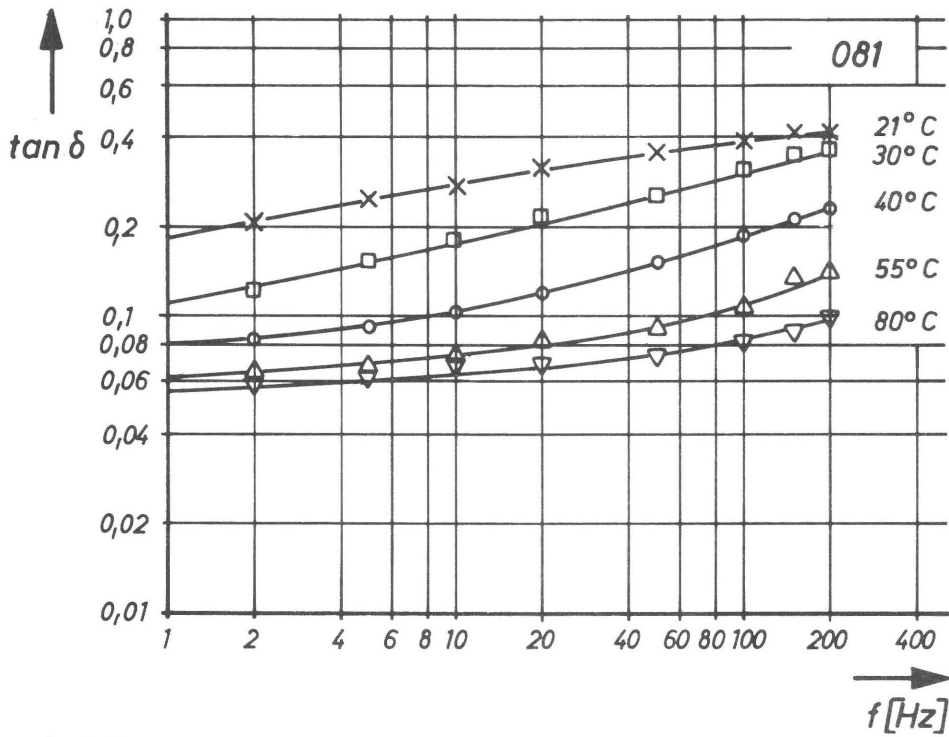


Diagramm 3.15\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 081

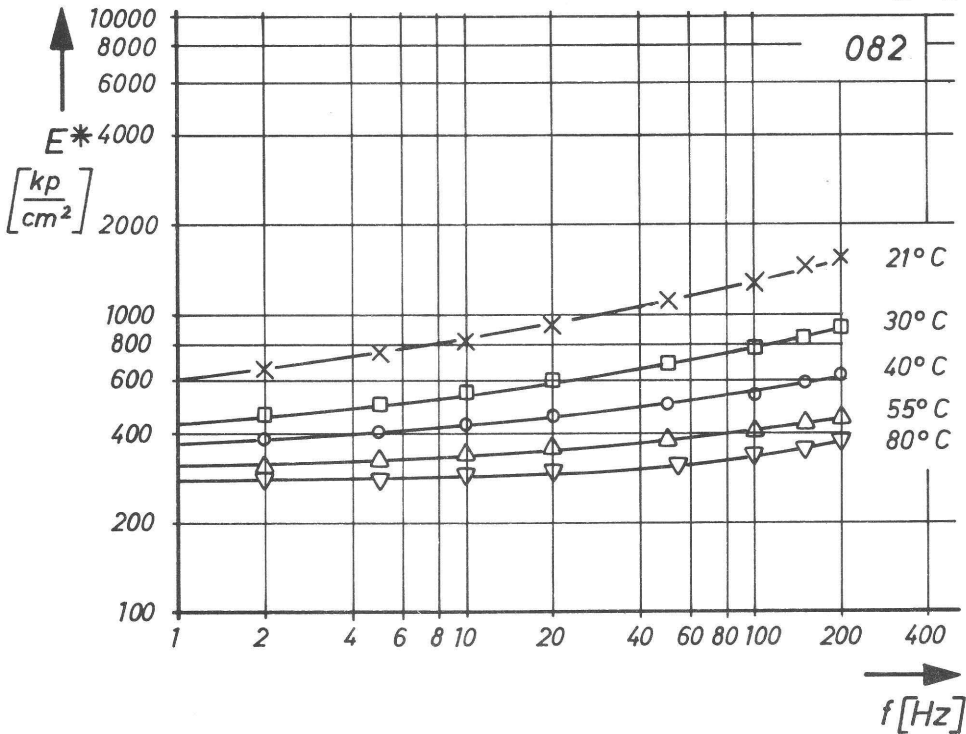
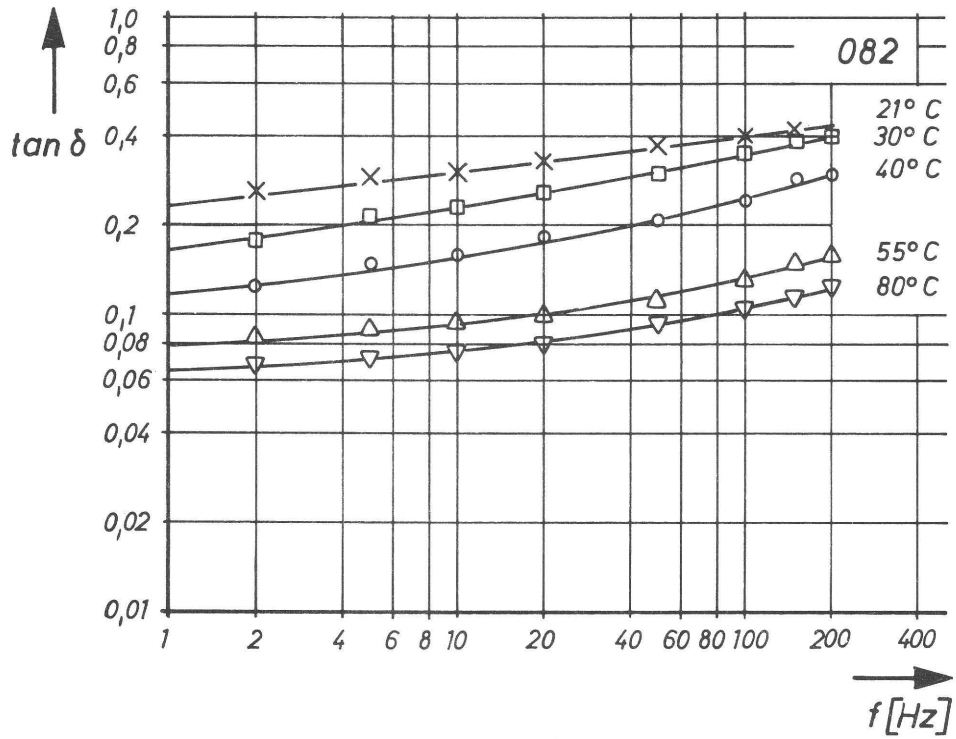


Diagramm 3.16\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 082

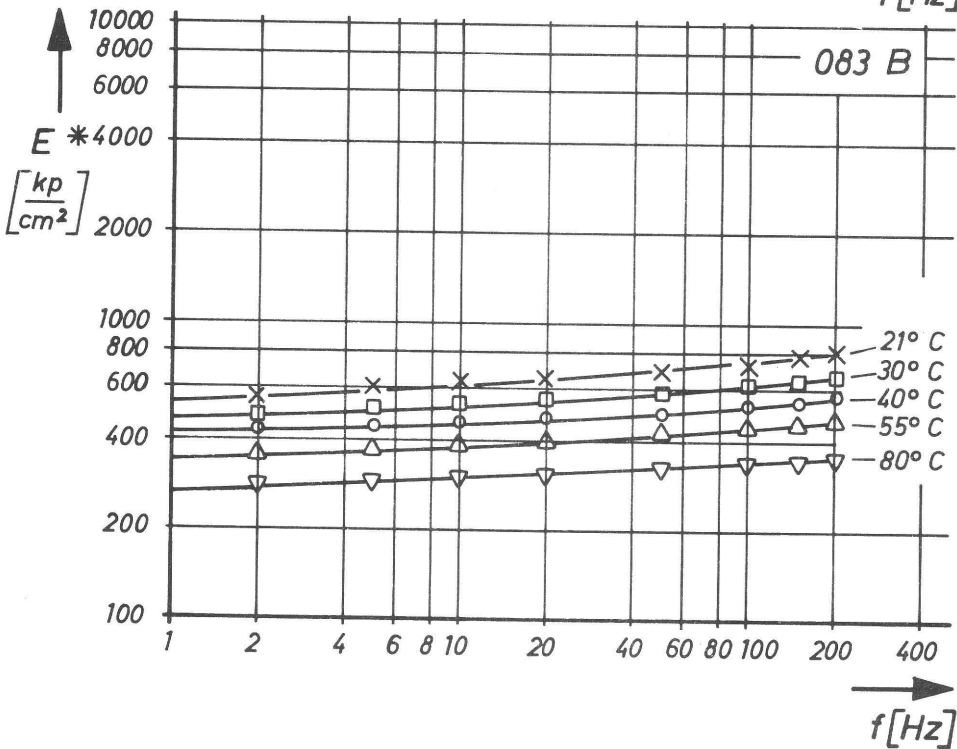
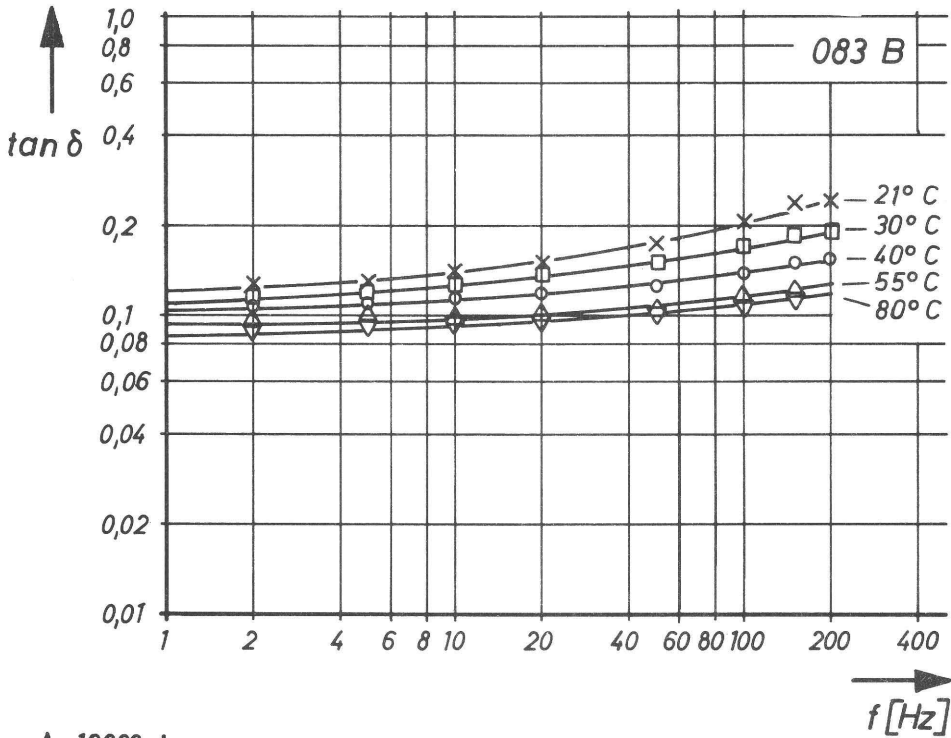


Diagramm  
3.17\*

Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 083 B

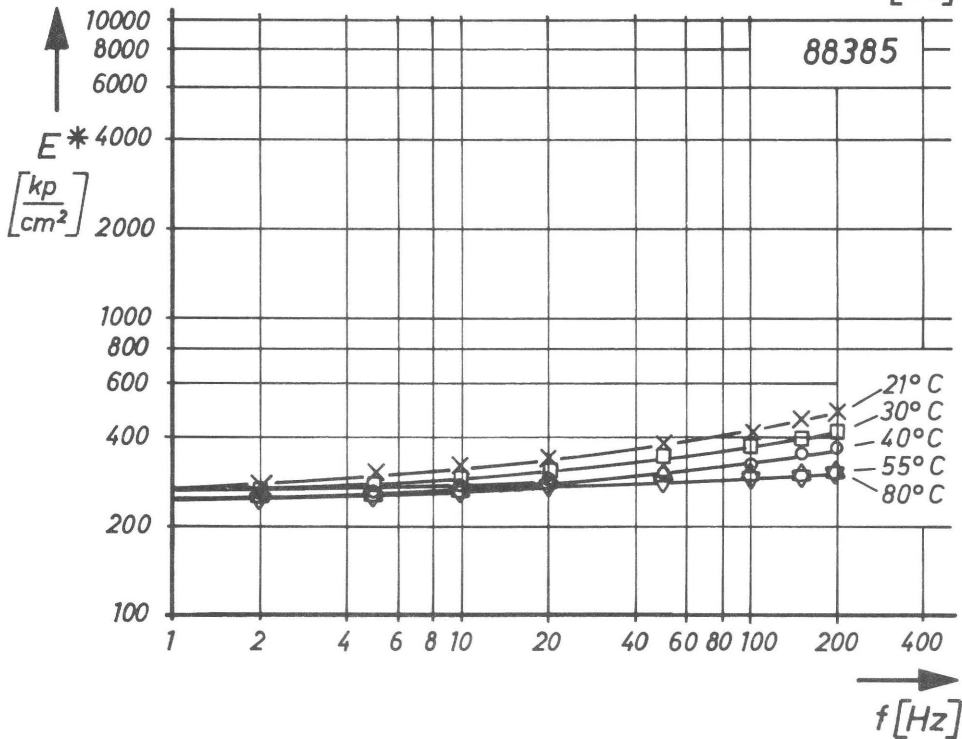
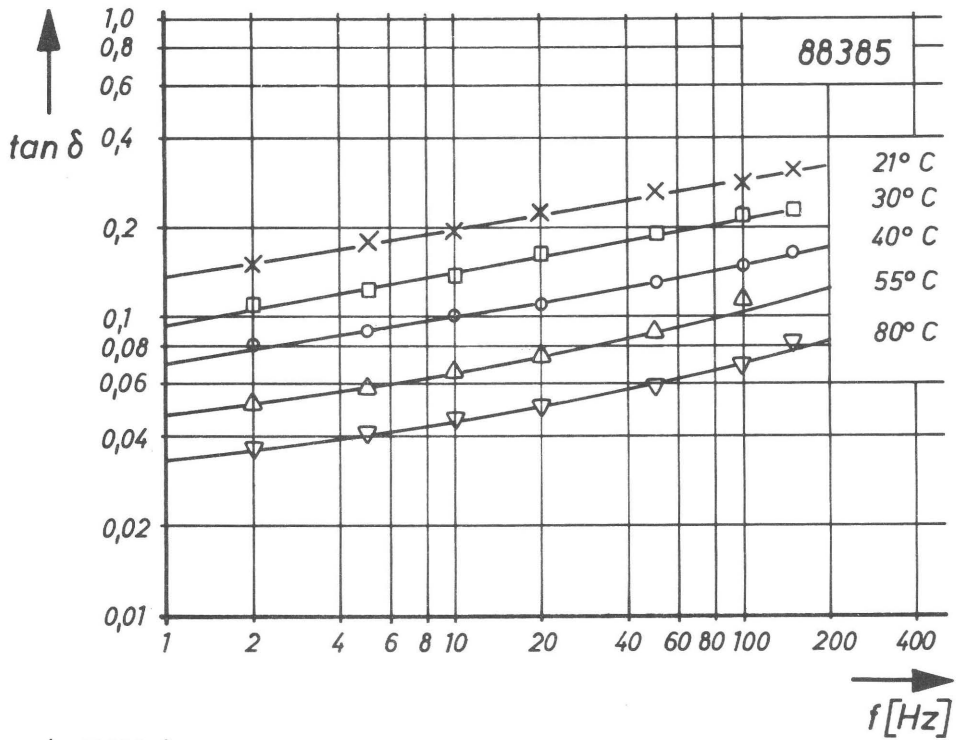


Diagramm 3.18\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 88385

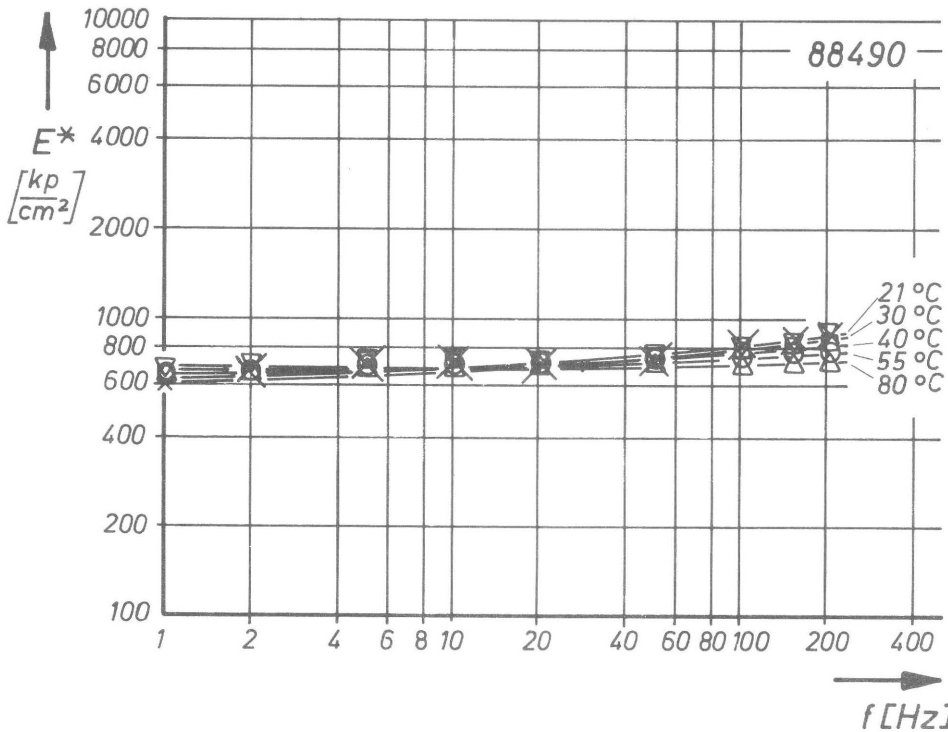
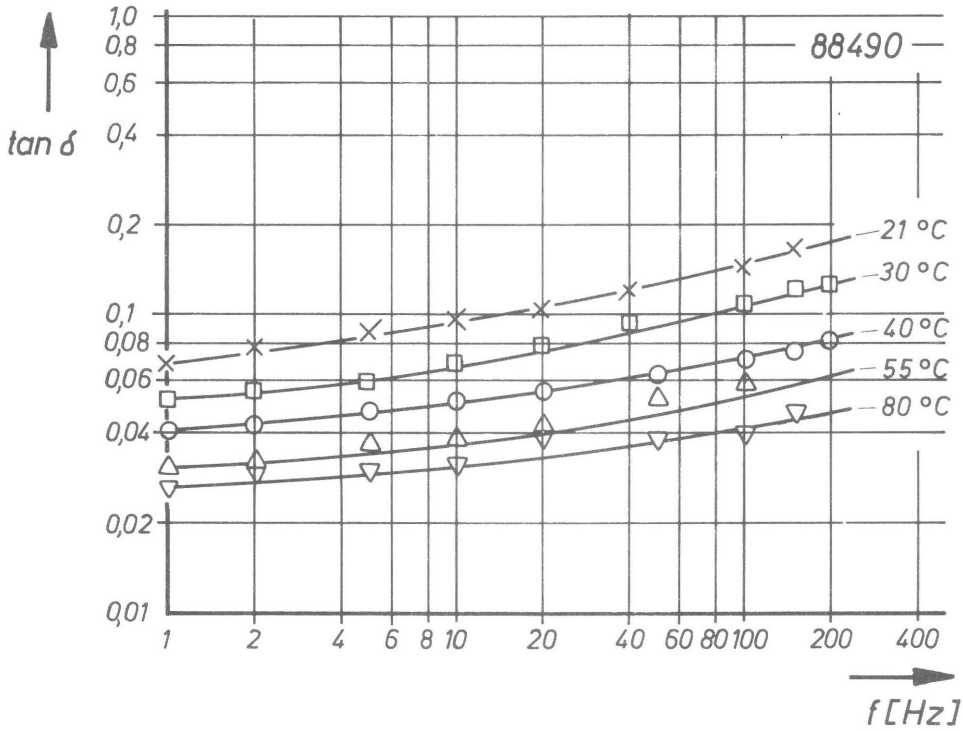


Diagramm 3.19\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 88490

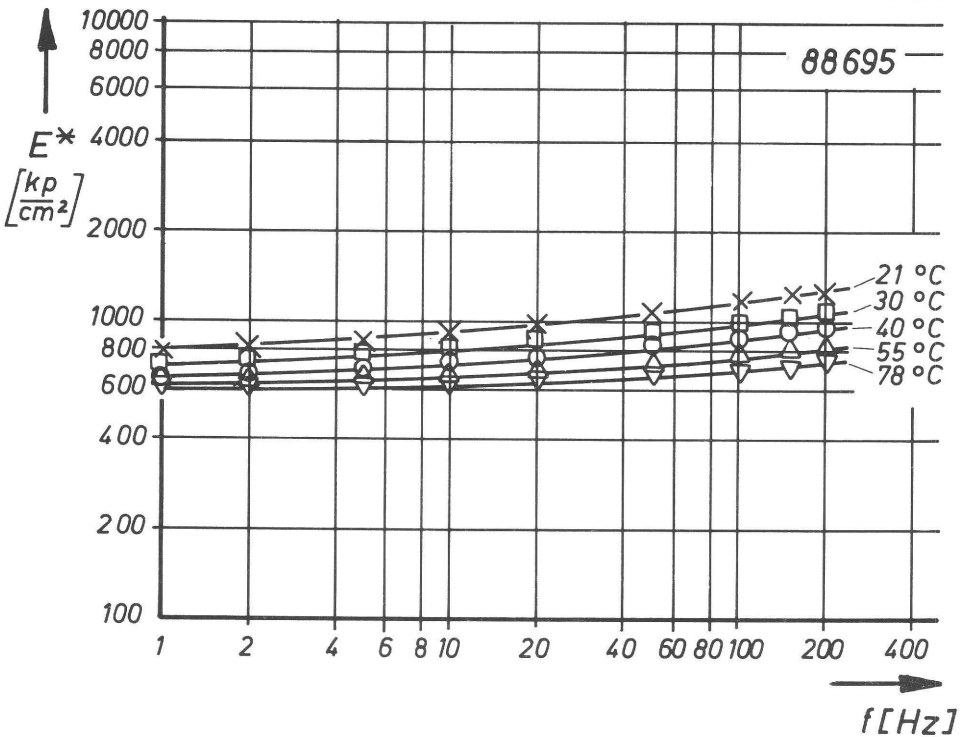
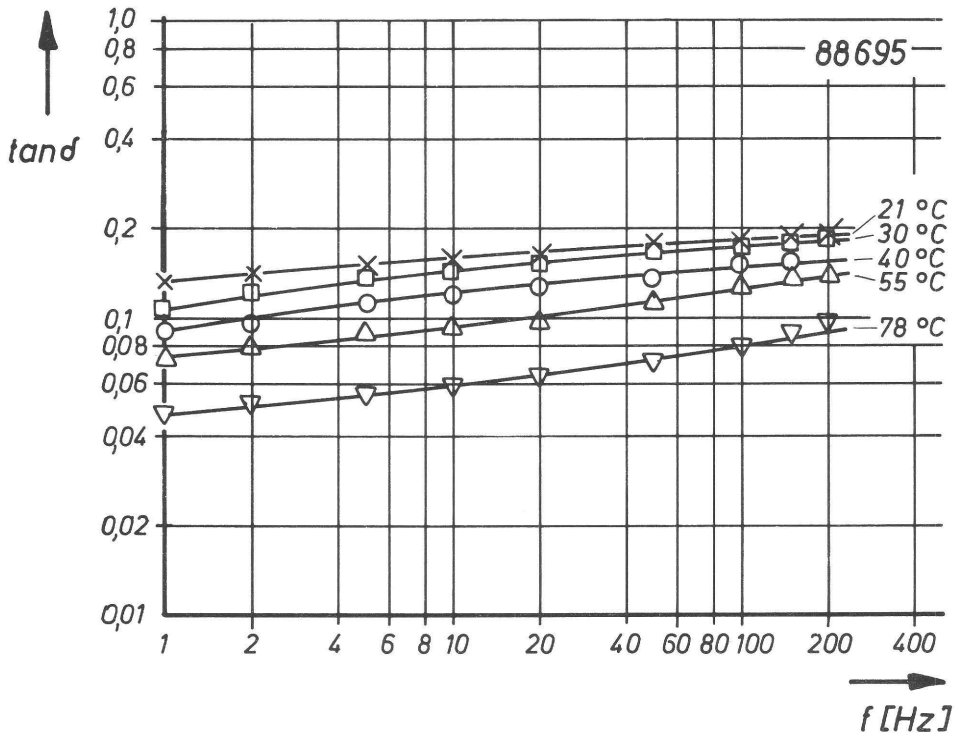


Diagramm 3.20\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 88695



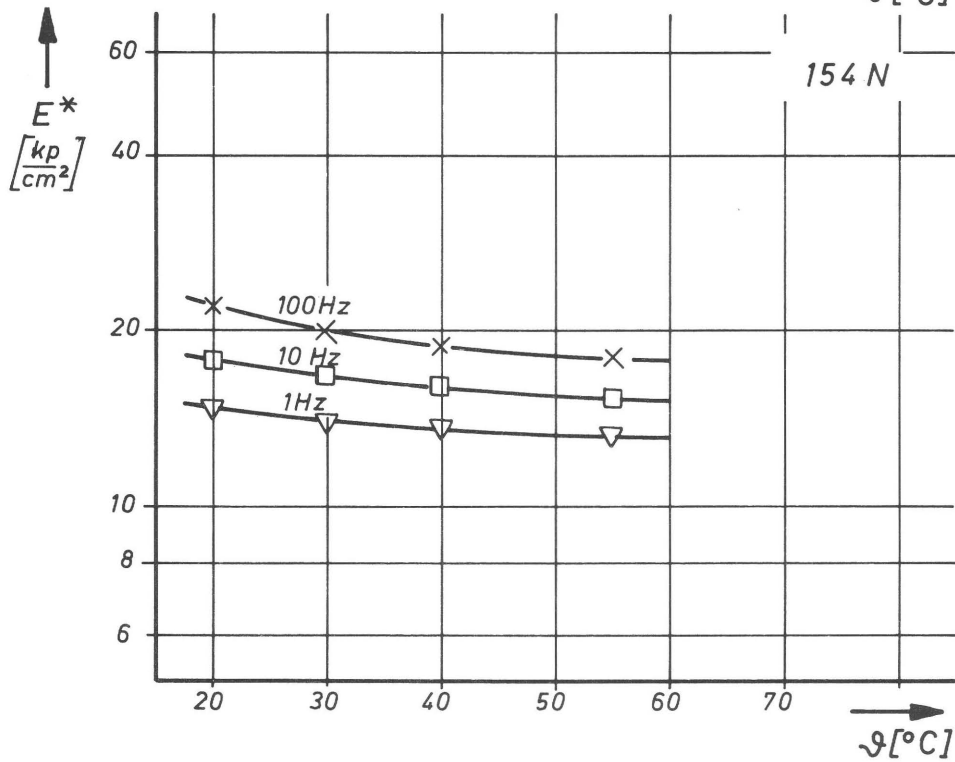
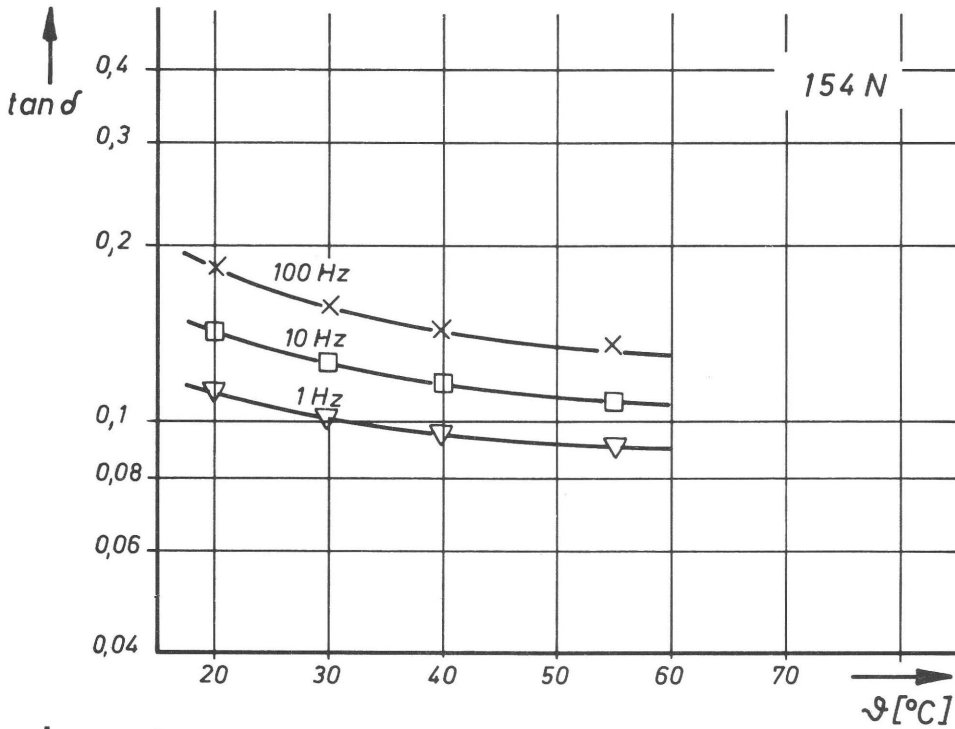


Diagramm 3.21\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 154 N

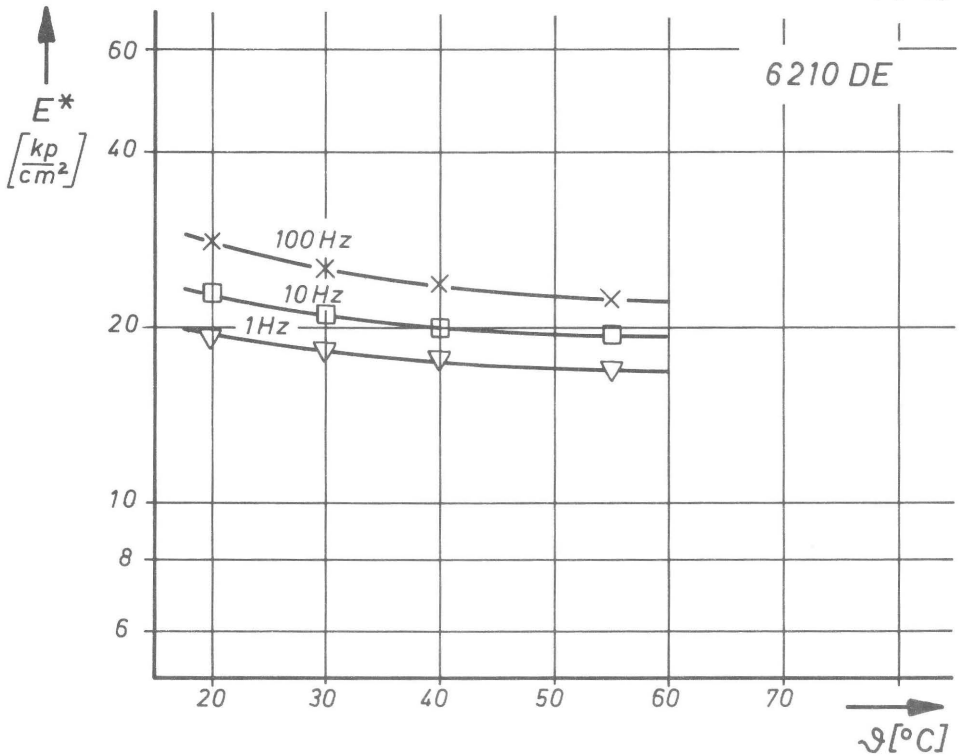
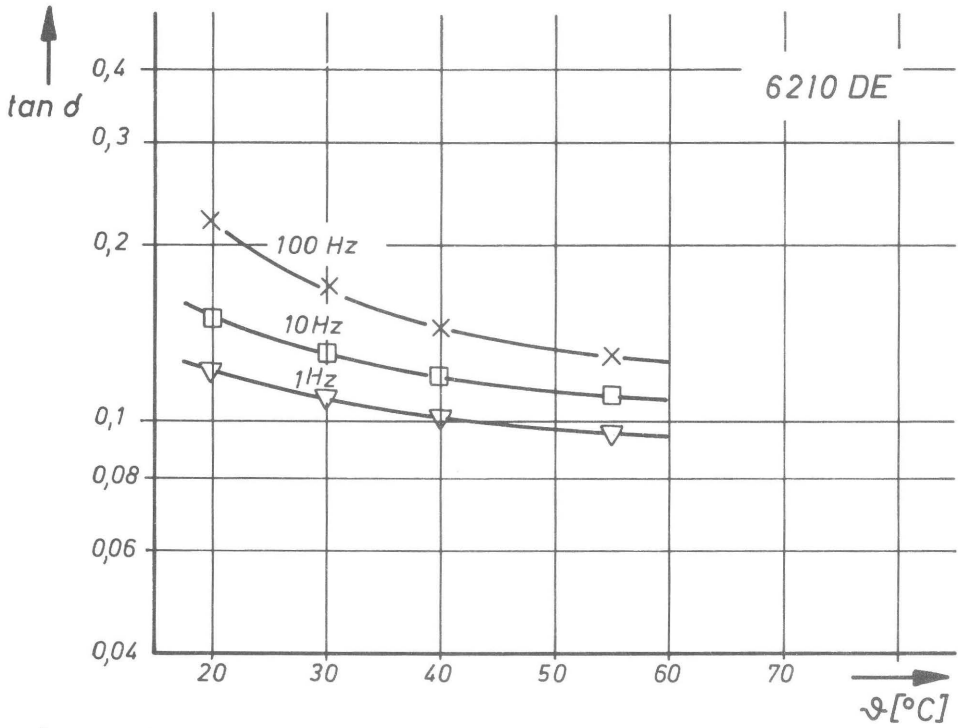


Diagramm 3.22\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 6210 DE

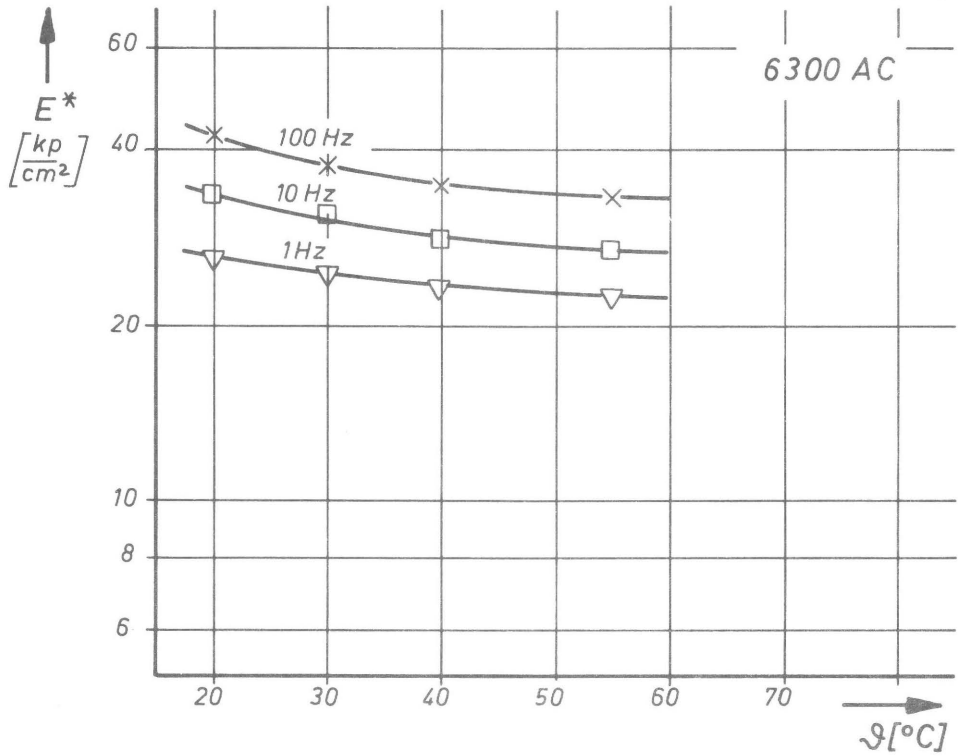
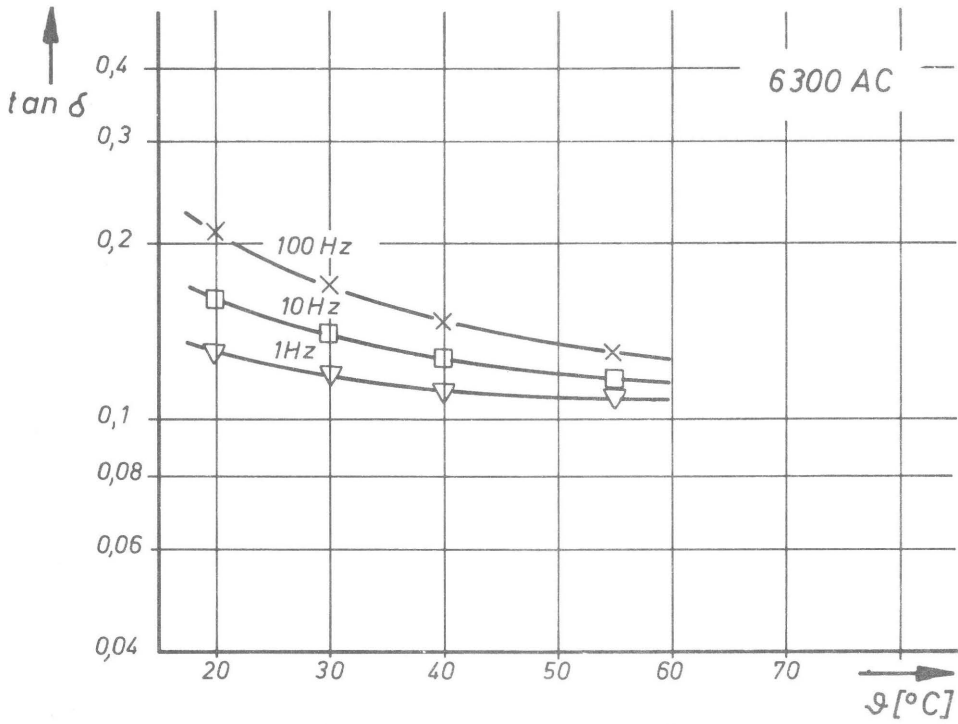


Diagramm 3.23\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial 6300 AC

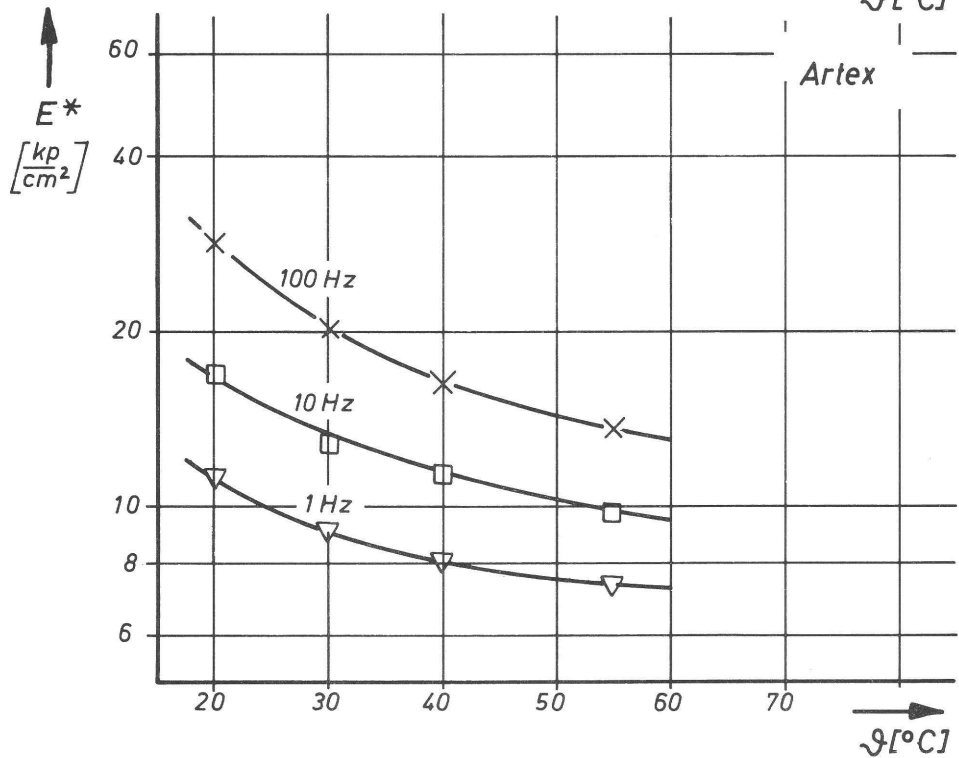
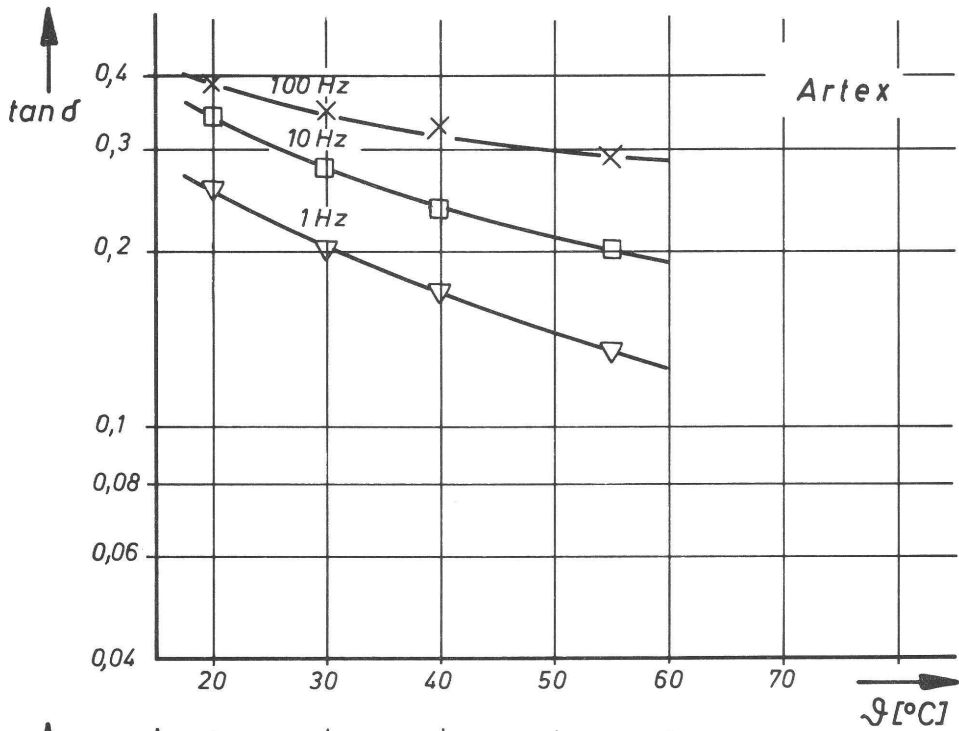


Diagramm 3.24\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Temperatur für das Belagmaterial Artex

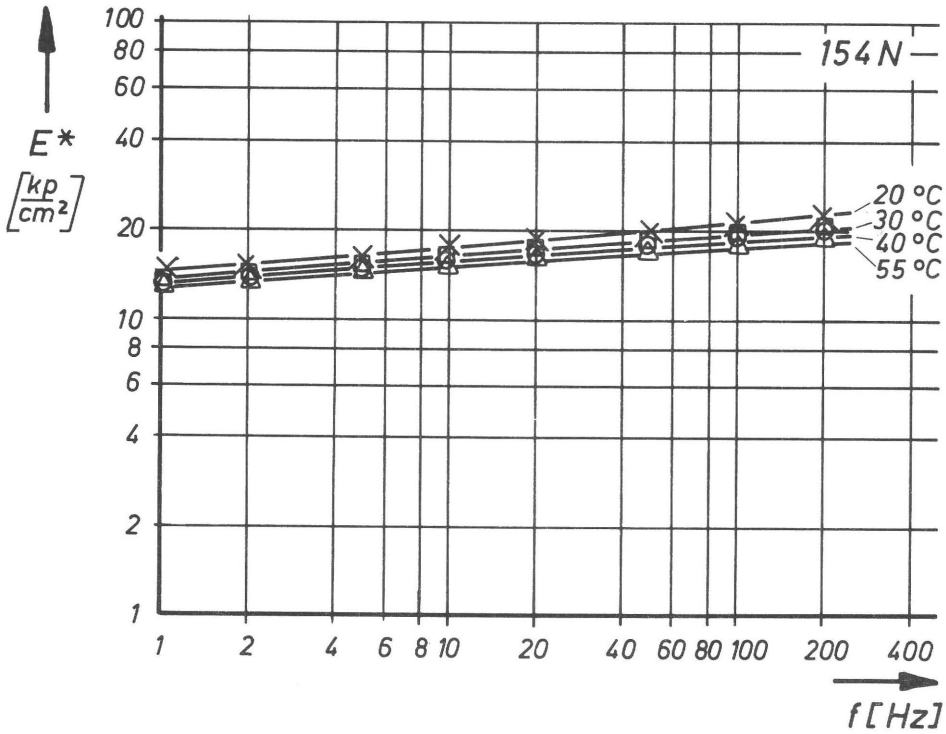
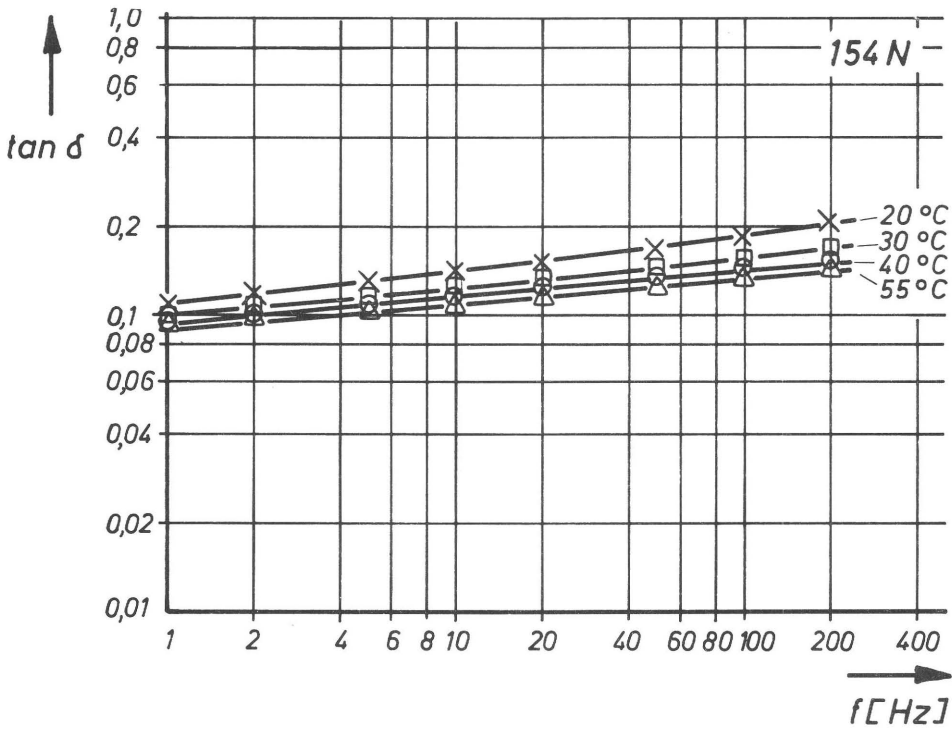


Diagramm  
3.25\*

Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 154 N

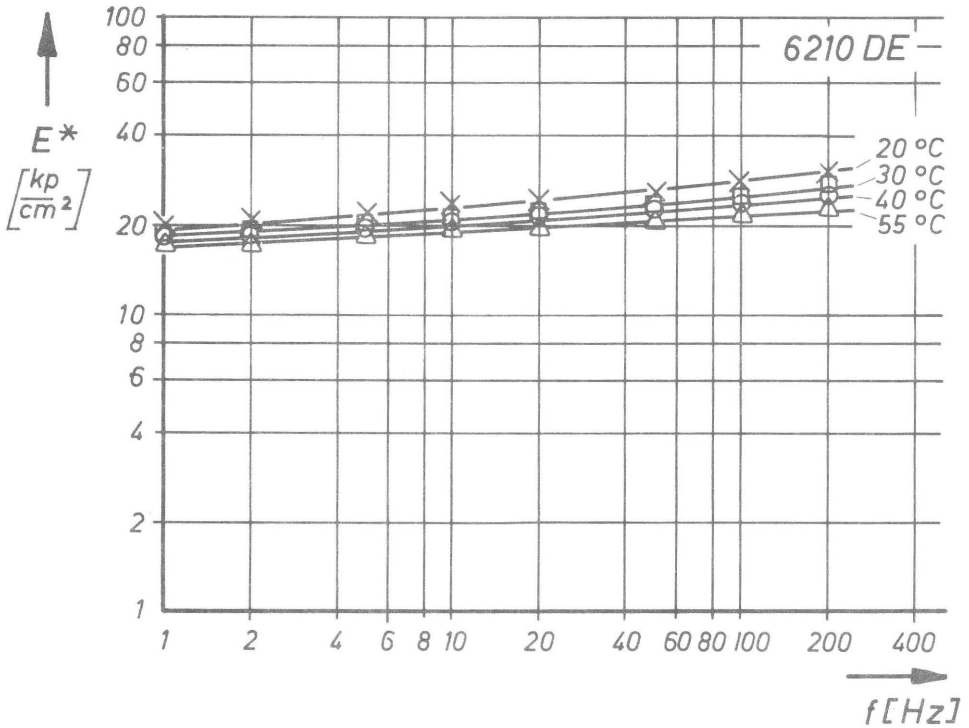
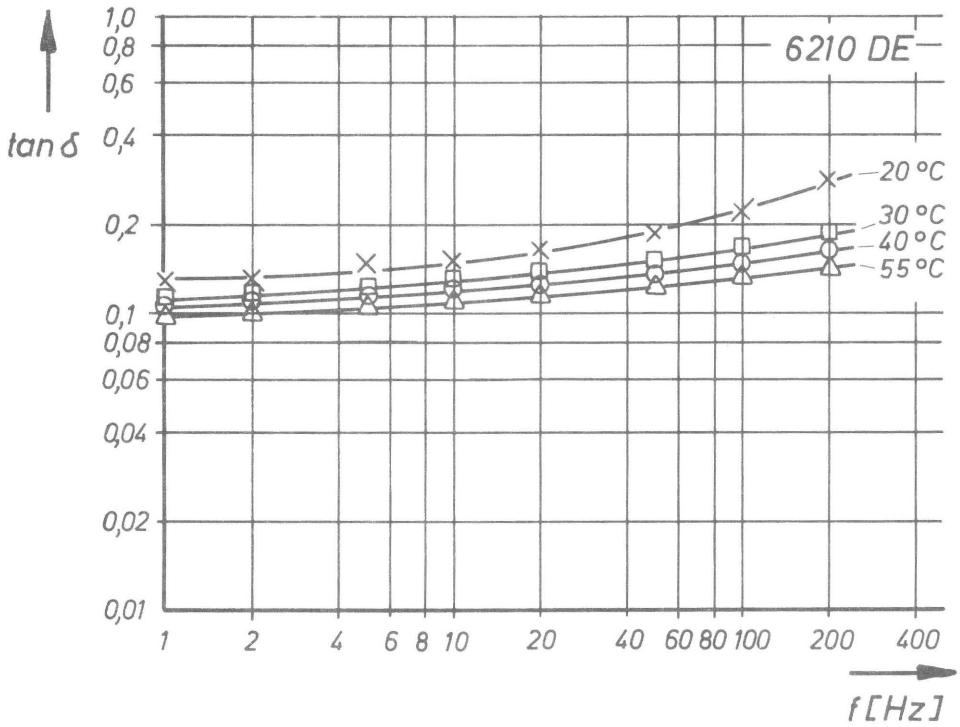


Diagramm 3.26\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 6210 DE

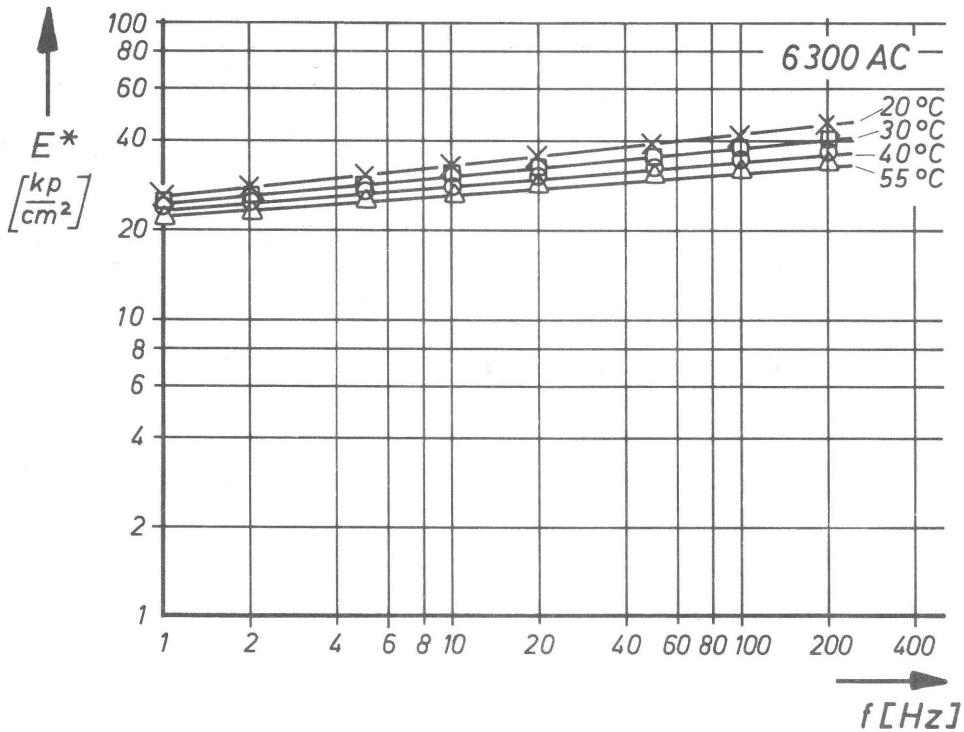
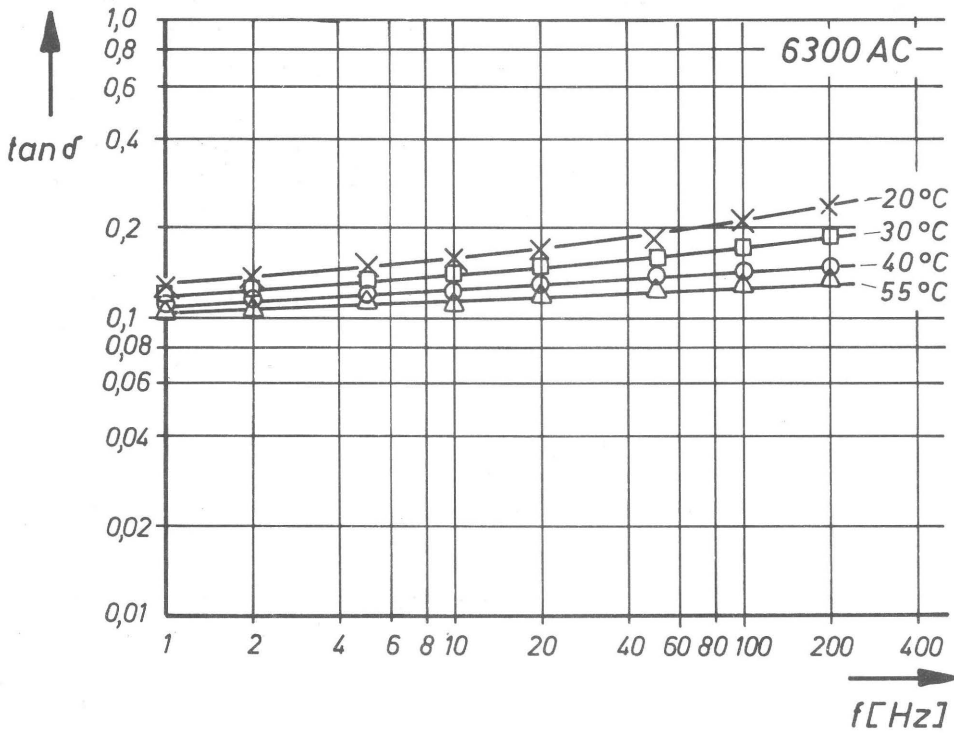


Diagramm 3.27\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial 6300 AC

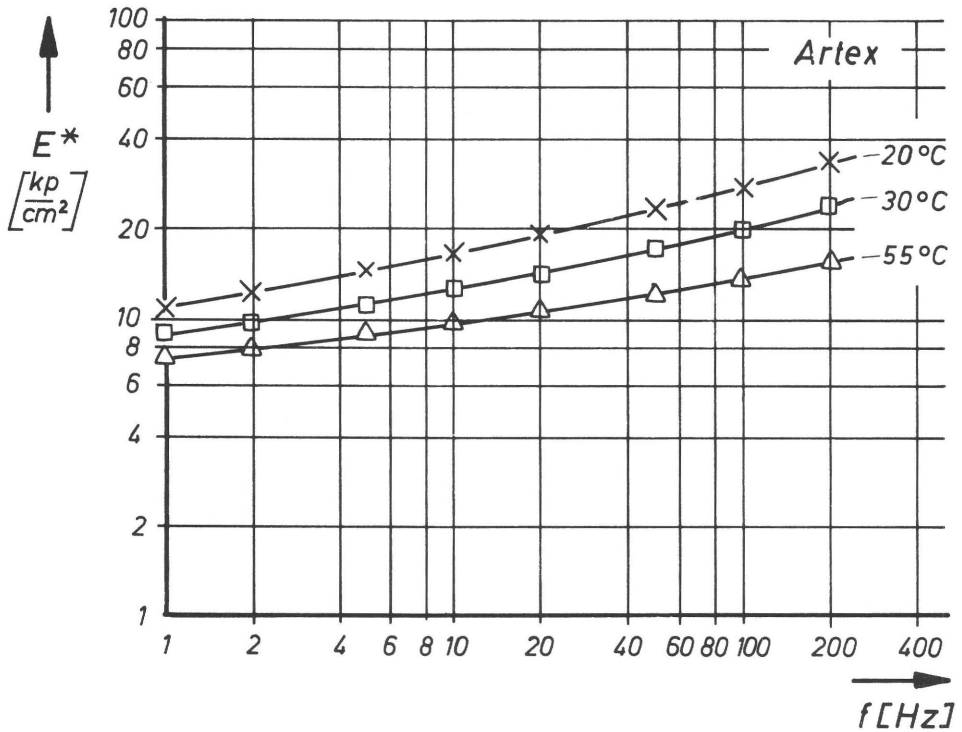
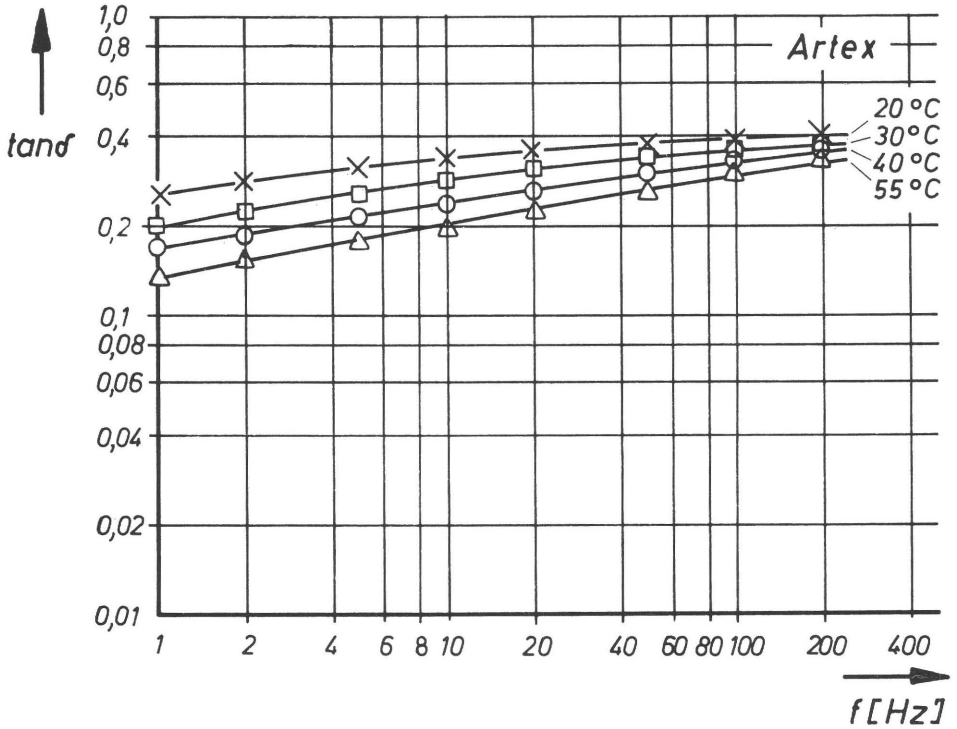


Diagramm 3.28\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  und Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für das Belagmaterial Artex



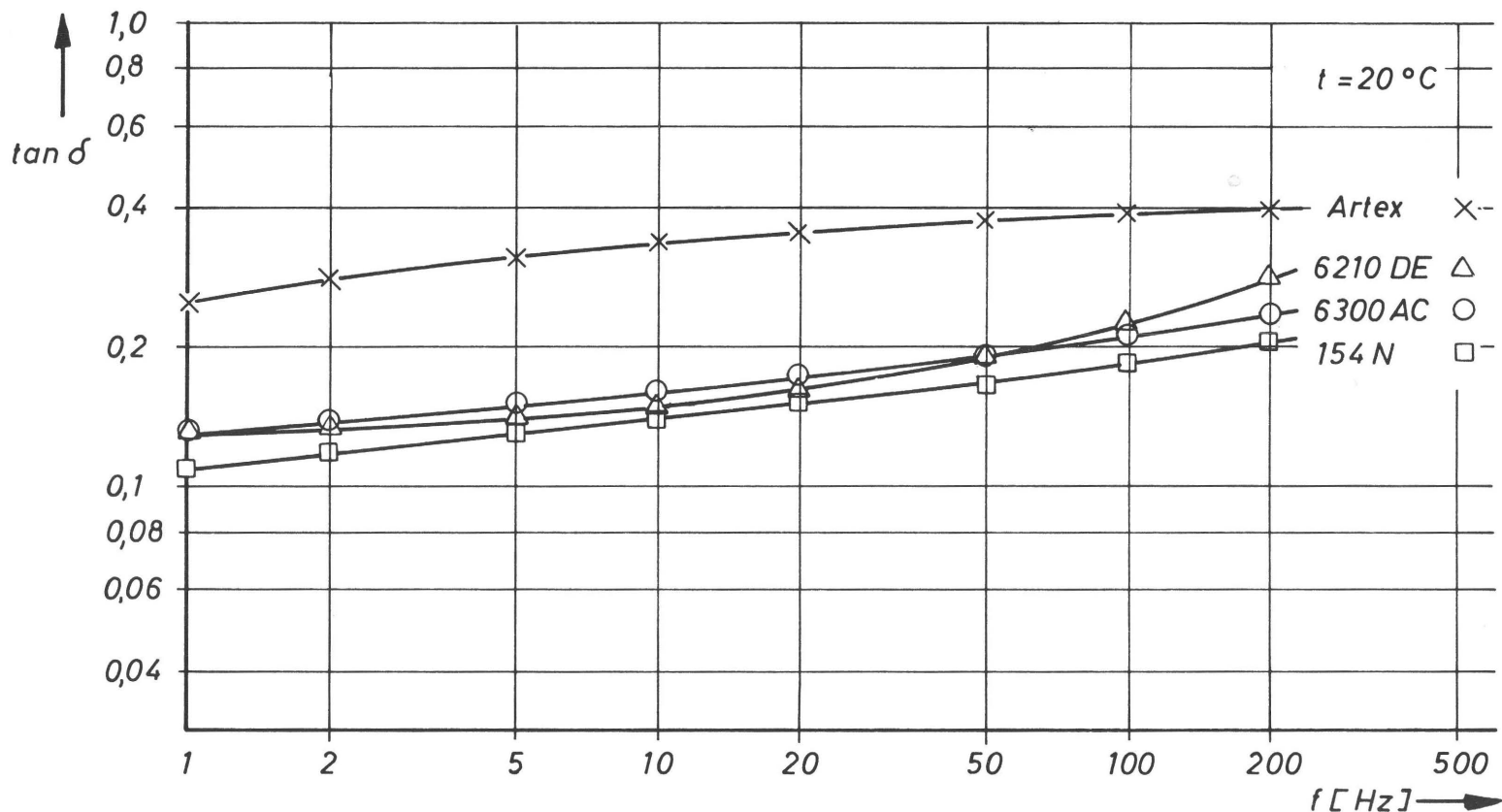


Diagramm  
3.29\*

Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für die vier Belagmaterialien 154 N, 6210 DE, 6300 AC und Artex bei  $t = 20^\circ \text{C}$

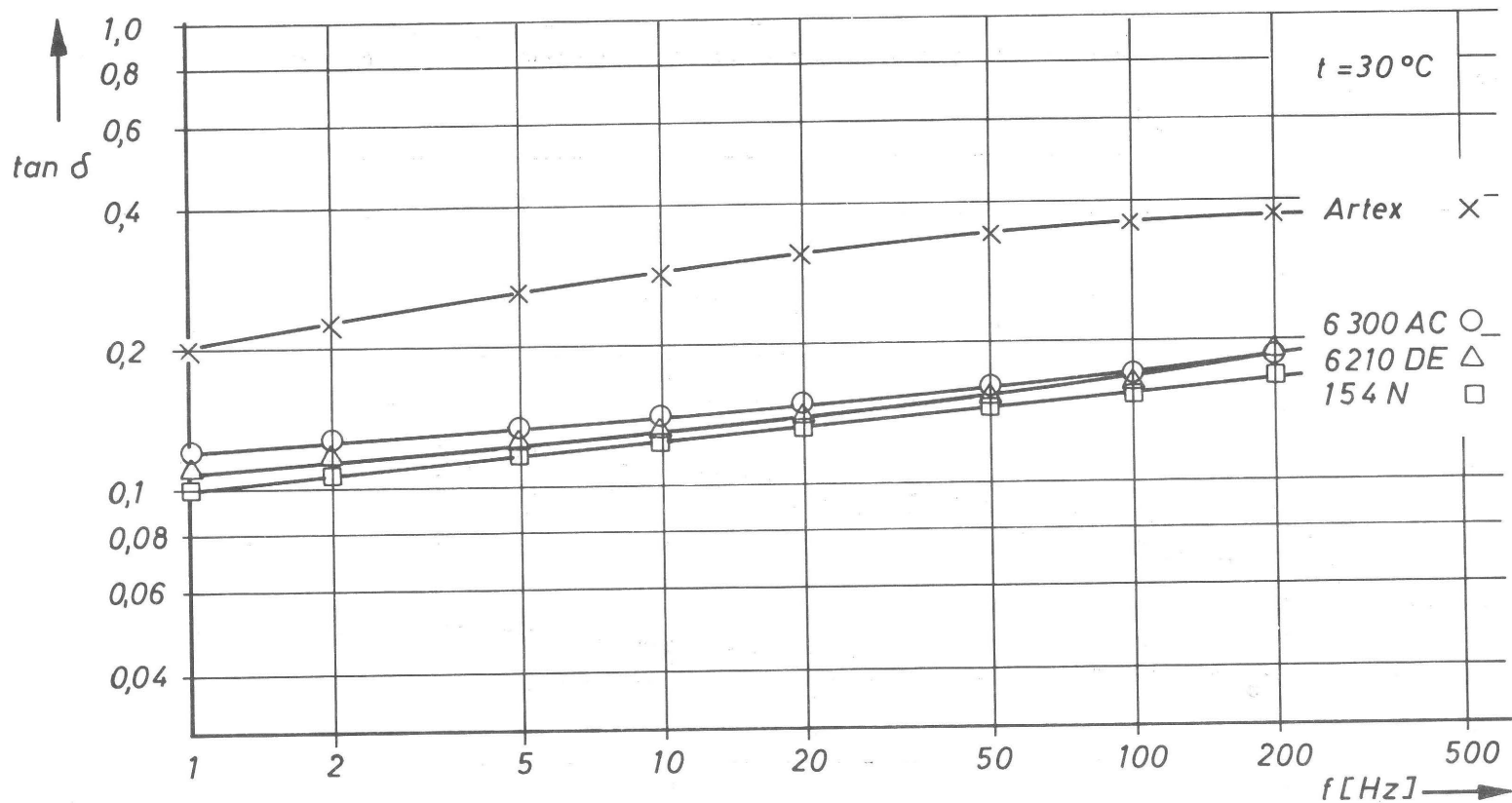


Diagramm  
3.30\*

Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für die vier Belagmaterialien 154N, 6210 DE, 6300 AC und Artex bei  $t = 30^{\circ}\text{C}$

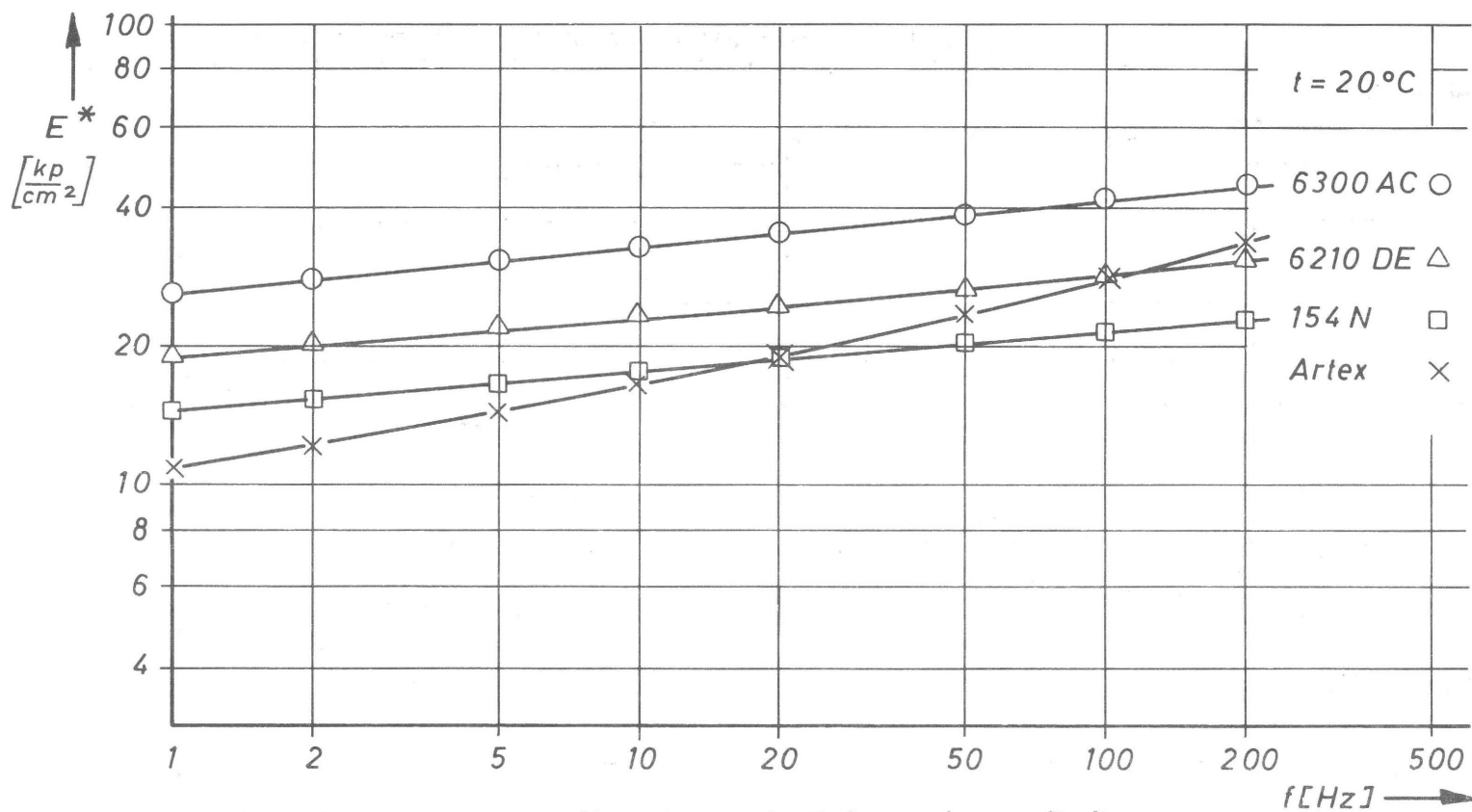


Diagramm 3.31\* Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für die vier Belagmaterialien 154 N, 6210 DE, 6300 AC und Artex bei  $t = 20^\circ\text{C}$

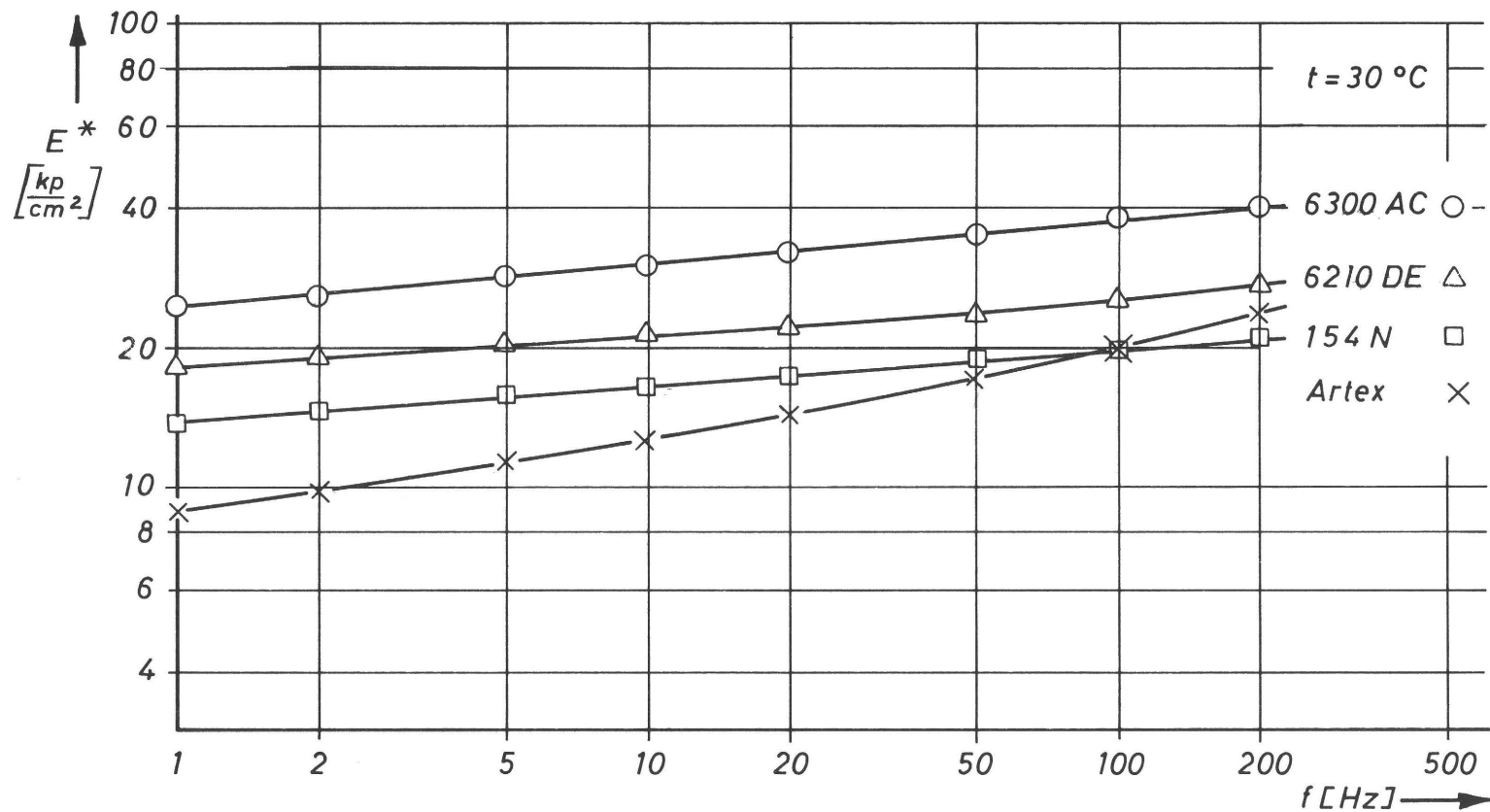


Diagramm  
3.32\*

Komplexer Elastizitätsmodul  $E^*$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für die vier Belagmaterialien 154 N, 6210 DE, 6300 AC und Artex bei  $t = 30^{\circ}\text{C}$

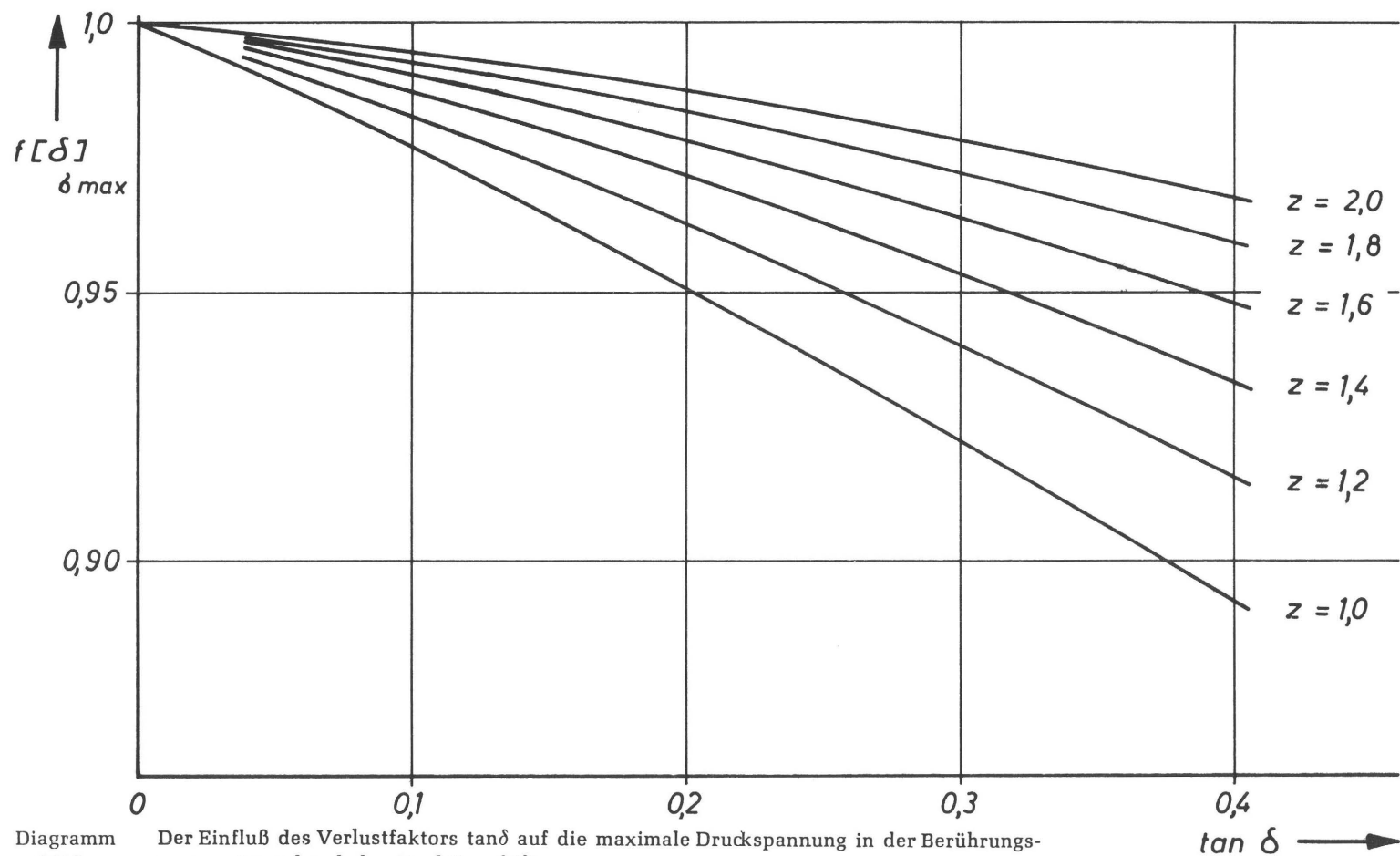


Diagramm  
4.12\*

Der Einfluß des Verlustfaktors  $\tan \delta$  auf die maximale Druckspannung in der Berührungszone entsprechend der Funktion  $f(\delta)_{\delta_{\max}}$

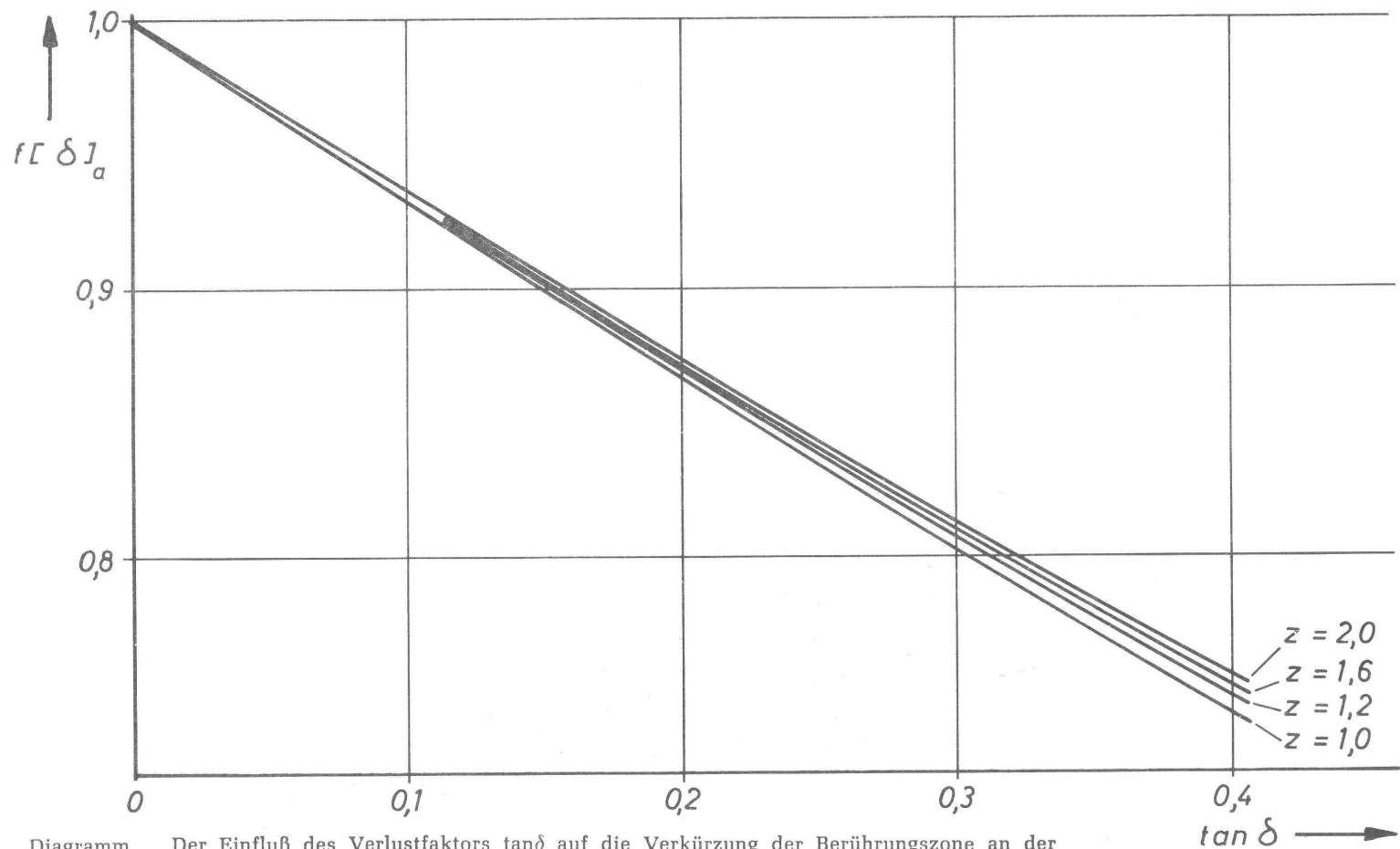


Diagramm  
4.14\*

Der Einfluß des Verlustfaktors  $\tan \delta$  auf die Verkürzung der Berührungszone an der Auslaufseite entsprechend der Funktion  $f(\delta)_a$

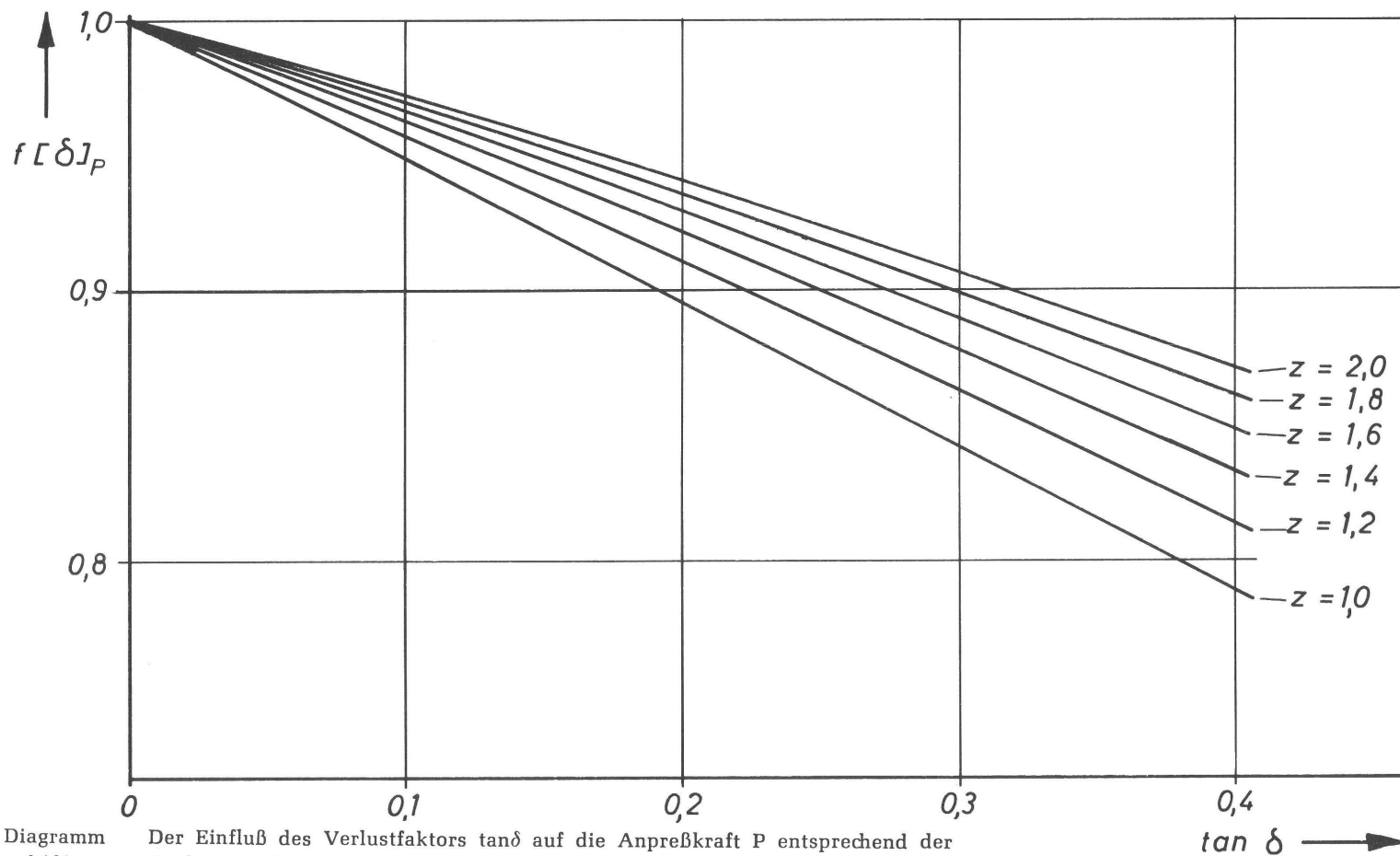


Diagramm  
4.16\*

Der Einfluß des Verlustfaktors  $\tan \delta$  auf die Anpreßkraft  $P$  entsprechend der Funktion  $f(\delta)_P$

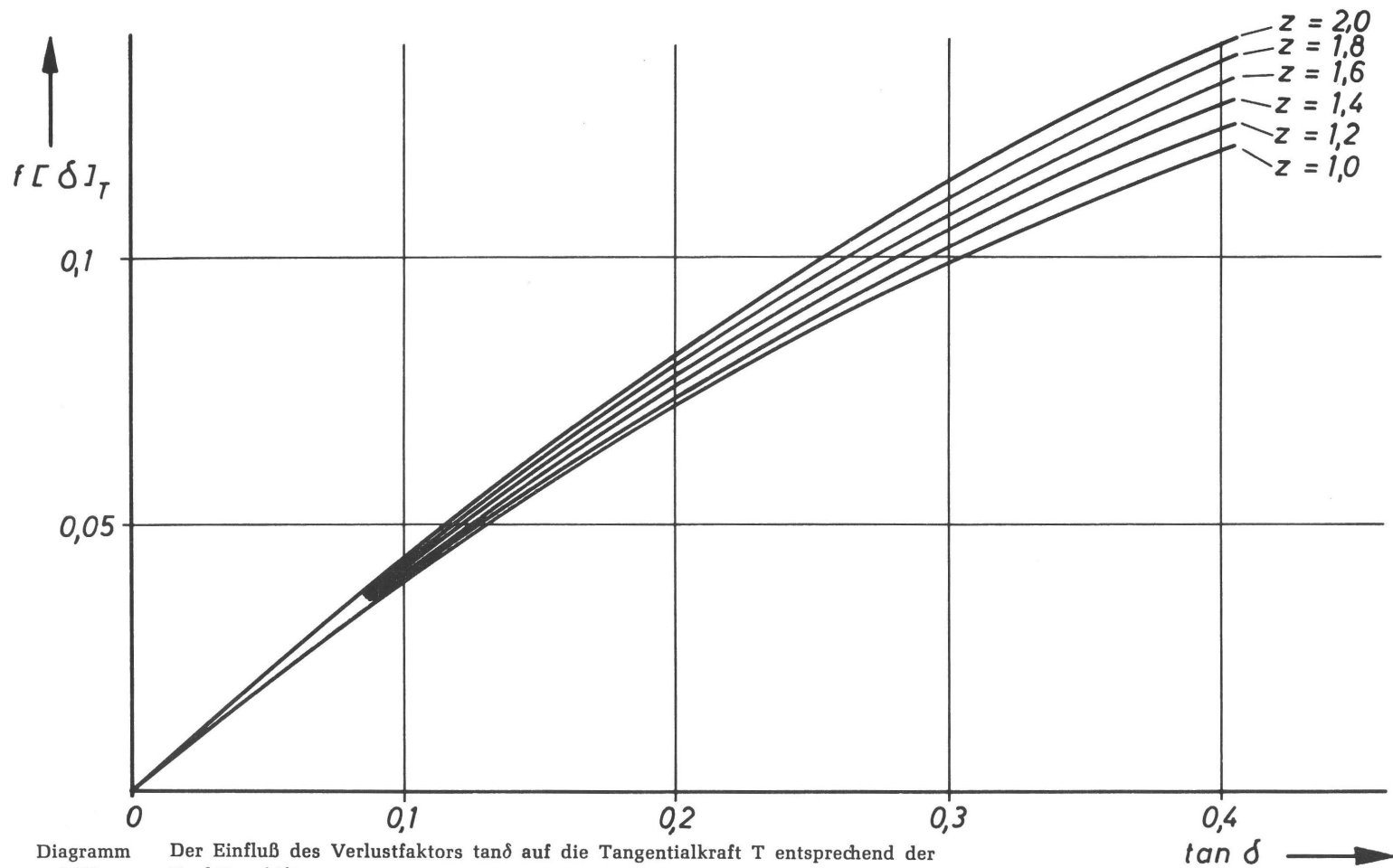


Diagramm  
4.18\*

Der Einfluß des Verlustfaktors  $\tan \delta$  auf die Tangentialkraft  $T$  entsprechend der Funktion  $f(\delta)_T$



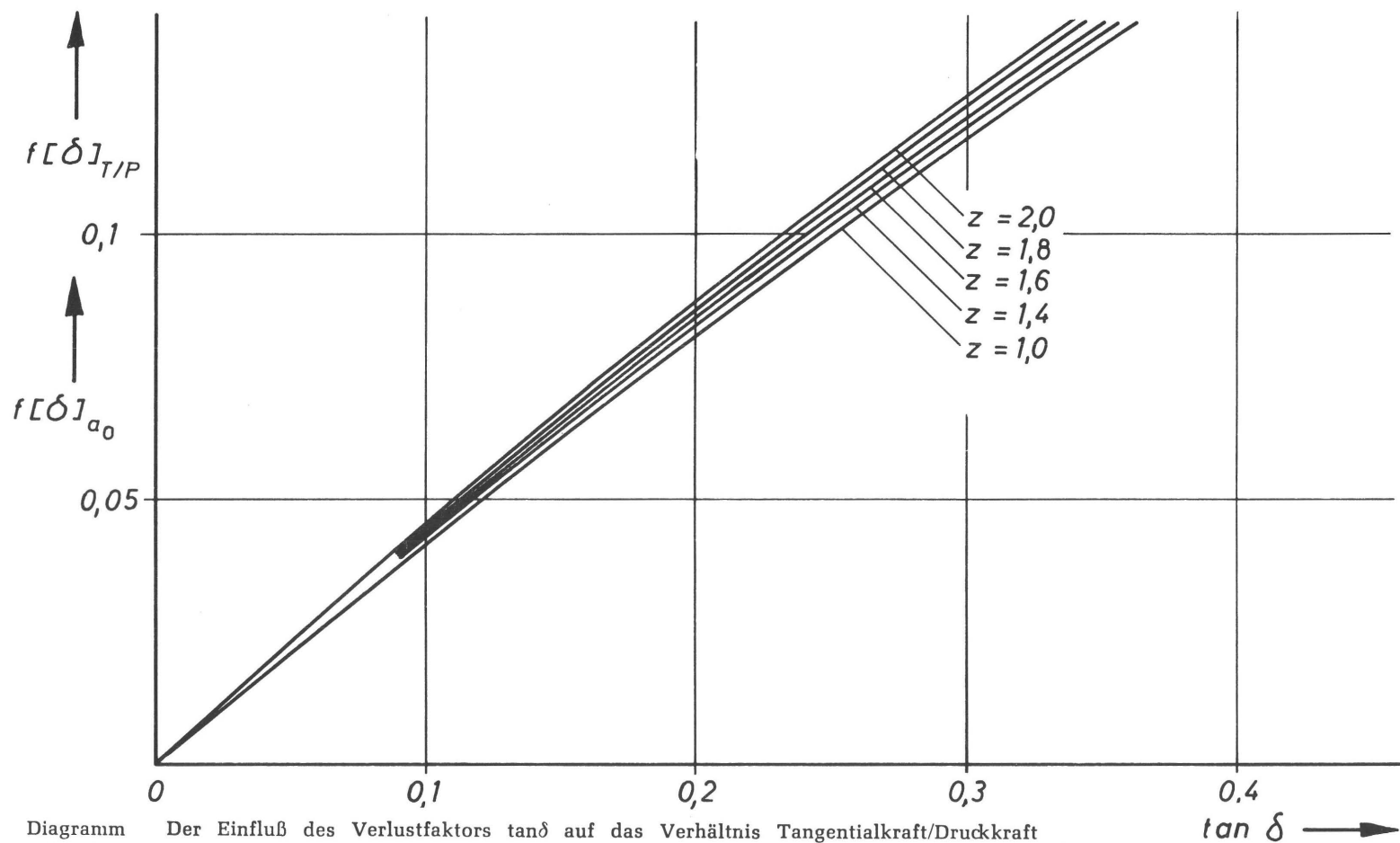


Diagramm  
4.20\*

Der Einfluß des Verlustfaktors  $\tan \delta$  auf das Verhältnis Tangentialkraft/Druckkraft  
entsprechend der Funktion  $f(\delta)_{T/P}$

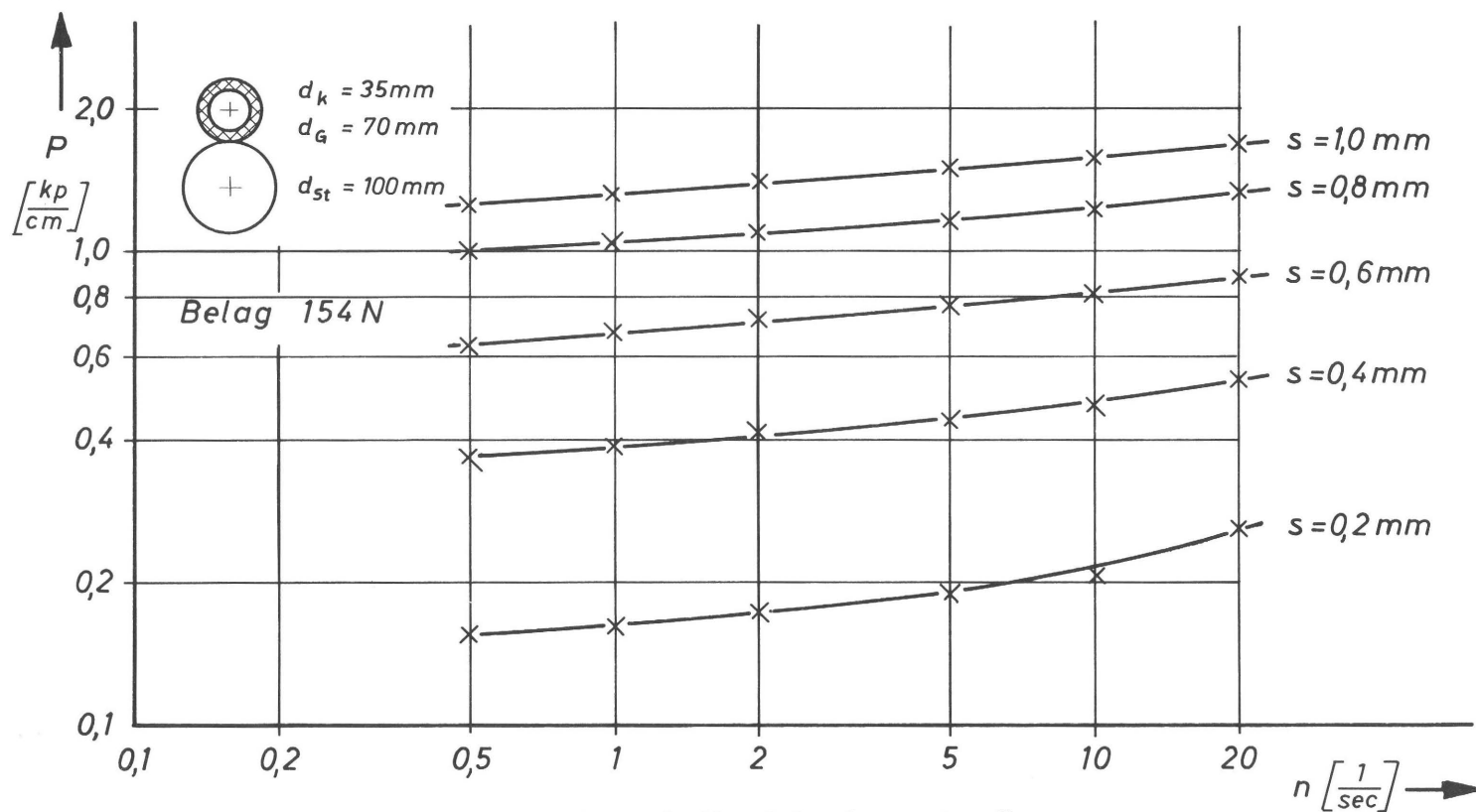


Diagramm 5.2.1\* Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei mehreren Anstellungen  $s$   
Belagmaterial 154 N

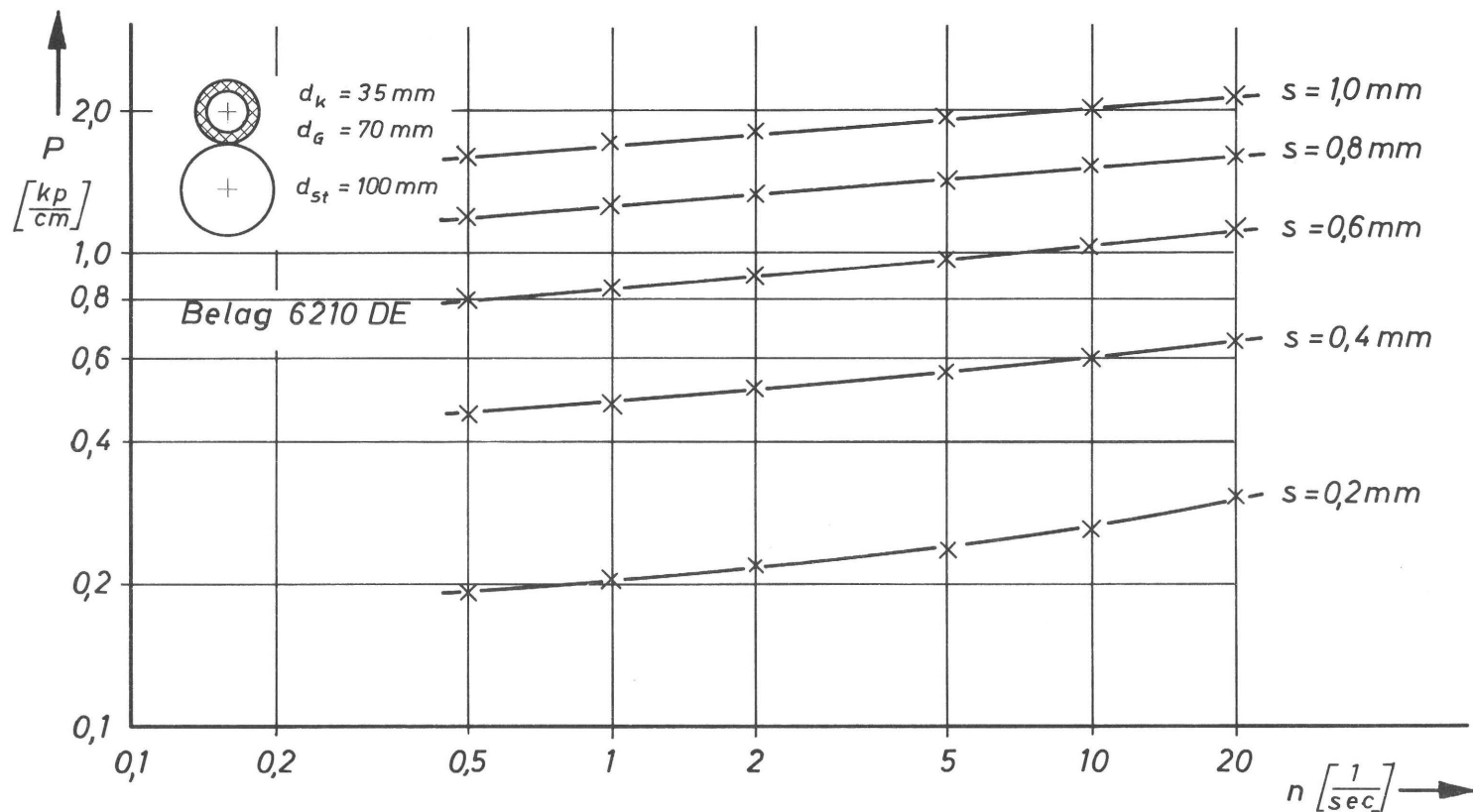


Diagramm  
5.2.2\*

Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei mehreren Anstellungen  $s$   
Belagmaterial 6210 DE

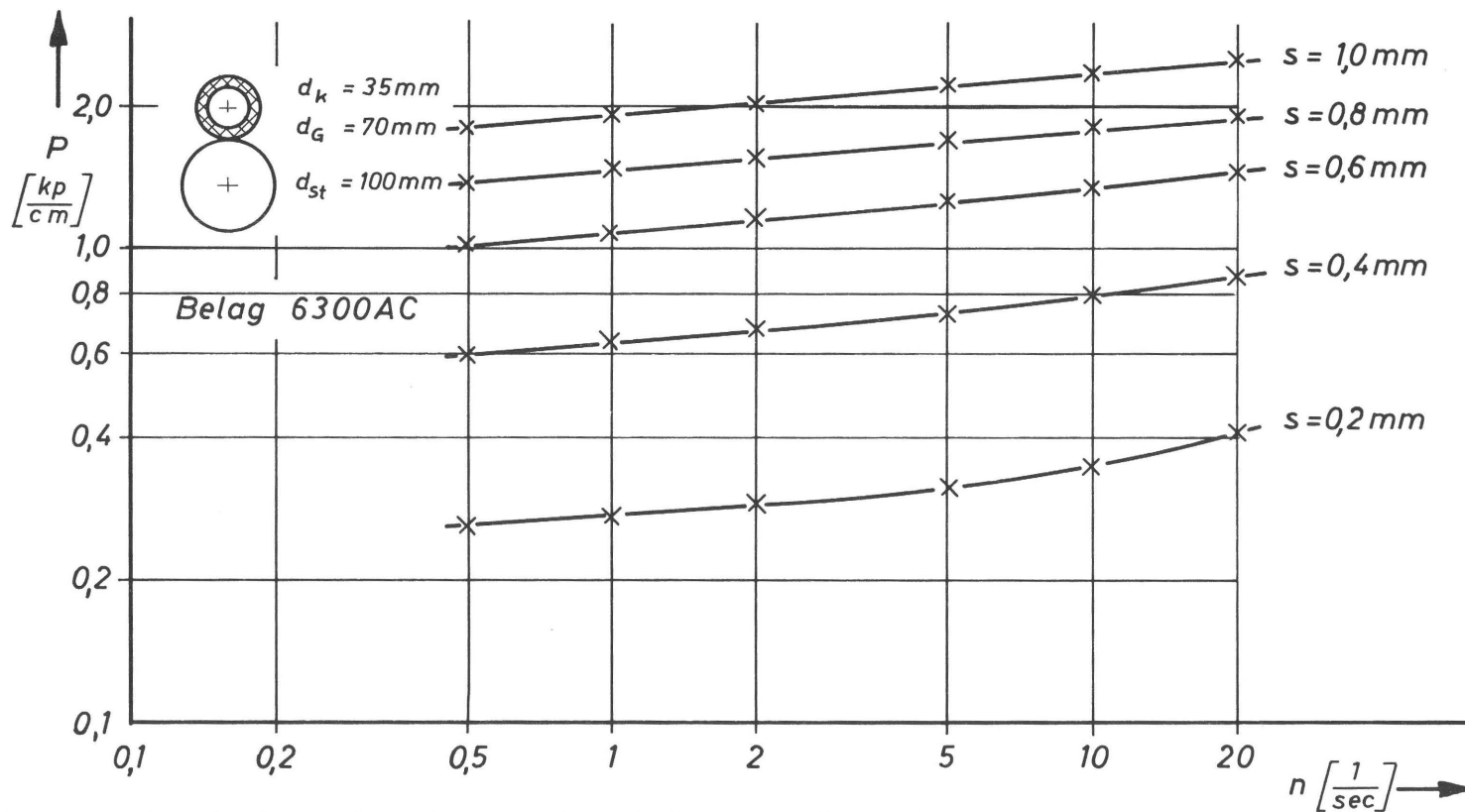


Diagramm  
5.2.3\*

Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei mehreren Anstellungen  $s$   
Belagmaterial 6300 AC

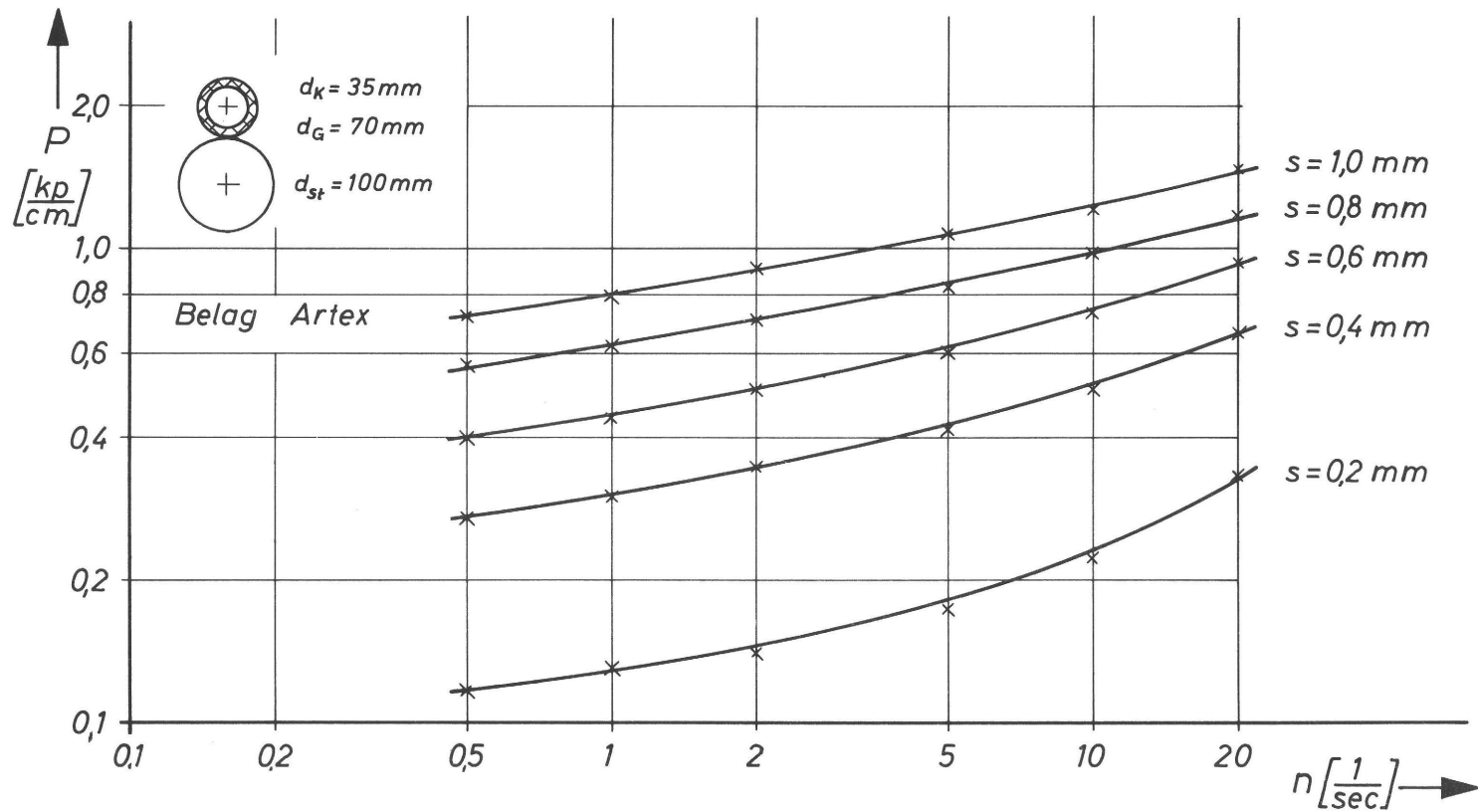


Diagramm 5.2.4\* Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei mehreren Anstellungen  $s$   
Belagmaterial Artex

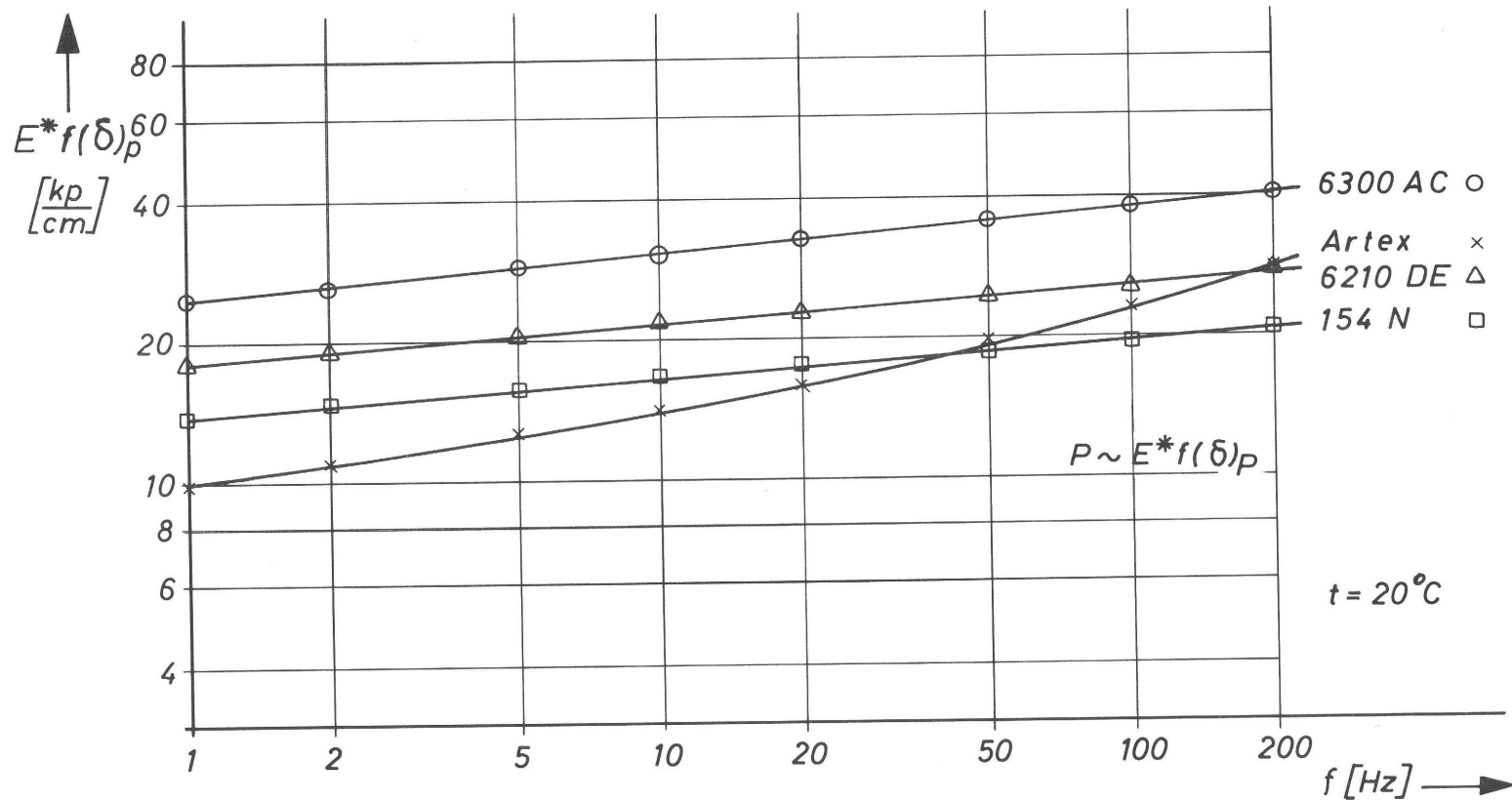


Diagramm  
5.2.5\*

Berechneter Verlauf der Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$ ;  $E^*f(\delta)_p$  erhält die Dimension  $(\text{kp/cm})$ , da  $P$  auf 1 cm Walzenlänge bezogen wird,  $t = 20^\circ\text{C}$

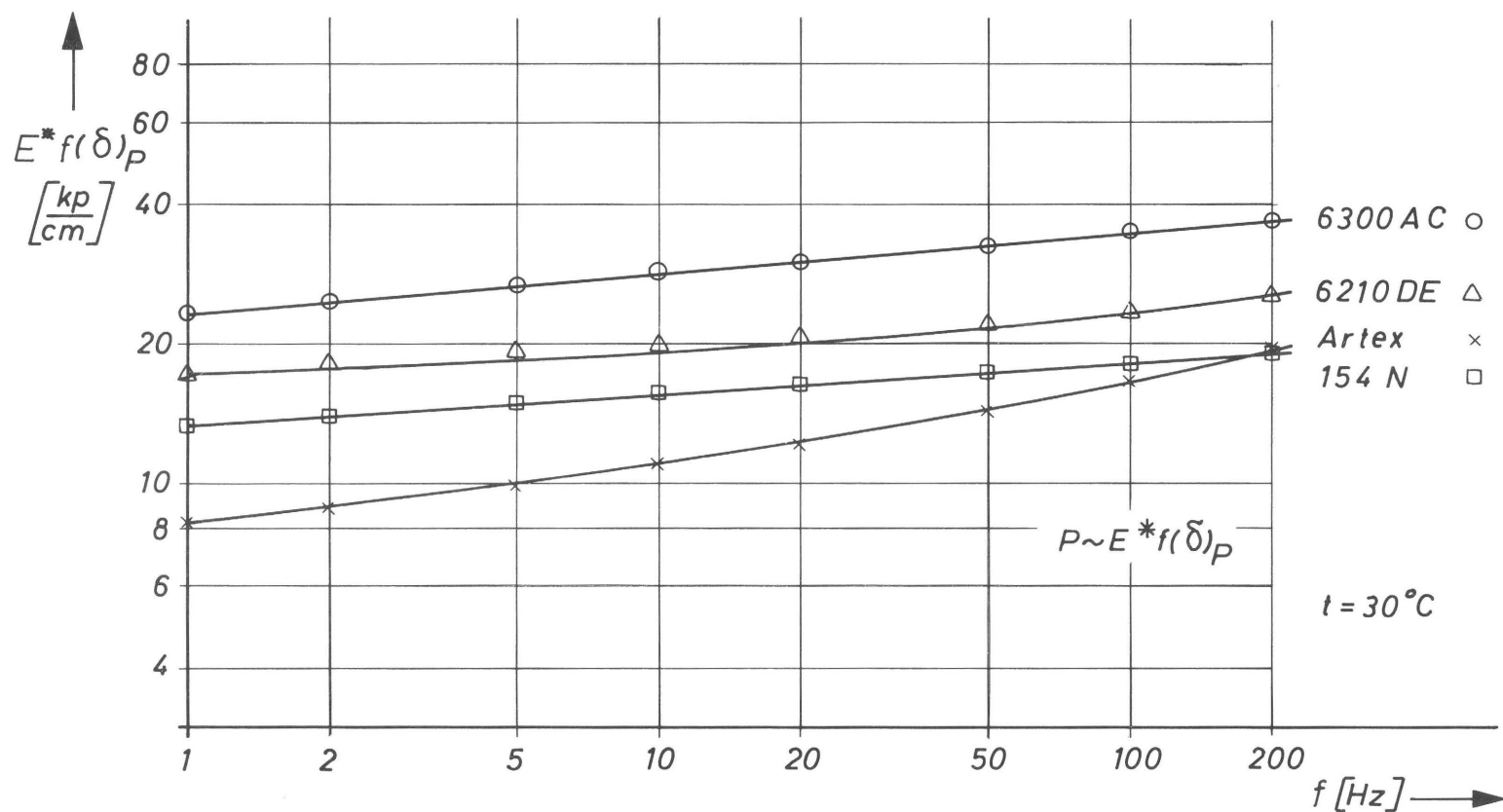


Diagramm  
5.2.6\*

Berechneter Verlauf der Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$ ;  $E^* f(\delta)_P$  erhält die Dimension  $(\text{kp}/\text{cm})$ , da  $P$  auf 1 cm Walzenlänge bezogen wird,  $t = 30^\circ\text{C}$

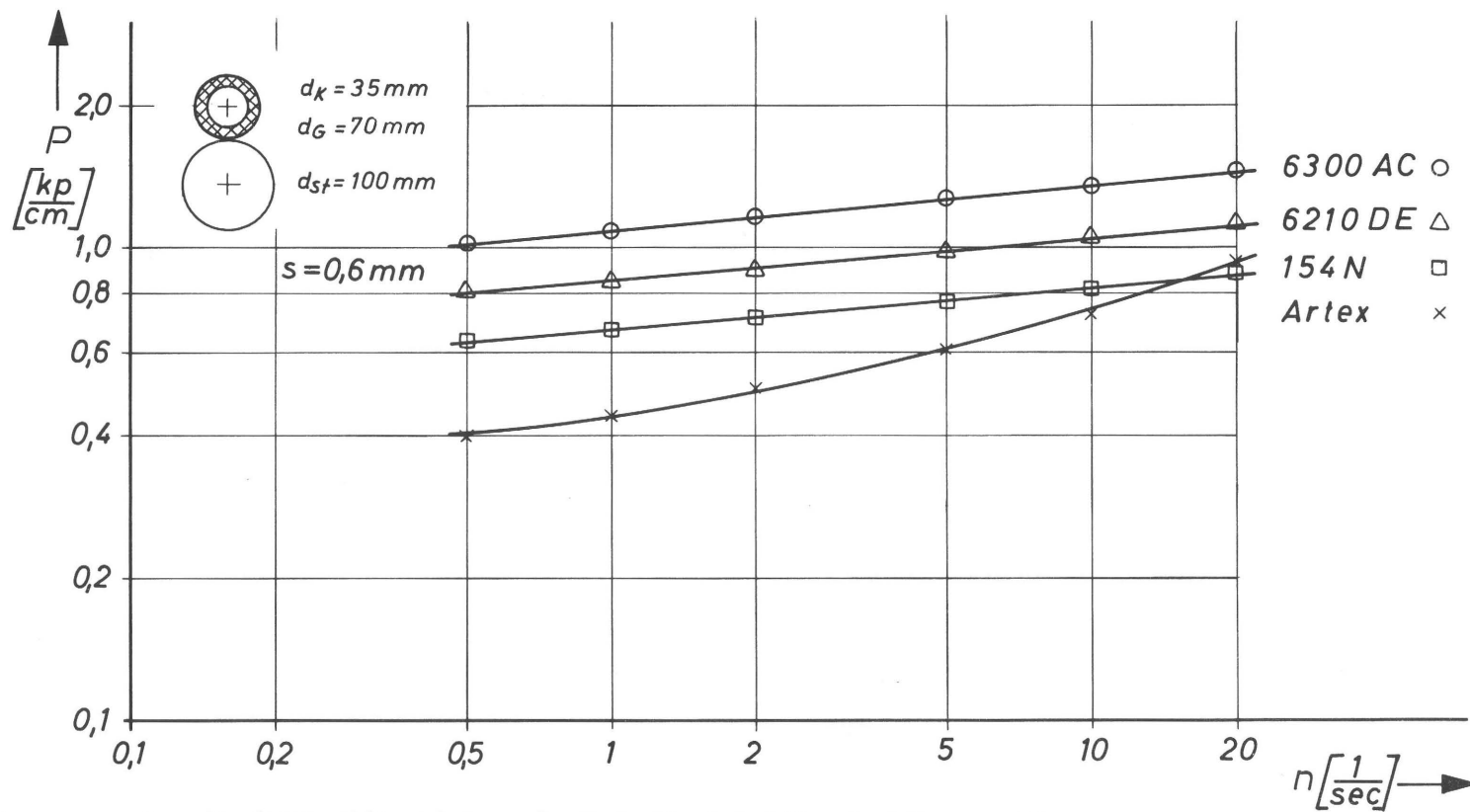


Diagramm  
5.2.7\*

Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei gleicher Anstellung  $s = 0,6 mm$  für vier Walzenkombinationen



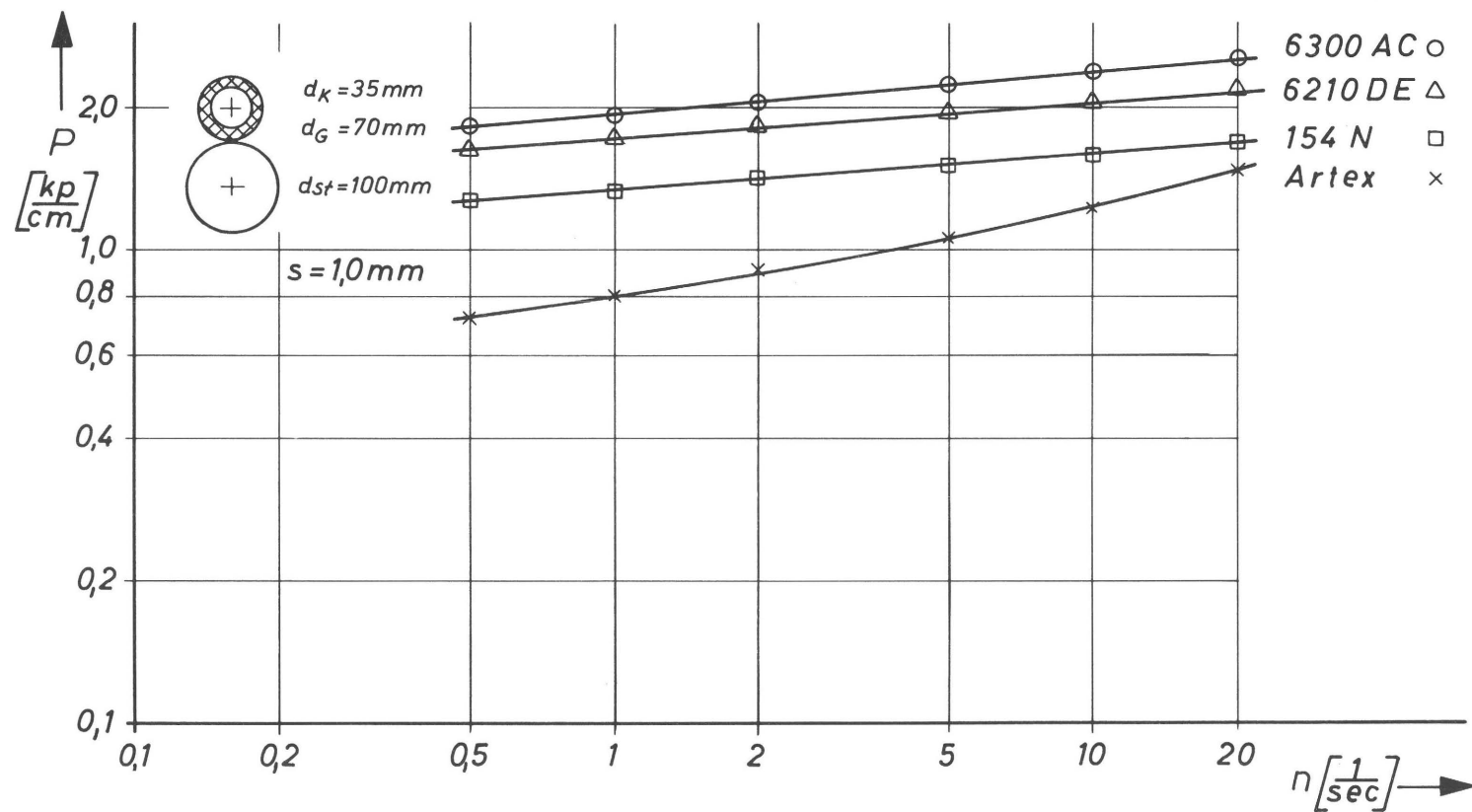


Diagramm 5.2.8\* Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei gleicher Anstellung  $s = 1,0 \text{ mm}$  für vier Walzenkombinationen

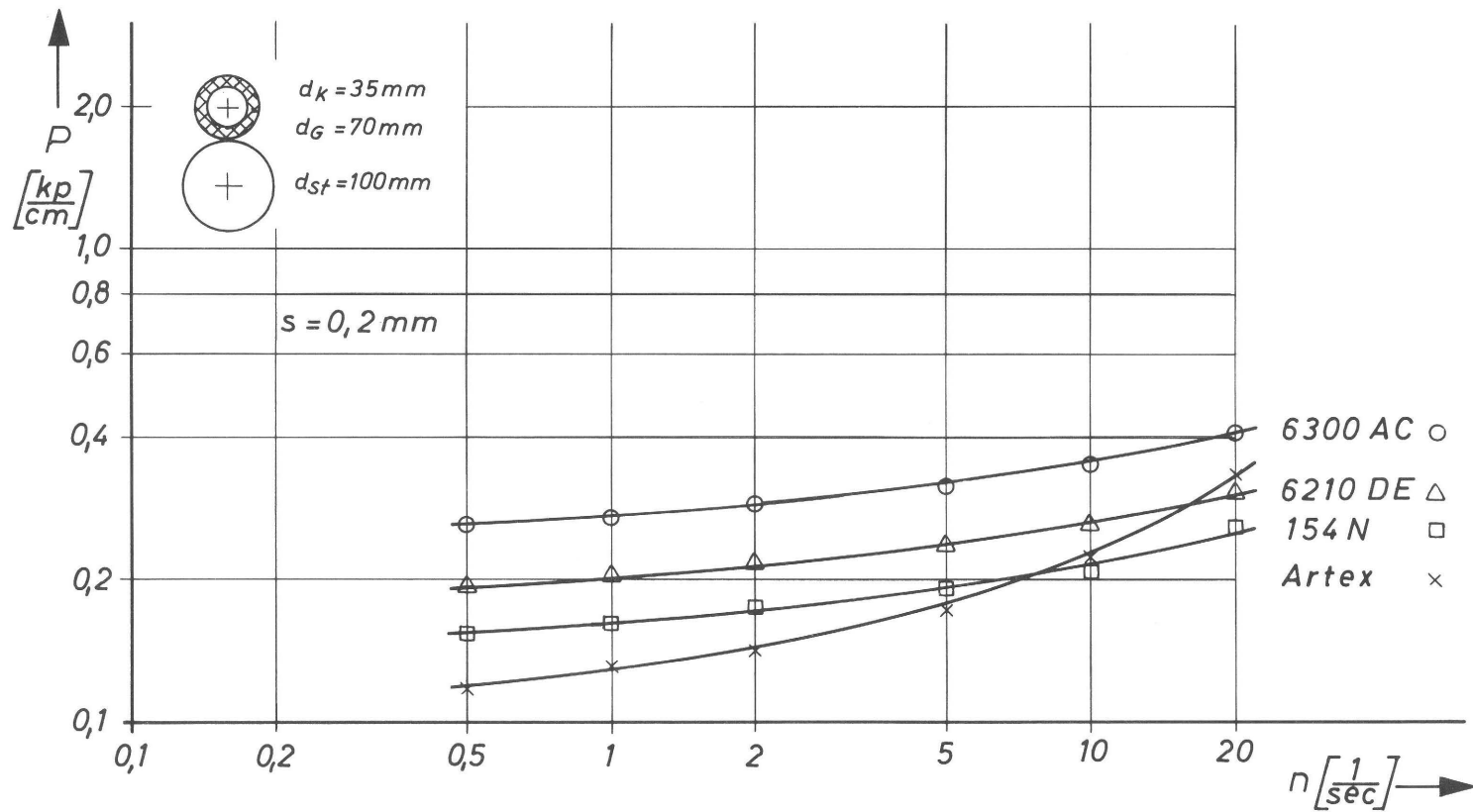


Diagramm  
5.2.9\*

Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei gleicher Anstellung  $s = 0.2 mm$  für vier Walzenkombinationen

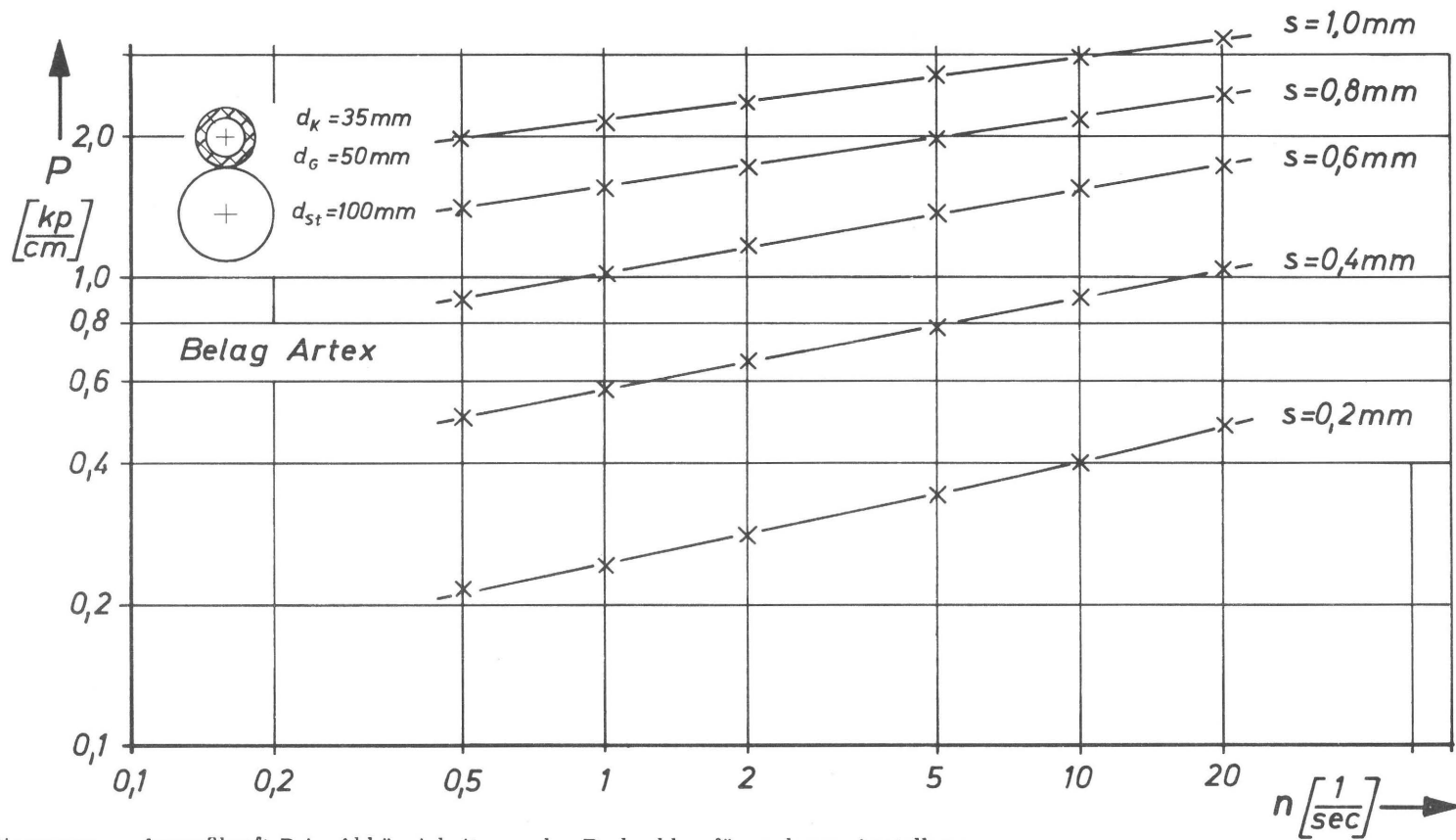


Diagramm  
5.2.10\*

Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  für mehrere Anstellungen  $s$ ,  
Belagmaterial Artex, Belagstärke 7,5 mm

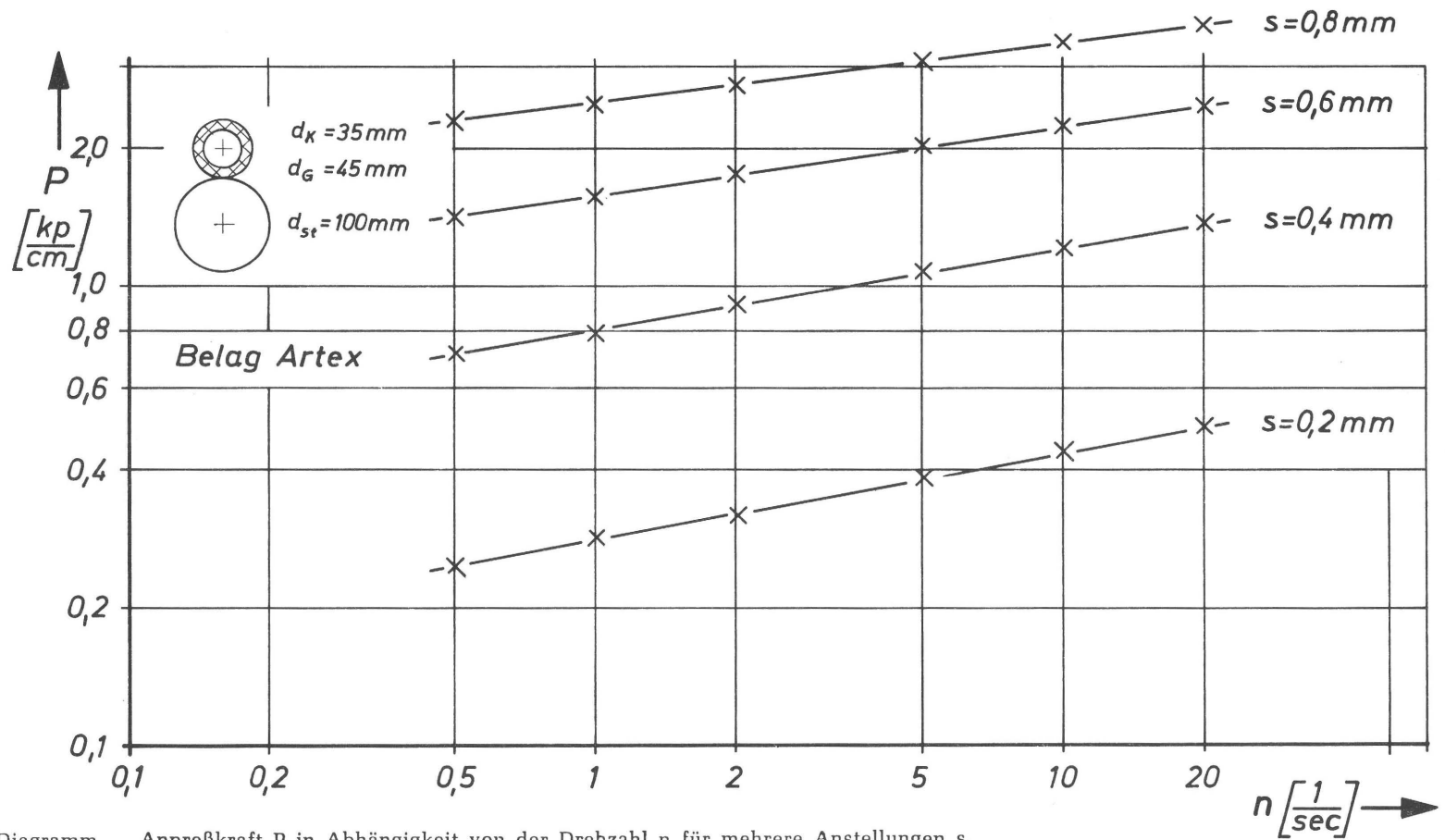


Diagramm 5.2.11\* Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  für mehrere Anstellungen  $s$ , Belagmaterial Artex, Belagstärke 5 mm

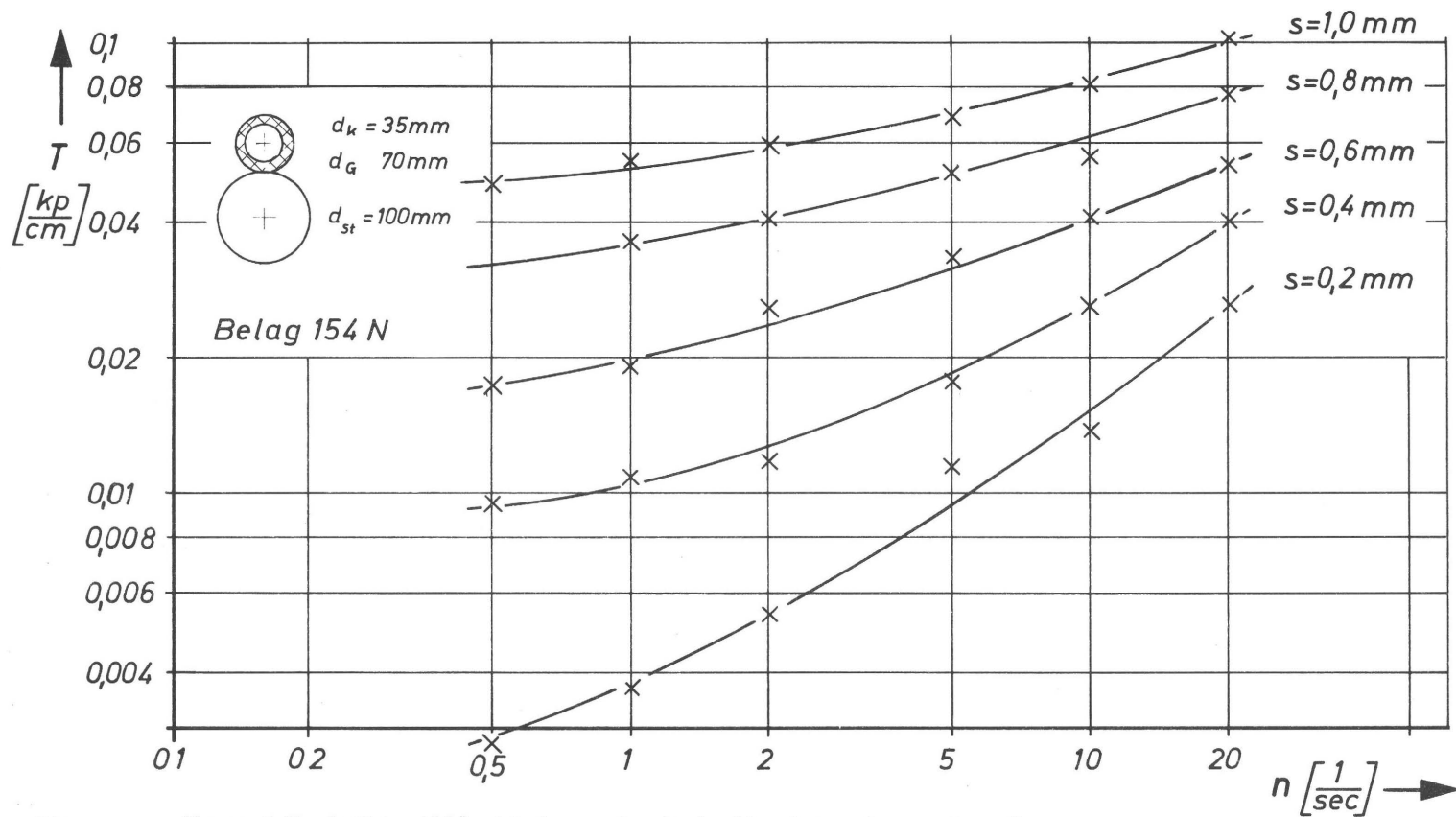
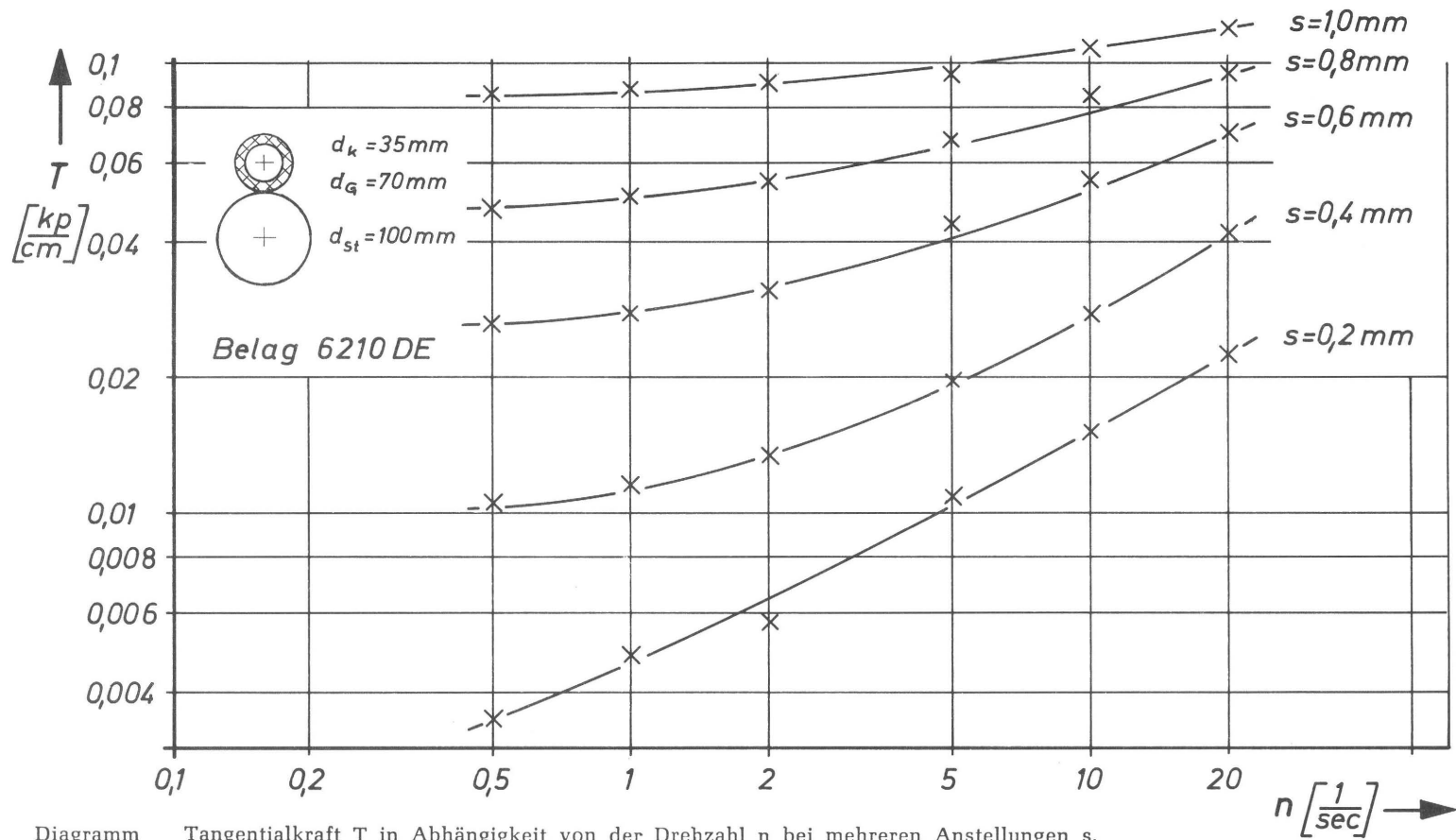


Diagramm  
5.2.12\*

Tangentialkraft  $T$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei mehreren Anstellungen  $s$ ,  
Belagmaterial 154 N



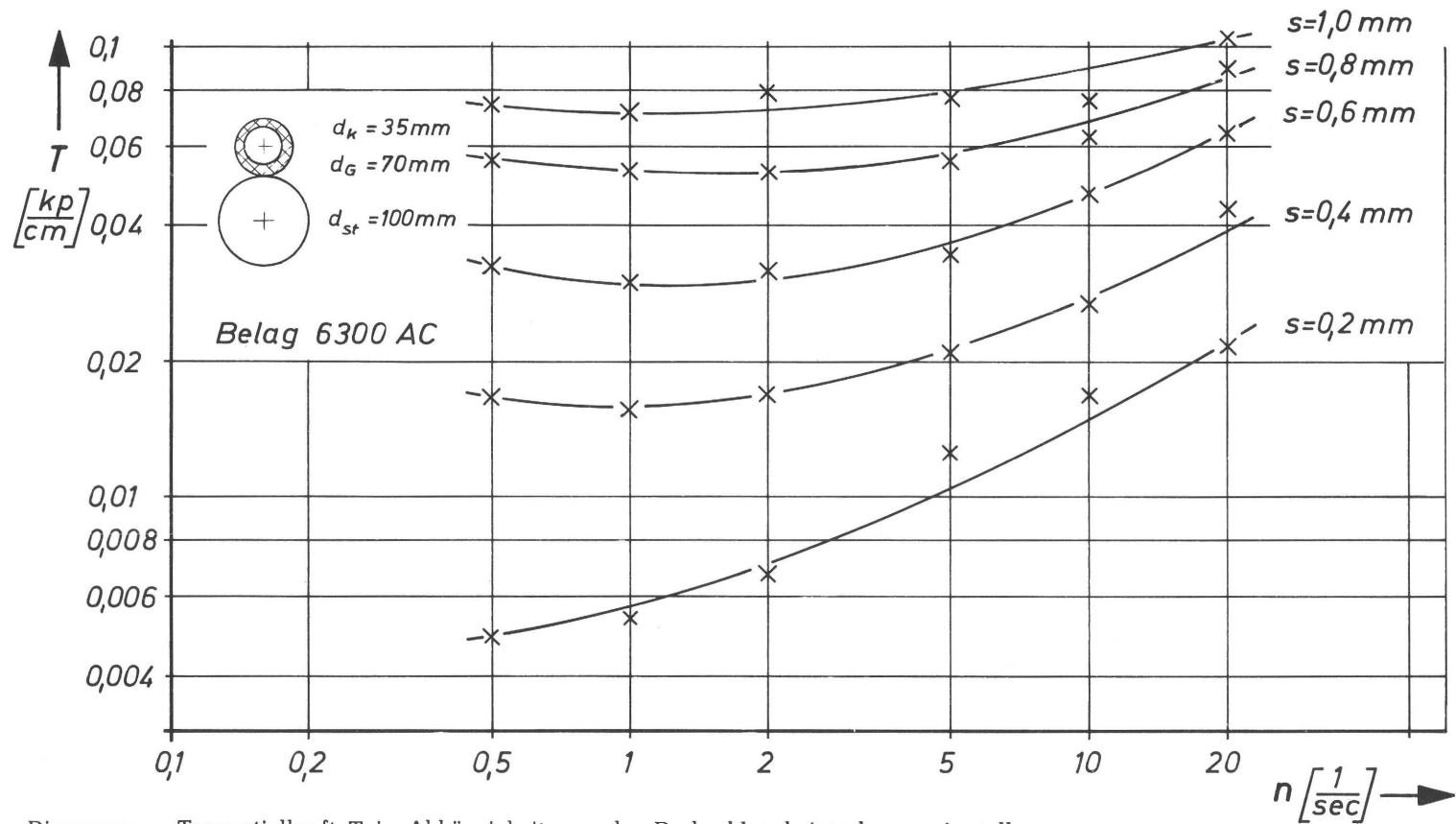


Diagramm  
5.2.14\*

Tangentialkraft  $T$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei mehreren Anstellungen  $s$ ,  
Belagmaterial 6300 AC

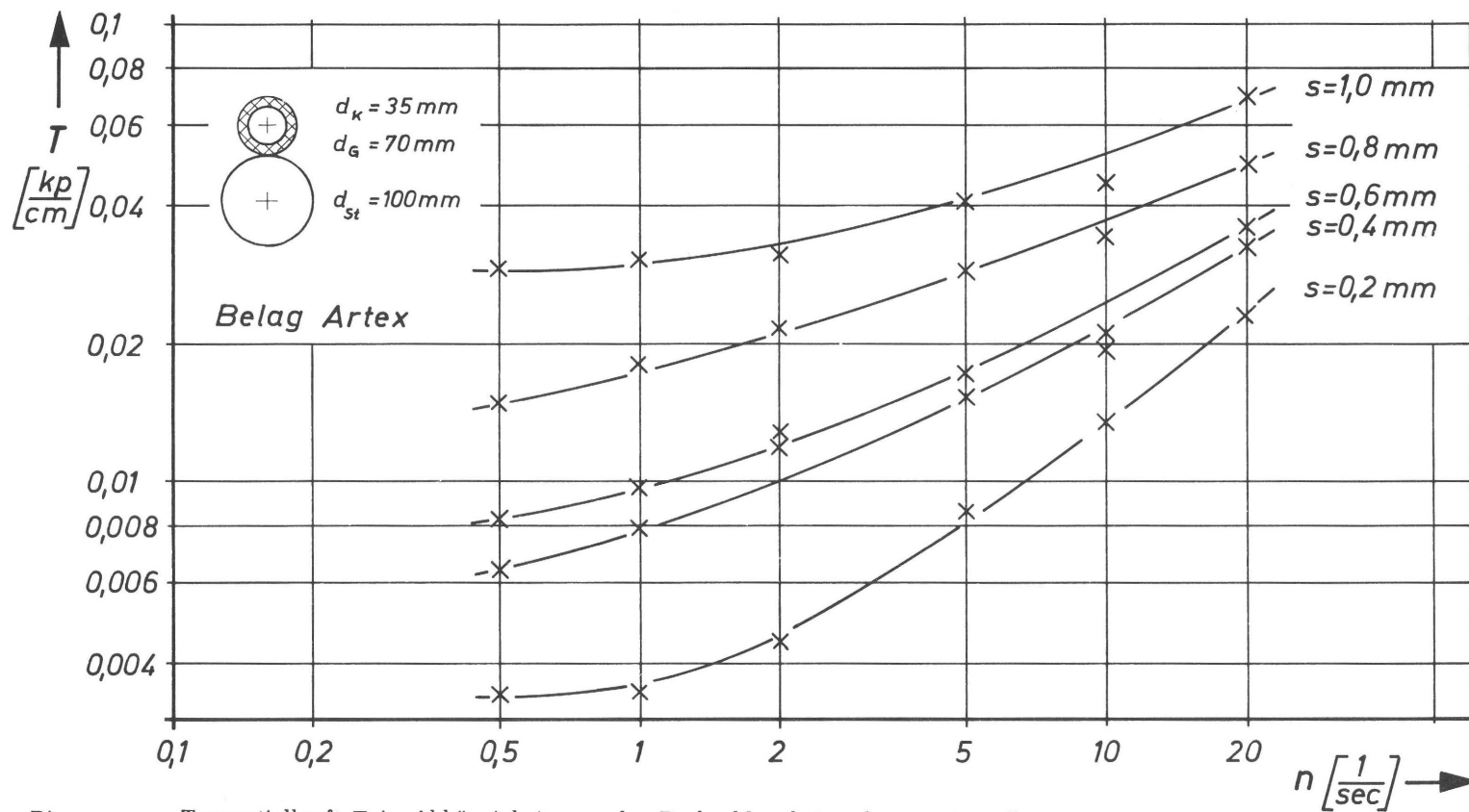


Diagramm  
5.2.15\*

Tangentialkraft  $T$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$  bei mehreren Anstellungen  $s$ ,  
Belagmaterial Artex



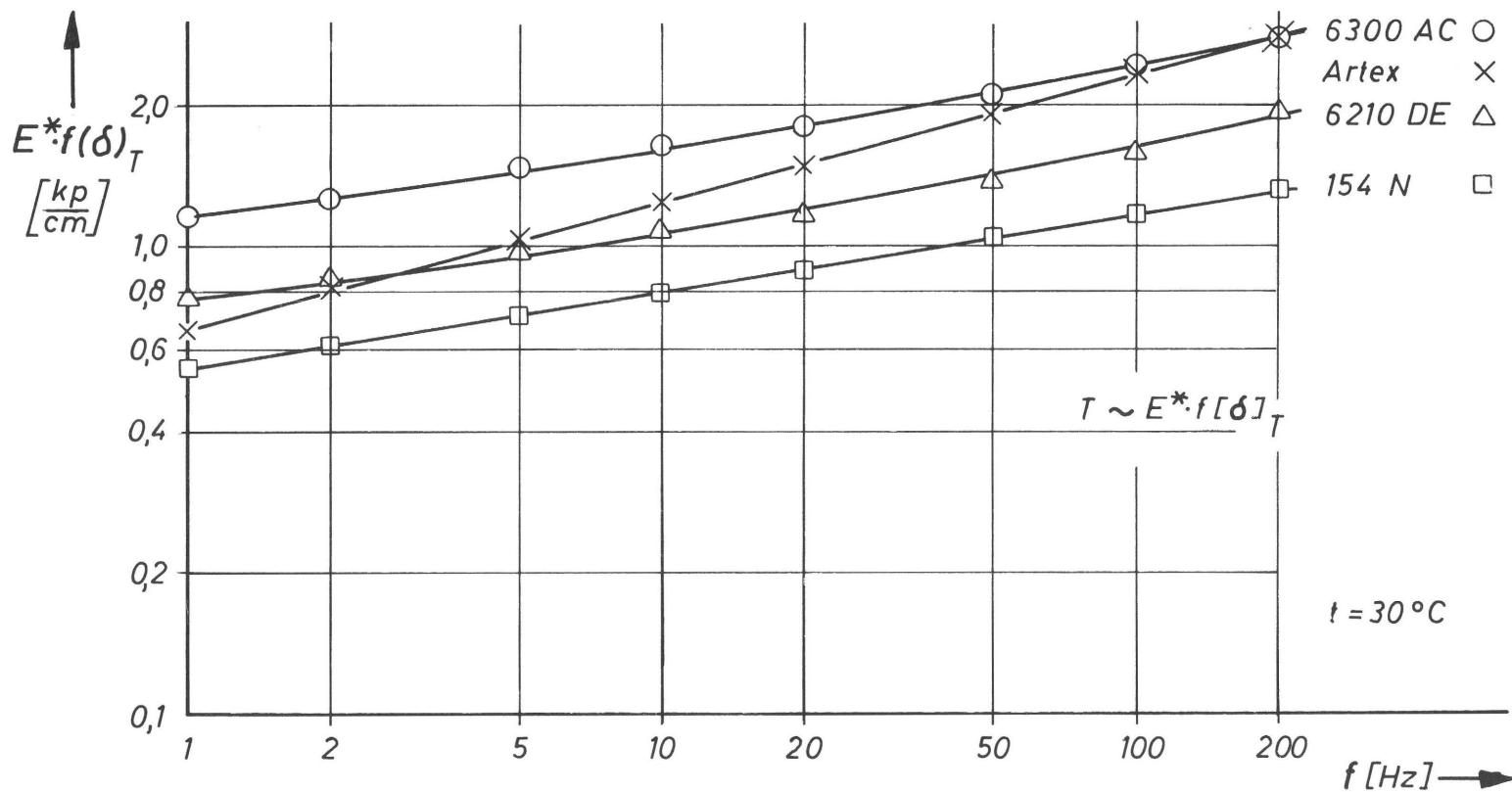


Diagramm 5.2.16\* Tangentialkraft  $T$  in Abhängigkeit von der Verformungsfrequenz für vier Walzenkombinationen,  $T \sim E^* \cdot f(\delta)_T$  wurde rechnerisch ermittelt.

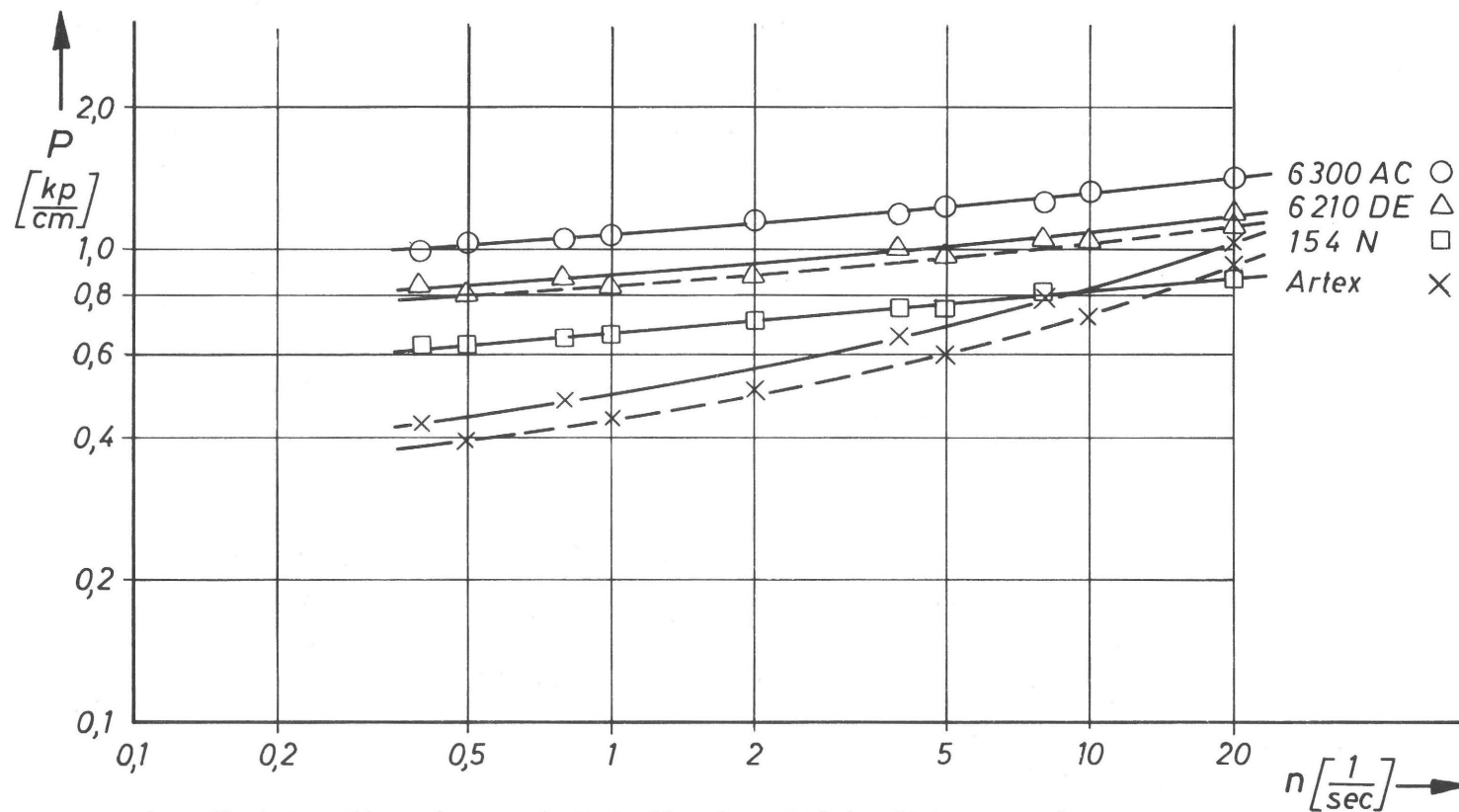


Diagramm 5.2.17\* Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$ ; die gestrichelten Linien entsprechen den Kurven im Diagramm 5.2.7\*

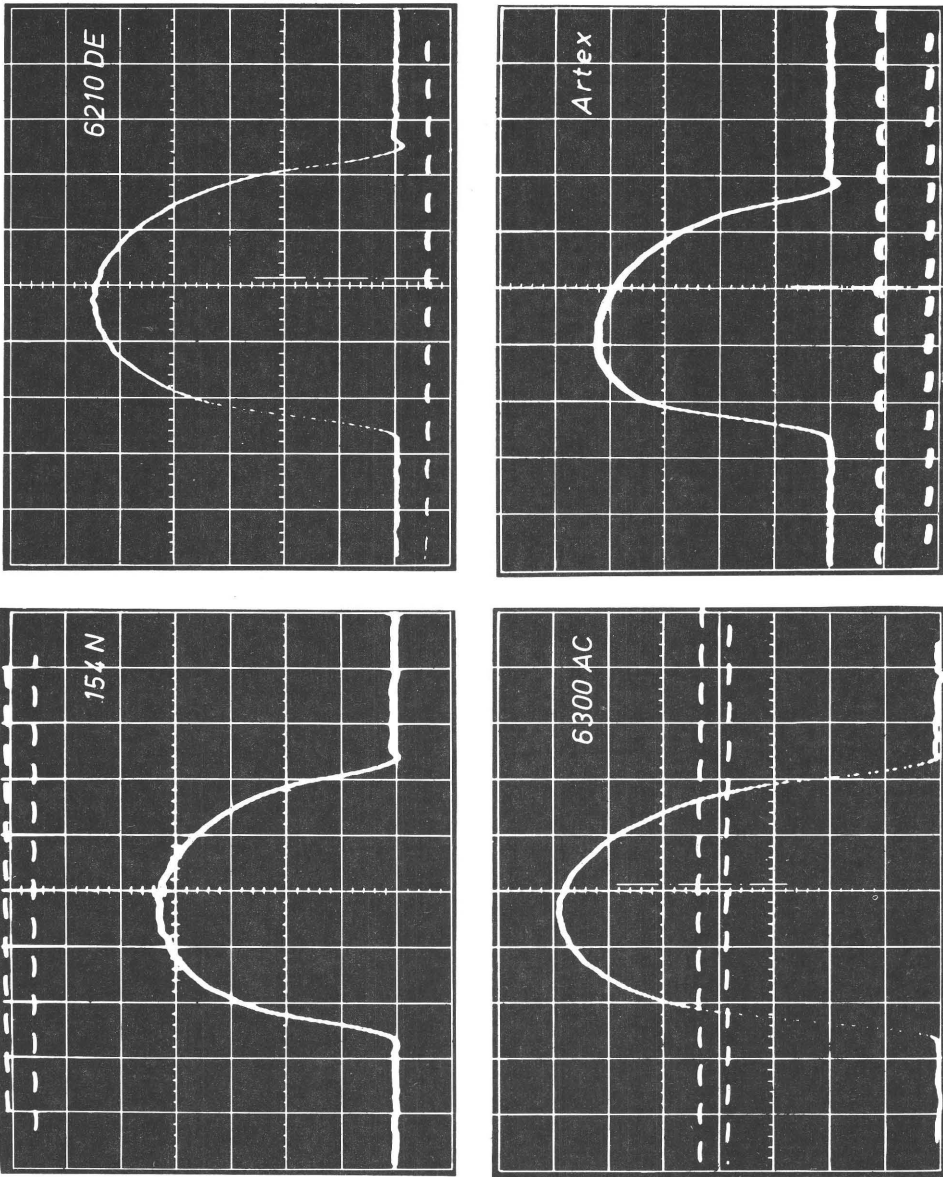


Bild 5.2.18\*

Druckverteilungskurven für die vier Walzenkombinationen mit den Belagmaterialien 154 N, 6210 DE, 6300 AC und Artex bei  $n_{St} = 2 \text{ U/sec}$  und  $s = 0,6 \text{ mm}$

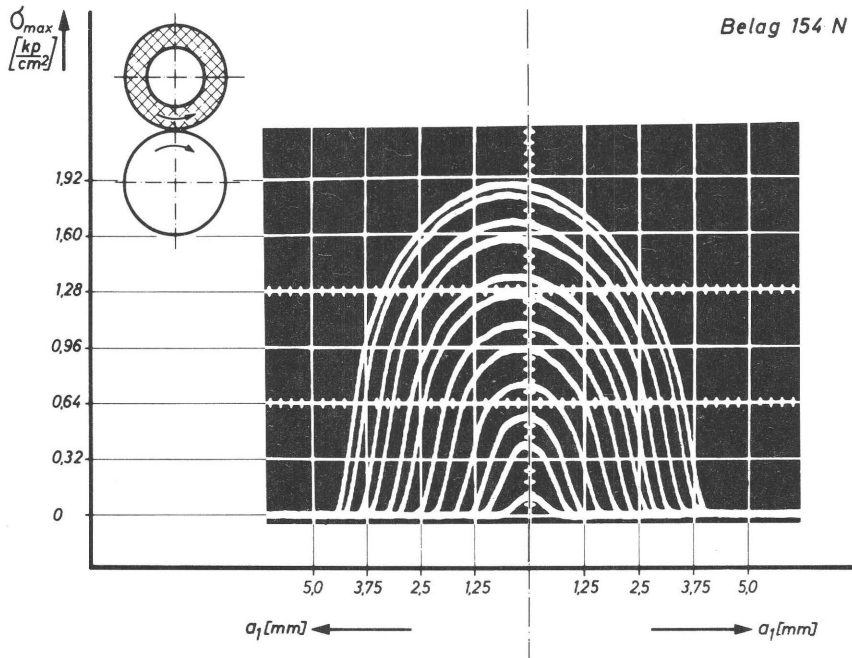


Bild 5.2.19\* Druckverteilungskurven bei verschiedenen Anstellungen  $s$  für das Belagmaterial 154 N

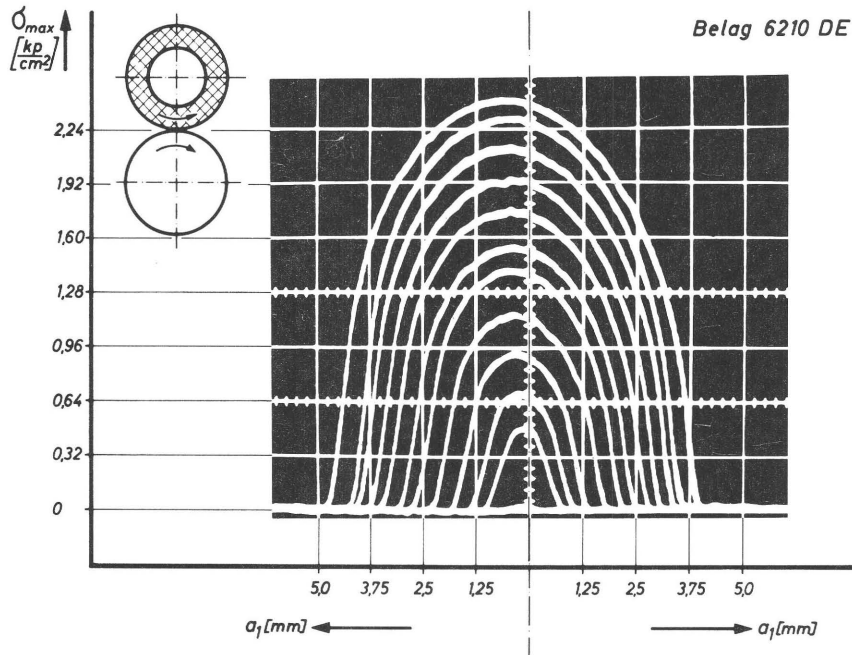


Bild 5.2.20\* Druckverteilungskurven bei verschiedenen Anstellungen  $s$  für das Belagmaterial 6210 DE

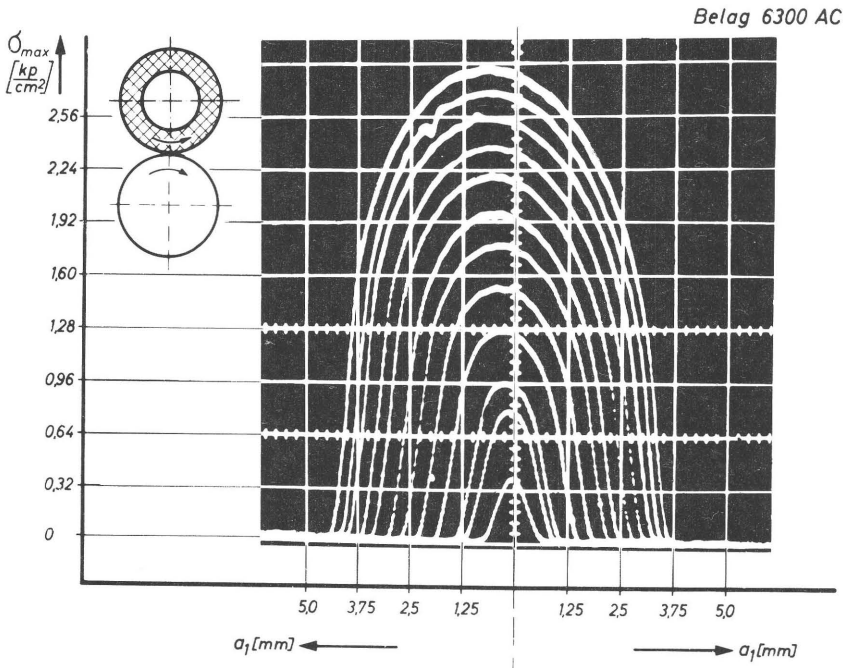


Bild 5.2.21\* Druckverteilungskurven bei verschiedenen Anstellungen  $s$  für das Belagmaterial 6300 AC

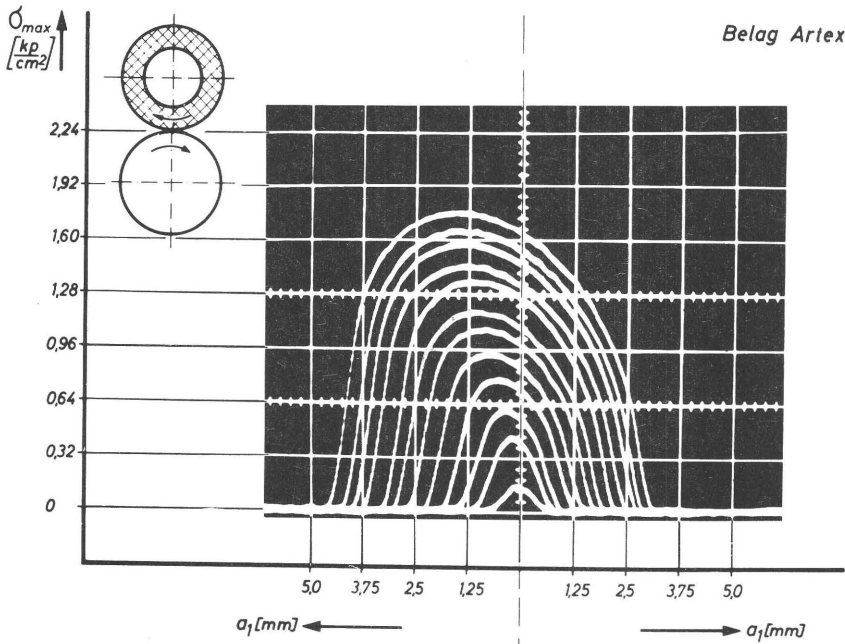


Bild 5.2.22\* Druckverteilungskurven bei verschiedenen Anstellungen  $s$  für das Belagmaterial Artex

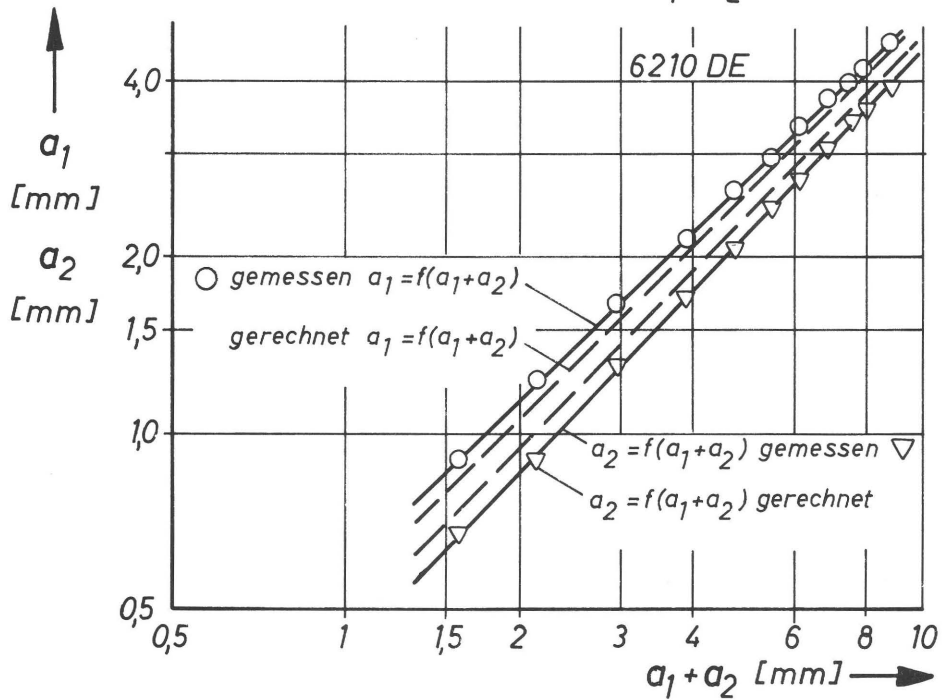
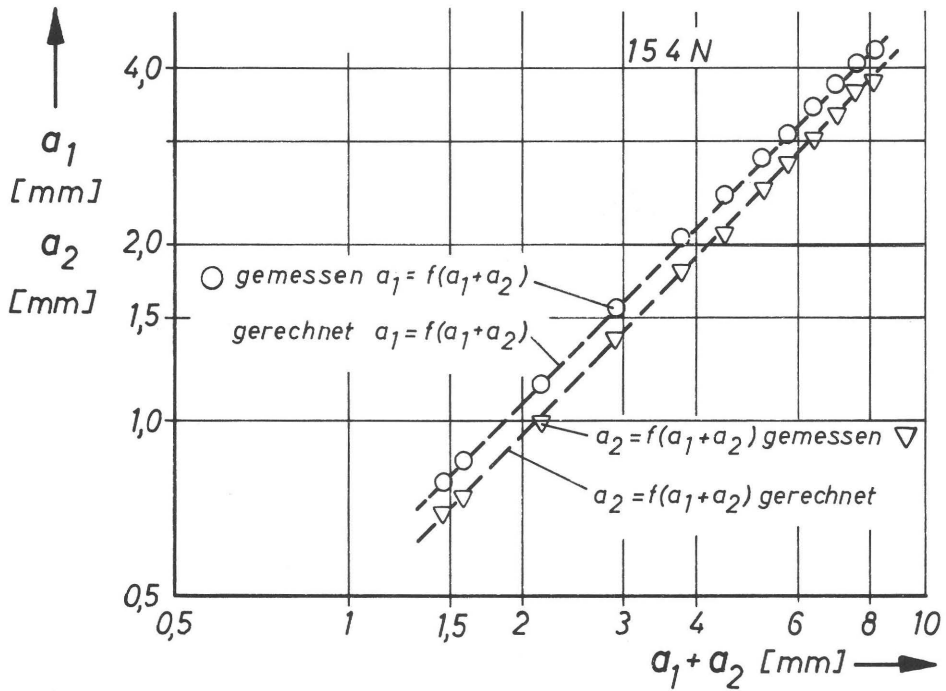


Diagramm  
5.2.23\*

Die halben Berührungszonenbreiten  $a_1$  an der Einlaufseite und die verkürzte halbe Berührungszonenbreite  $a_2$  an der Auslaufseite wurden über der gesamten Berührungszonenbreite  $a_1 + a_2$  aufgetragen. Die gestrichelten Linien wurden anhand der Materialeigenschaften berechnet

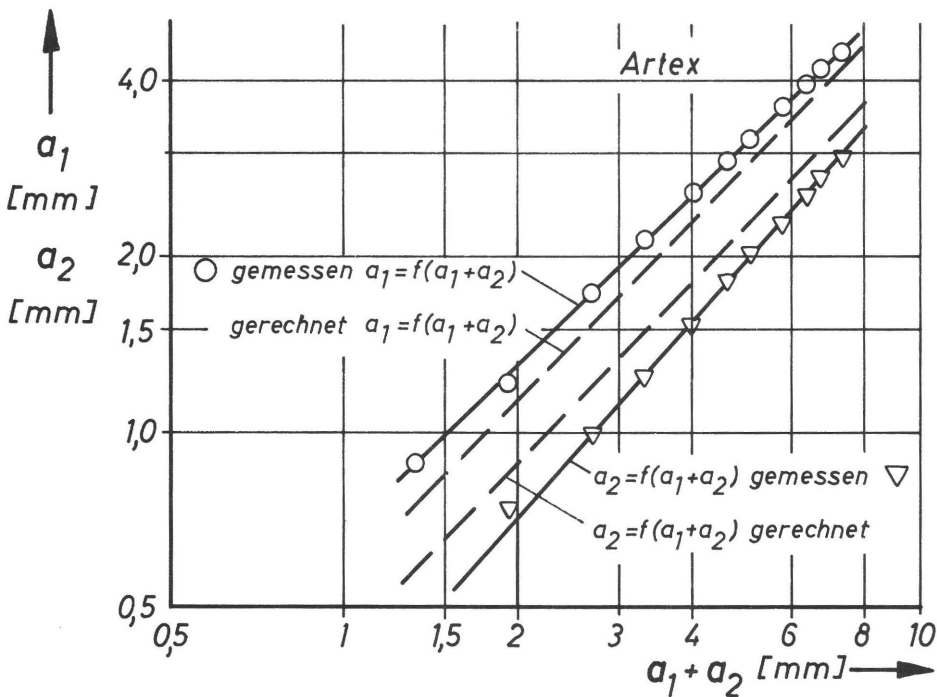
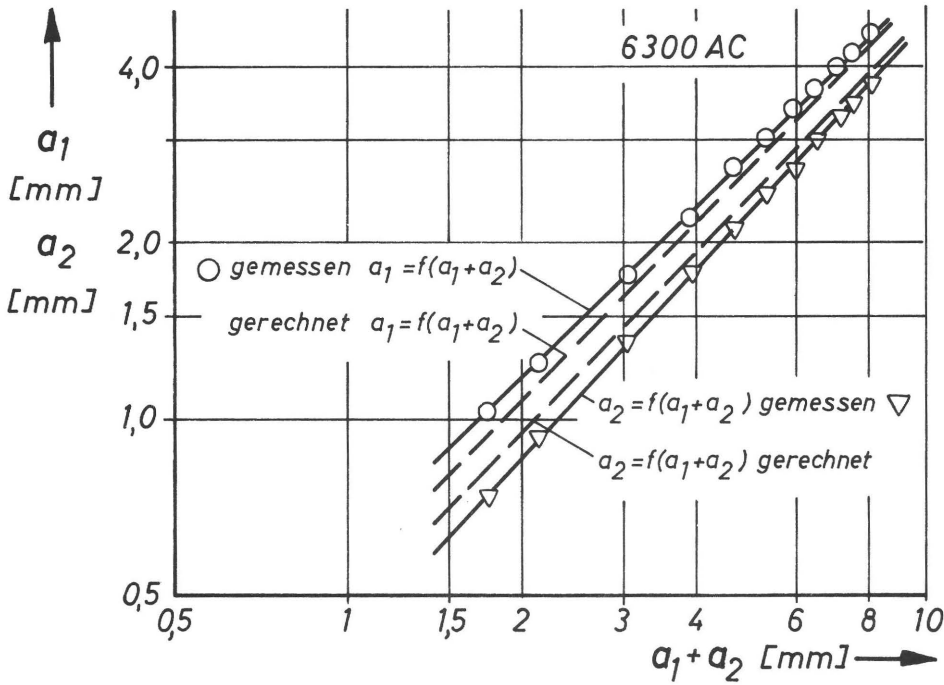


Diagramm  
5.2.24\*

Die halben Berührungszonenbreiten  $a_1$  an der Einlaufseite und die verkürzte halbe Berührungszonenbreite  $a_2$  an der Auslaufseite wurden über der gesamten Berührungszonenbreite  $a_1 + a_2$  aufgetragen. Die gestrichelten Linien wurden anhand der Materialeigenschaften berechnet

s (mm)	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
6210 DE											
a <sub>1</sub> (mm)	0,90	1,23	1,66	2,17	2,62	2,99	3,35	3,74	4,00	4,21	4,69
Δa <sub>1</sub> (mm)	0,06	0,09	0,09	0,11	0,12	0,10	0,14	0,14	0,09	0,10	0,11
6300 AC											
a <sub>1</sub> (mm)	1,03	1,24	1,75	2,18	2,64	2,99	3,35	3,59	3,91	4,11	4,42
Δa <sub>1</sub> (mm)	0,09	0,09	0,09	0,09	0,10	0,12	0,15	0,10	0,14	0,11	0,11
Artex											
a <sub>1</sub> (mm)	0,87	1,21	1,72	2,11	2,53	2,88	3,14	3,57	3,88	4,11	4,44
Δa <sub>1</sub> (mm)	0,11	0,11	0,19	0,23	0,25	0,28	0,28	0,32	0,33	0,32	0,38

Tabelle 5.2.25\*

Zusammenstellung der Abweichungen Δa<sub>1</sub> zwischen den Meßwerten a<sub>1</sub> und den berechneten Werten a<sub>1</sub> für die Walzenkombinationen mit den Belagmaterialien 6210 DE, 6300 AC und Artex



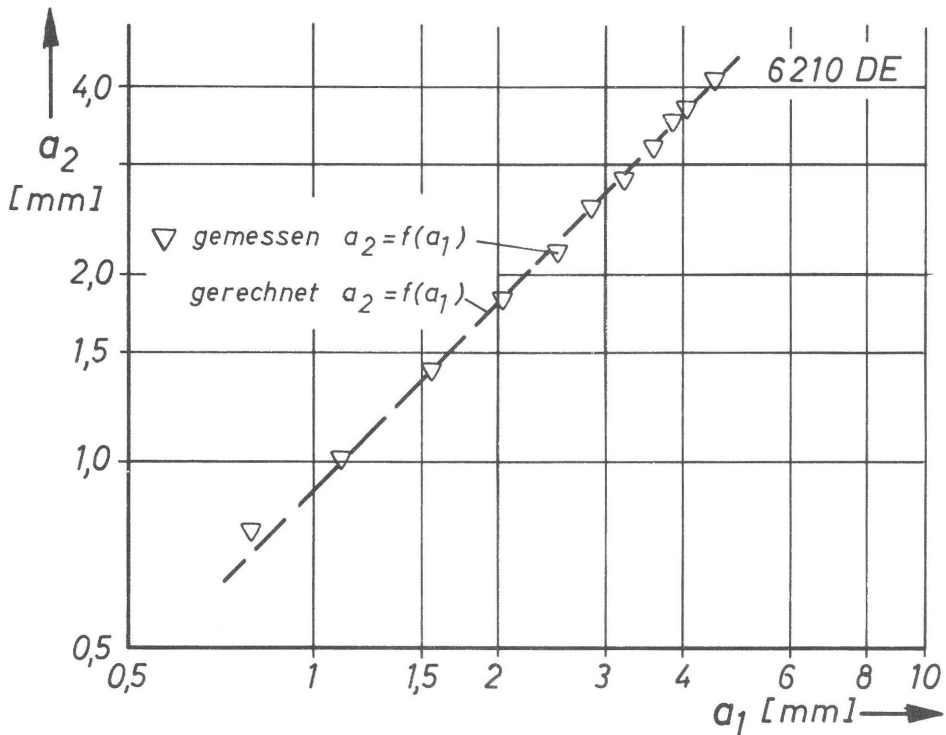
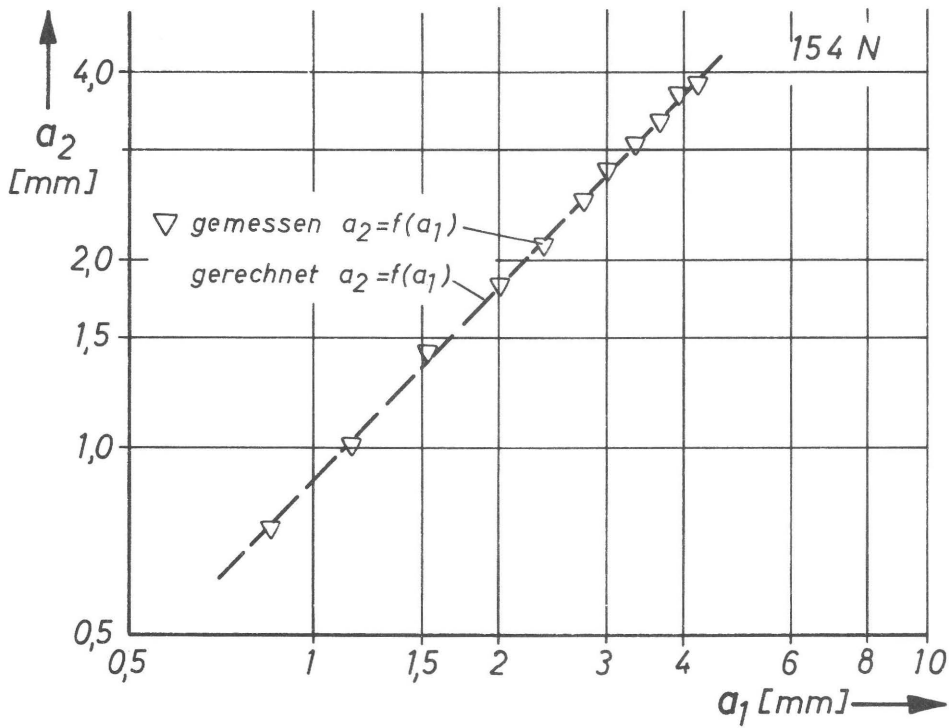


Diagramm 5.2.26\* Die verkürzte halbe Berührungszonenbreite  $a_2$  wurde über der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite aufgetragen

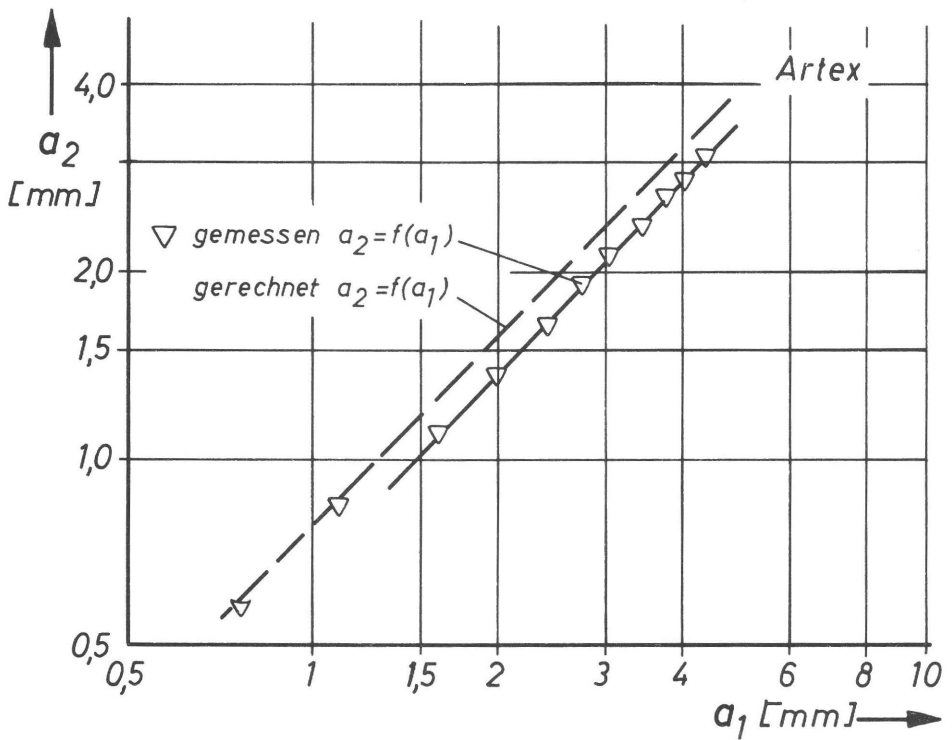
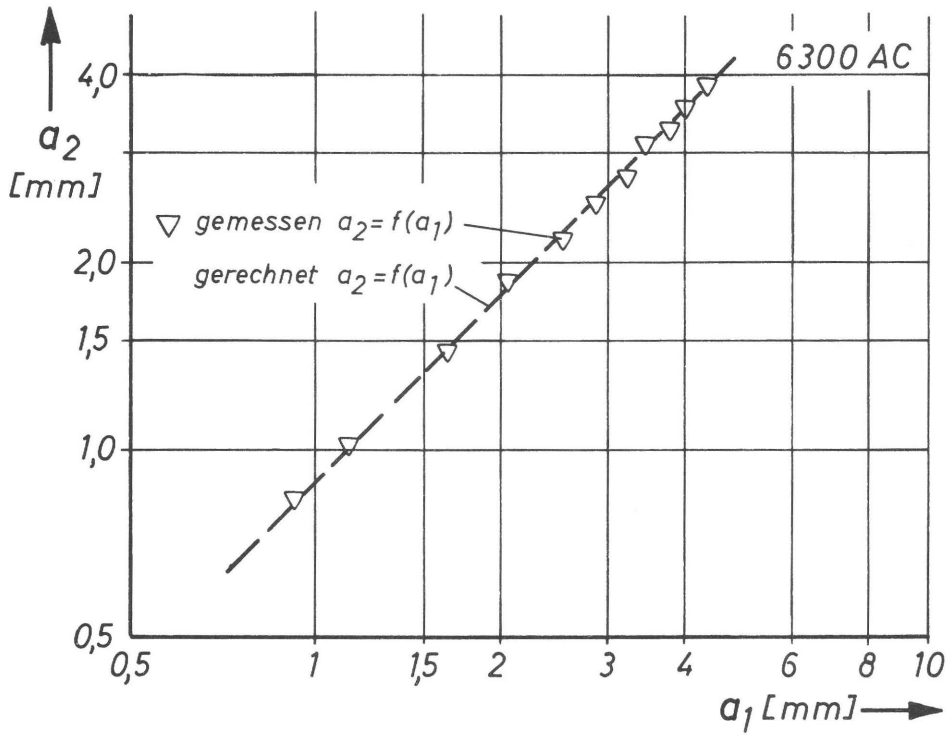


Diagramm  
5.2.27\*

Die verkürzte halbe Berührungszonenbreite  $a_2$  wurde über der halben Berührungszonenbreite  $a_1$  an der Einlaufseite aufgetragen

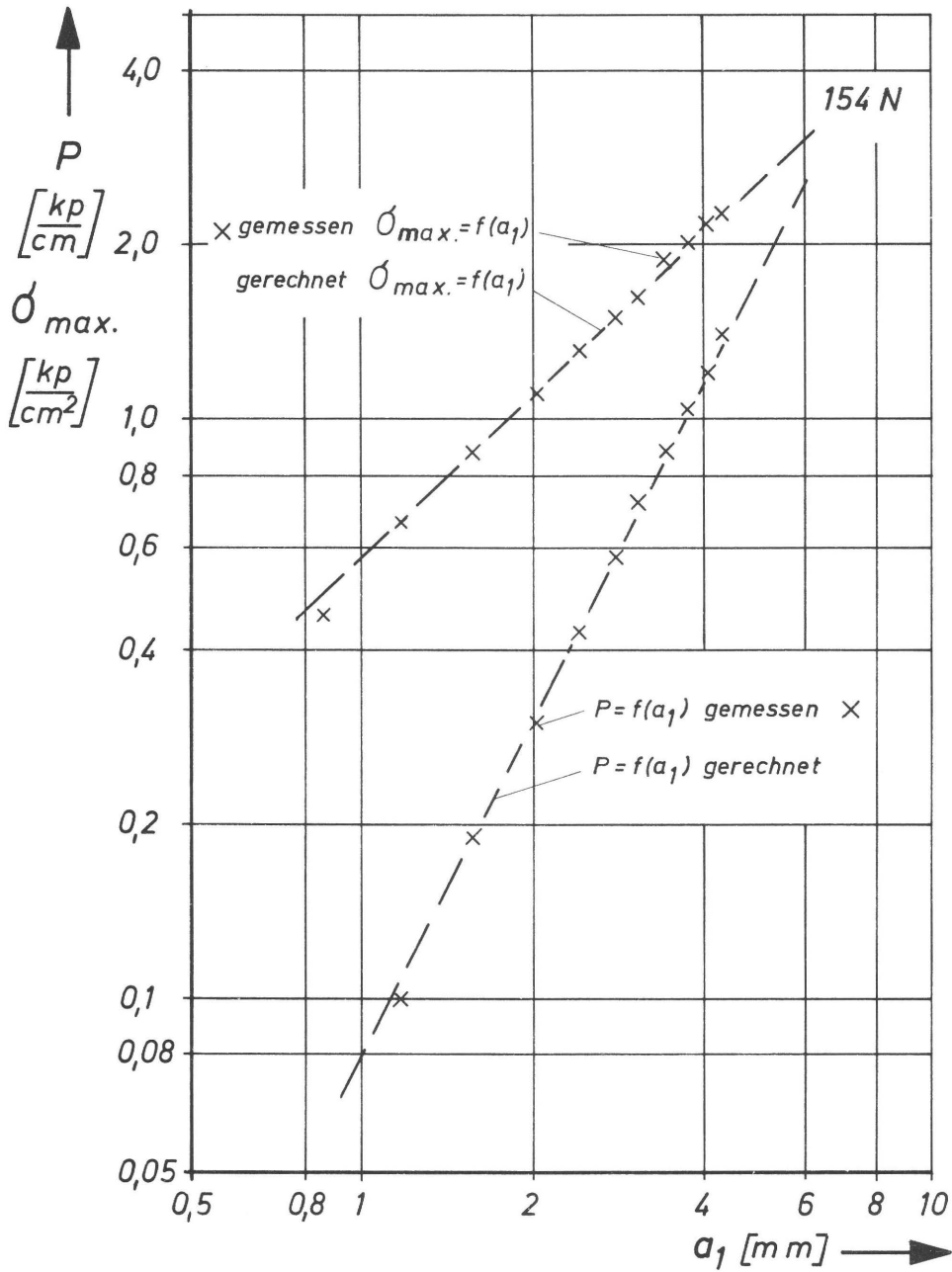


Diagramm  
5.2.28\*

Maximale Druckspannung  $\sigma_{max}$  und Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$

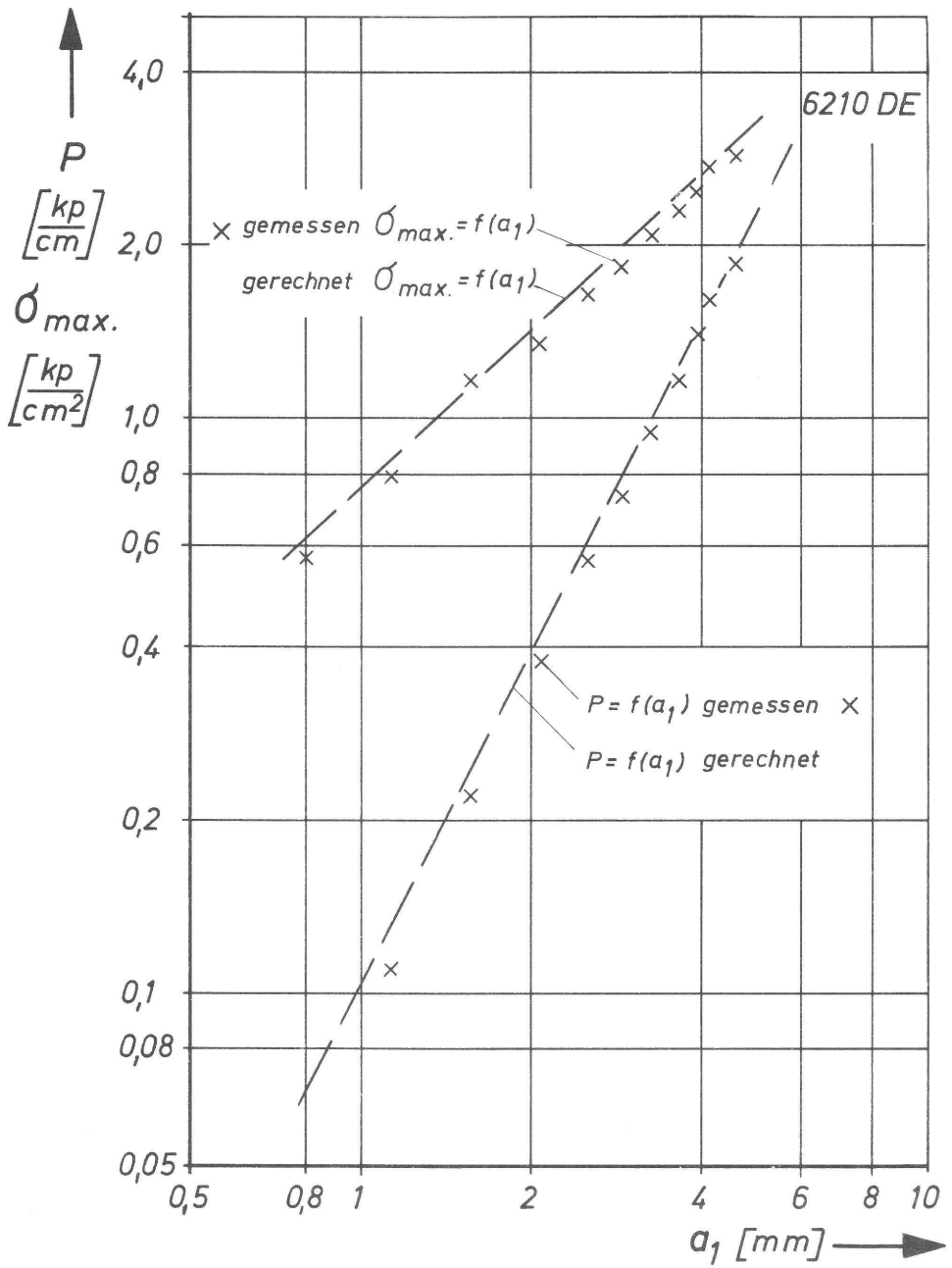


Diagramm  
5.2.29\*

Maximale Druckspannung  $\sigma_{max}$  und Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$

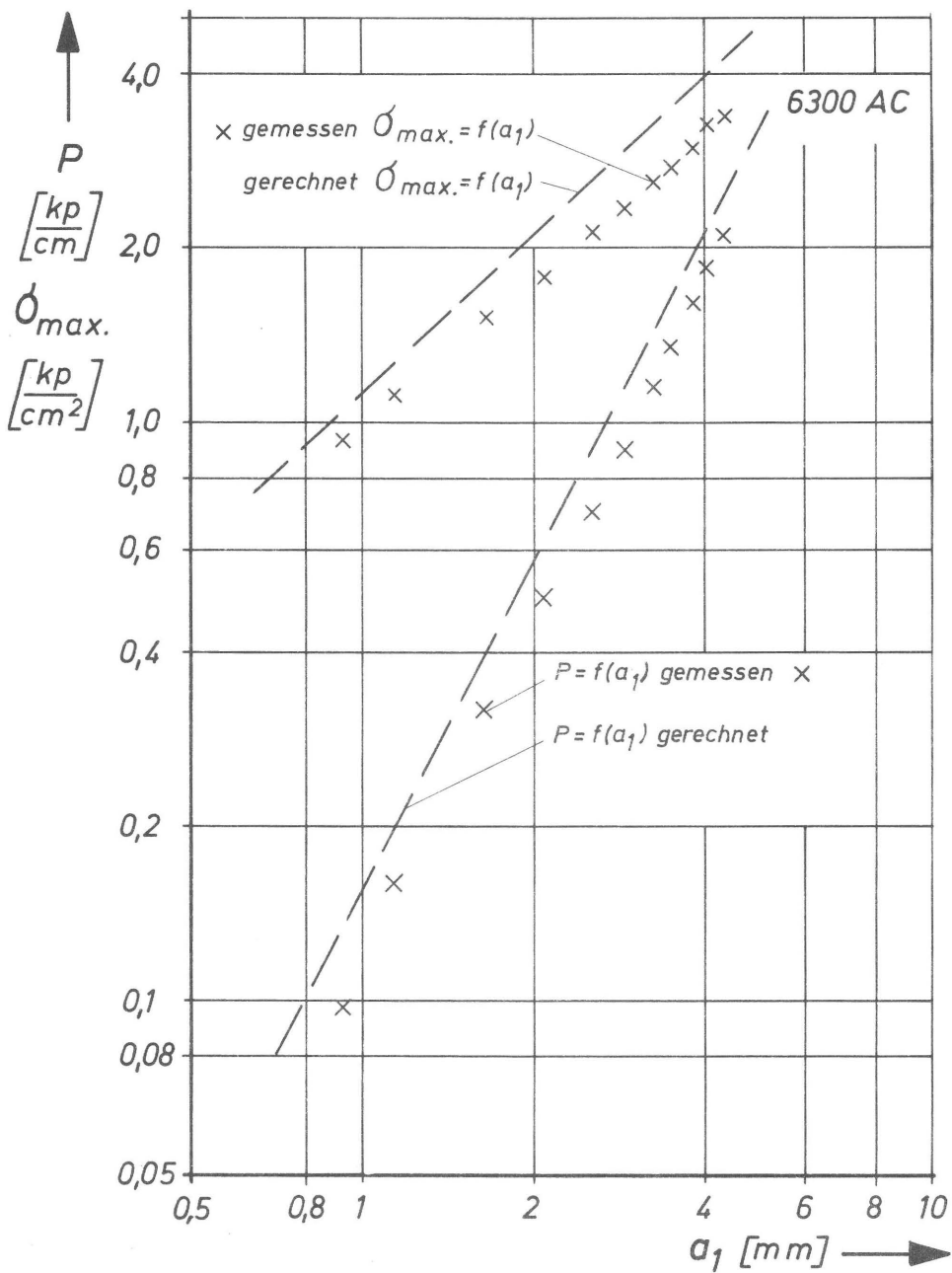


Diagramm  
5.2.30\*

Maximale Druckspannung  $\sigma_{\max}$  und Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$

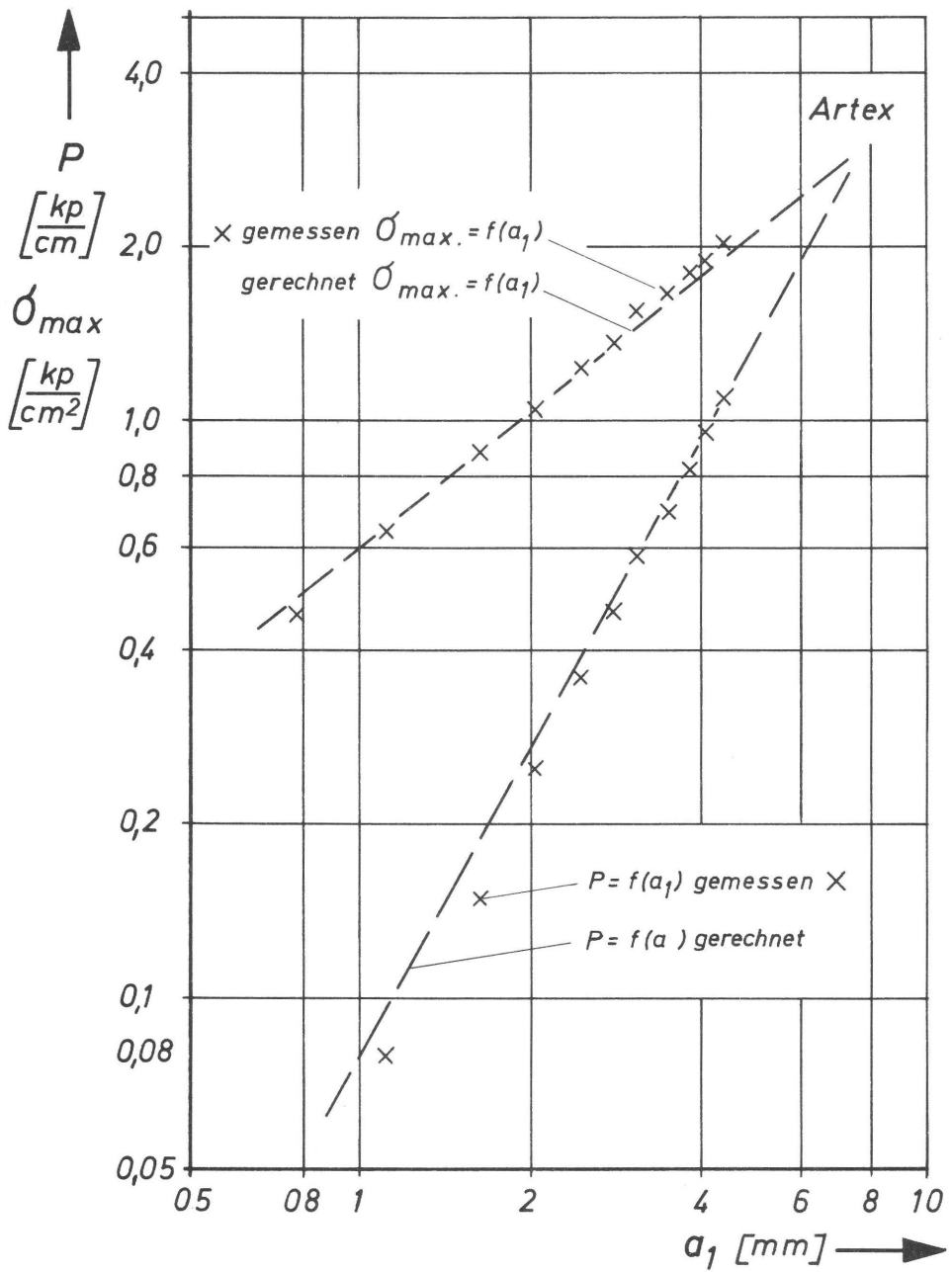


Diagramm  
5.2.31\*

Maximale Druckspannung  $\sigma_{max}$  und Anpreßkraft  $P$  in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$

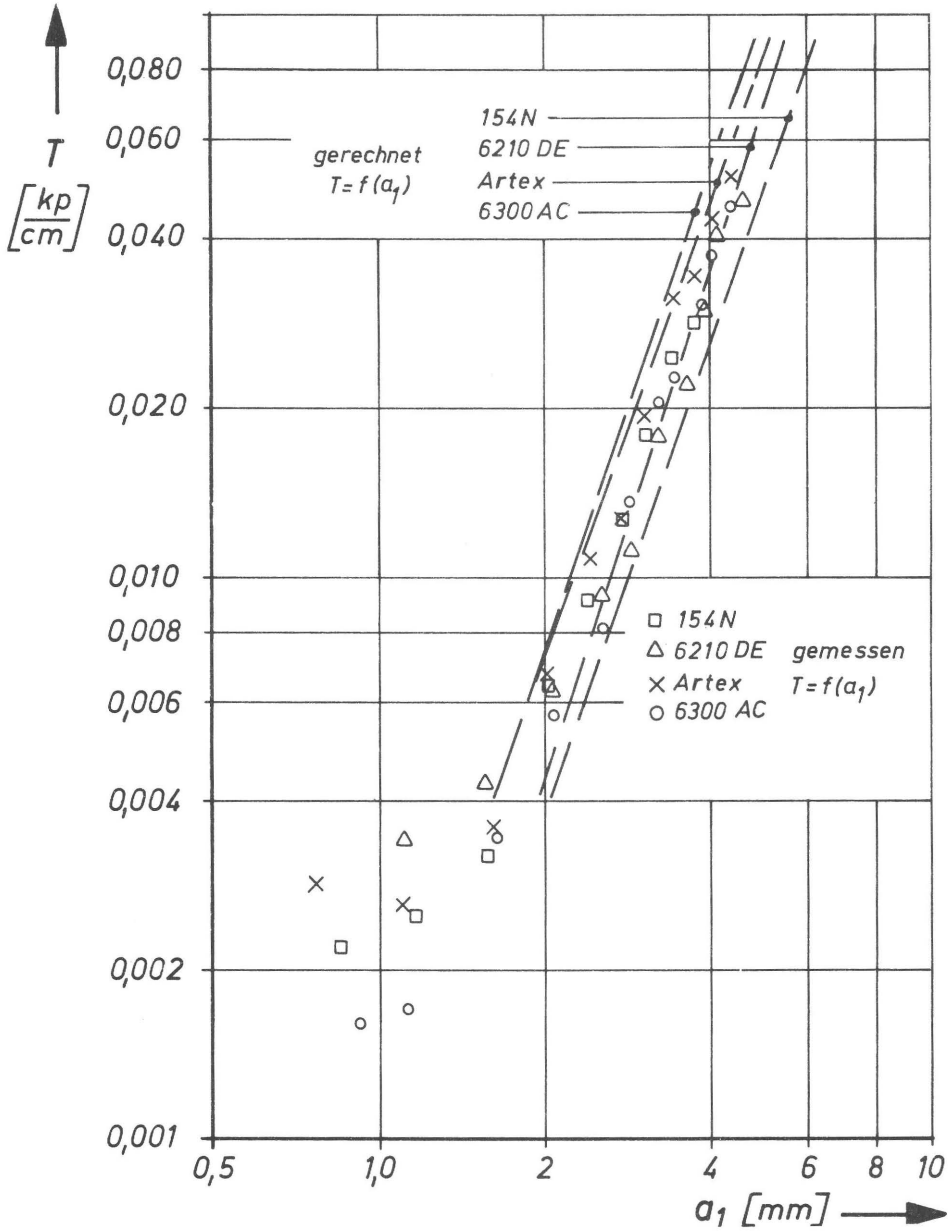


Diagramm 5.2.32\* Gemessene und berechnete Tangentialkräfte in Abhängigkeit von der halben Berührungszonenbreite  $a_1$

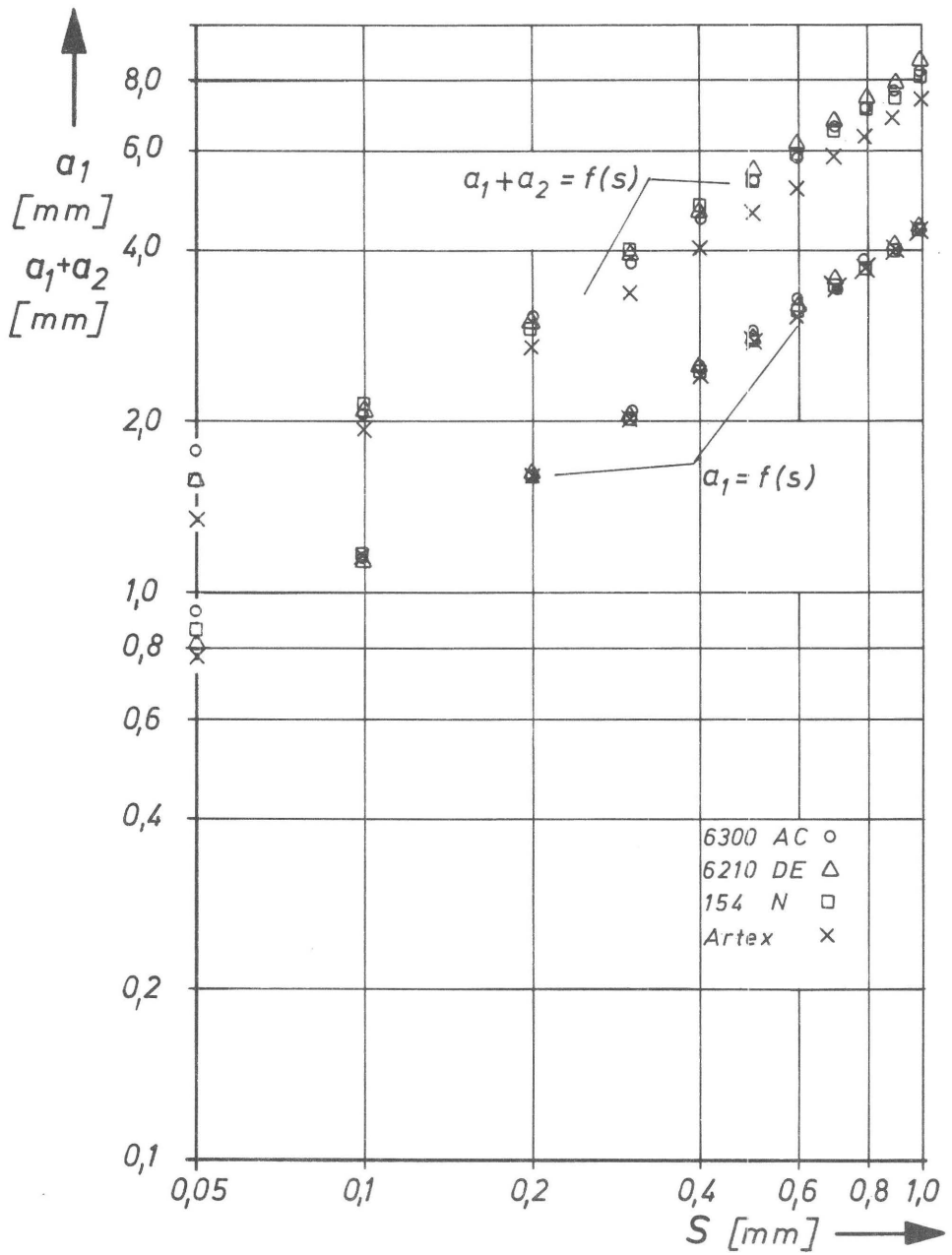


Diagramm  
5.2.33\*

Halbe Berührungszonenbreite  $a_1$  und gesamte Berührungszonenbreite  $a_1 + a_2$  in Abhängigkeit von der Anstellung  $s$